



AGRICULTURAL RESEARCH INSTITUTE  
**PUSA**







**PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES**  
**DE LA SOCIÉTÉ DES**  
**SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES**  
**DE BORDEAUX**



# PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

6. JUL 1895

# DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

---

Année 1894-1895.

---

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & FILS

IMPRIMEURS-LIBRAIRES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU  
DES LONGITUDES, SUCCESSIONS DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

A BORDEAUX

CHEZ FÉRET ET FILS, LIBRAIRES

15, cours de l'Intendance, 15

1895



# LISTE

DES

PRÉSIDENTS ET VICE-PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ

de 1853 à 1894

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1853-1854	BAZIN.	DELBOS.
1854-1855	BAZIN.	»
1855-1856	BAZIN.	»
1856-1857	ORÉ.	»
1857-1858	BAUDRIMONT.	»
1858-1859	BAZIN.	»
1859-1860	BAUDRIMONT.	»
1860-1861	ABRIA	»
1861-1862	LESPIAULT.	ORÉ
1862-1863	BAUDRIMONT.	ROYER.
1863-1864	ORÉ.	AZAM.
1864-1865	AZAM.	ROYER.
1865-1866	ROYER.	H. GINTRAC.
1866-1867	H. GINTRAC.	O. DE LACOLONGE.
1867-1868	O. DE LACOLONGE.	GLOTIN.
1868-1869	GLOTIN.	JEANNEL.
1869-1870	LINDER.	DELFORTERIE.
1870-1871	LINDER.	DELFORTERIE.
1871-1872	DELFORTERIE.	ABRIA.
1872-1873	ABRIA.	RATHEAU.
1873-1874	BAUDRIMONT.	SERRÉ-GUINO.
1874-1875	SERRÉ-GUINO.	BAYSSELLANCE.
1875-1876	BAYSSELLANCE.	LOQUIN.

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1876-1877	LOQUIN.	HAUTREUX.
1877-1878	HAUTREUX.	E. BOUTAN.
1878-1879	E. BOUTAN.	MICÉ.
1879-1880	DUPUY.	MILLARDET.
1880-1881	MILLARDET.	DE LAGRANDEVAL.
1881-1882	DE LAGRANDEVAL.	G. RAYET.
1882-1883	G. RAYET.	FOURNET.
1883-1884	G. RAYET.	FOURNET.
1884-1885	G. RAYET.	FOURNET.
1885-1886	G. RAYET.	BOUCHARD.
1886-1887	G. RAYET.	BOUCHARD.
1887-1888	G. RAYET.	AZAM.
1888-1889	G. RAYET.	TANNERY.
1889-1890	TANNERY.	GAYON.
1890-1891	AZAM.	GAYON.
1891-1892	DUPUY.	GAYON.
1892-1893	DROGUET.	BLAREZ.
1893-1894	BAYSSELLANCE.	BLAREZ.
1894-1895	BLAREZ.	HAUTREUX.

# LISTE DES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

pendant l'année 1894-1895.

## Composition du Bureau pour l'année 1894-1895.

MM. FOURNET, *MM. A., Président honoraire.*

BLAREZ, *Président.*

HAUTREUX, \*, *Vice-Président.*

RAYET, \*, *Secrétaire général.*

CROIZIER, \*, { *Secrétaires adjoints*

TURPAIN, }

BRUNEL, *Archiviste.*

CHAVANNAZ, *Trésorier.*

GAYON, \*.

MILLARDET, \*.

DE LAGRANDEVAL, \*.

PÉREZ, \*.

BAYSSELLANCE, O. \*,

BOUCHARD, O. \*,

MORISOT,

JOLYET,

LESPIAULT, \*.

ELLIE,

DUPUY,

DROGUET, \*.

*Membres du Conseil.*

## Membres titulaires (1).

MM. AIGNAN, inspecteur d'Académie.

\*ASTOR, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

AUGIS, \*, ingénieur de la Compagnie du Midi.

AVRIL, ingénieur de la Compagnie du Gaz.

AZAM, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

BARCKHAUSEN, \*, professeur à la Faculté de Droit.

BARTHE, professeur à la Faculté de Médecine.

BAYSSELLANCE, O. \*, ingénieur des Constructions navales en retraite.  
ancien maire de Bordeaux.

BERGONIÉ, professeur à la Faculté de Médecine.

BICHON, licencié ès sciences.

BLAREZ, professeur à la Faculté de Médecine.

BORDIER, docteur-médecin, à Lyon.

BOUCHARD, O. \*, professeur à la Faculté de Médecine.

BOULOUCH, professeur au Lycée.

BOUTINEAU, pharmacien-major de 2<sup>e</sup> classe.

(1) Les membres dont le nom est précédé d'un astérisque sont membres à vie.



MM. BROCHON (E.-H.), avocat à la Cour d'Appel.

BRUNEL, professeur de calcul infinitésimal à la Faculté des Sciences.

CAGNIEUL, ancien préparateur à la Faculté des Sciences.

CARLES, agrégé à la Faculté de Médecine.

CARMIGNAC-DESCOMBES, ingénieur des Manufactures de l'État à Morlaix.

CARON, professeur de Mathématiques au Lycée en retraite.

CAUBET, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

CHADU, professeur de Mathématiques au Lycée.

CHAVANNAZ, licencié ès sciences, docteur en médecine.

CHENEVIER, chimiste au Chemin de fer du Midi.

CHEVALLIER, préparateur à la Faculté des Sciences.

CHEVASTELON, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

COLOT, licencié ès sciences, professeur de Mathématiques.

CROIZIER, \*, capitaine en retraite.

DELMAS, \*, docteur en médecine, direct. de l'hydrothérapie des Hôpitaux

DELMAS, ancien élève de l'École polytechnique.

DENIGES, professeur à la Faculté de Médecine.

DEVAUX, professeur à la Faculté des Sciences.

DOUBLET, aide-astronome à l'Observatoire.

DROGUET, \*, directeur des postes et télégraphes en retraite.

DUBOURG, chimiste à la Douane.

DUHEM, professeur à la Faculté des Sciences.

DUPUY, professeur de Mathématiques au Lycée en retraite.

DURÈGNE, ingénieur au Télégraphe.

ELGOYHEN, élève à la Faculté des Sciences.


ELLIE, ingénieur civil.

FALLOT, professeur de géologie à la Faculté des Sciences

FIGARET, \*, officier supérieur du Génie en retraite.

FIGUIER, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

FOUGEROUX, percepteur des Contributions directes.

\*FOURNET,  A., ancien fabricant de produits chimiques.

GADEN, négociant.

GAULNE (DE), propriétaire.

\*GAYON, \*, professeur de Chimie à la Faculté des Sciences, chimiste en chef à la Douane.

GENDRON, électricien.

GOGUEL, chargé de conférences à la Faculté des Sciences.

GOUTTES, inspecteur divisionnaire du travail à Bordeaux.

GOSSART, professeur à la Faculté des Sciences.

GUESTIER (Daniel), négociant.

HADAMARD, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences.

HAUSSER, \*, ingénieur en chef des Chemins de fer du Midi.

HAUTREUX, \*, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port en retraite.

HUGOT, préparateur à la Faculté des Sciences.

ISSALY (l'abbé), licencié ès sciences mathématiques.

JOANNIS, professeur à la Faculté des Sciences.

**MM. JOLYET**, professeur à la Faculté de Médecine.

**JOUET**, propriétaire.

**KOWALSKI**, professeur de Mathématiques.

**KÜNSTLER**, professeur à la Faculté des Sciences.

**LABAT**, \*, ingénieur des constructions maritimes, député de la Gironde.

**LABORDE**, préparateur de la Station agronomique.

**LACROIX**, professeur de Mathématiques au Lycée.

**LAGACHE**, ingénieur des Arts et Manufactures.

**LAGRANDVAL** (DE), \*, professeur honoraire de Mathématiques spéciales au Lycée.

**LAMEY**, chimiste.

**LANDE**, \*, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.

**LESSERRE**, préparateur à la Faculté des Sciences.

**LAVERGNE** (comte DE), \*, propriétaire.

\* **LESPIAULT**, \*, doyen honoraire de la Faculté des Sciences.

**MESTRE**, pharmacien-chimiste.

**MICÉ**, \*, recteur de l'Académie de Clermont.

**MILLARDET**, \*, correspondant de l'Institut, professeur de Botanique à la Faculté des Sciences.

**MORISOT**, professeur à la Faculté des Sciences.

**PÉREZ**, \*, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences.

**PETIT**, docteur ès Sciences naturelles, chef des travaux de botanique à la Faculté des Sciences.

**PICART**, aide-astronome à l'Observatoire, chargé de cours à la Faculté des Sciences.

**PIÉCHAUD**, agrégé à la Faculté de Médecine.

**PIONCHON**, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

**RAGAIN**, licencié ès sciences, professeur de dessin graphique au Lycée.

**RAYET** (G.), \*, correspondant de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.

**ROCH**, chimiste.

**RODBERG**, ingénieur-directeur de la Compagnie du Gaz.

**RODIER**, professeur au Lycée, directeur du Jardin botanique.

**ROZIER**, professeur de Mathématiques.

**SANSON**, professeur de Mathématiques au Lycée.

\* **TANNERY** (P.), ingénieur des Manufactures de l'État, à Paris.

**TURPAIN**, préparateur à la Faculté des Sciences.

**VALLANDÉ** (DE), licencié ès sciences.

**VERGELY**, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

**VÈZES**, professeur à la Faculté des Sciences.

### Membres honoraires.

**MM. DARBOUX** (G.), \*, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences de Paris.

**DE TILLY**, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.

MM. FORTI (Angelo), ancien profess. de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.  
FRENET, \*, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à  
Périgueux.  
KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan  
(Russie).  
LINDER, O. \*, inspecteur général des Mines, à Paris.  
RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.

### Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.  
ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de  
Milan.  
ARIÈS, capitaine du Génie.  
BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.  
CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.  
DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.  
ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.  
ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.  
GARBIGLIETTI, docteur en médecine, à Turin.  
GAUTHIER-VILLARS, O. \*, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire  
éditeur, à Paris.  
GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coimbre.  
GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.  
GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.  
HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.  
HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.  
IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Pétersbourg.  
LAISANT, \*, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.  
MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres,  
directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).  
PEAUCELLIER, O. \*, général du génie.  
PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).  
PONSOT (M<sup>me</sup>), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.  
ROIG Y TORRES (D. Rafael), naturaliste à Barcelone, directeur de la  
*Crónica Científica*.  
ROUX, \*, docteur en Médecine, à Paris.  
TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.  
WEYR (Éd.), professeur à l'Université de Prague.

# TABLE DES MATIÈRES DES PROCÈS-VERBAUX

ANNÉE 1894-1895

	Pages
HAUTREUX. — Trajets ordinaires des tempêtes dans l'hémisphère nord.....	2
BRUNEL. — Réseaux réguliers.....	3
BRUNEL. — Polymérisation du carbone.....	8
BRUNEL. — Sur un problème de stéréotomie.....	10
BRUNEL. — Configurations tracées sur une surface fermée quelconque et ne possédant qu'un sommet et qu'une face...	13
CHENEVIER. — Note sur certains produits d'oxydation des huiles blondes de résine.....	15
HADAMARD. — Sur le tautochronisme.....	16
HADAMARD. — Sur certains systèmes d'équations aux différentielles totales.....	17
HADAMARD. — Sur une congruence remarquable et sur un problème fonctionnel qui s'y rattache.....	19
BRUNEL. — Sur un problème de partitions.....	24
BRUNEL. — Sur le problème des alignements.....	28
BRUNEL. — Sur les duades formées avec un nombre pair d'éléments.....	32
GOSSART. — Quelques analyses chimiques par homéotropie...	35
CAUBET. — Expériences sur un projet d'aérostats en aluminium.....	39
GOUTTES. — Projet d'aérostat en aluminium.....	42
DENIGÈS. — Sur une combinaison mercurique du thiophène permettant le dosage et l'extraction de ce corps dans les benzènes commerciaux.....	47
AIGNAN. — Sur la fabrication de l'essence de térébenthine dans les Landes.....	48
HAUTREUX. — Observations relatives à la direction des vents sur la côte des Landes.....	52

	Pages
DEVAUX. — Empoisonnement spontané des plantes aquatiques dans les eaux du laboratoire de botanique (voir <i>Mémoires</i> ).	53
TURPAIN. — Sur les expériences de Hertz . . . . .	53
DUHEM. — Sur la théorie électromagnétique de Maxwell . . . . .	55
BRUNEL. — Système de $n$ -ades formées avec $n^2$ éléments . . . . .	56
FALLOT. — Sur une carte géologique des environs de Bor- deaux . . . . .	61
HADAMARD. — Sur le mouvement d'un corps pesant de révo- lution fixé par un point de son axe . . . . .	61
DUVERGER. — Sur le centre de courbure des roulettes . . . . .	61
BRUNEL. — Sur les configurations régulières réciproques tra- cées sur une surface fermée quelconque . . . . .	63
MORISOT. — Sur une pile à grande force électromotrice . . . . .	66
FIGUIER. — Remarques sur les piles à grande force élec- tromotrice . . . . .	68
HADAMARD. — Sur la stabilité des rotations d'un corps solide..	70
FIGUIER. — Excès d'intensité du courant initial dans les piles voltaïques . . . . .	70
ELLIE. — Sur la source de lumière minima en télégraphie optique . . . . .	75
HUGO. — Sur quelques phosphures alcalins . . . . .	78



# PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES DE BORDEAUX

ANNÉE 1894-1895.

PRESIDENCE DE M. BAYSELLANCE.

La Société procède au renouvellement de son Bureau pour l'année 1894-1895. Sont élus :

<i>Président</i> .....	M. BLAREZ.
<i>Vice-Président</i> .....	M. HAUTREUX.
<i>Secrétaire général</i> .....	M. RAYET.
<i>Secrétaires adjoints</i> .....	MM. CROIZIER ET TURPAIN.
<i>Archiviste</i> .....	M. BRUNEL.
<i>Trésorier</i> .....	M. CHAVANNAZ.

## Membres du Conseil d'administration :

1 <sup>re</sup> SÉRIE	2 <sup>e</sup> SÉRIE	3 <sup>e</sup> SÉRIE
MM. BOUCHARD.	MM. LESPIAULT.	MM. MILLARDET.
MORISOT.	GAYON.	DE LAGRANDEVAL.
JOLYET.	DROGUET.	PÉREZ.
BAYSELLANCE.	ELLIE.	DUPUY.

La Société fixe ainsi qu'il suit les conditions dans lesquelles seront publiés désormais les procès-verbaux, dont le mode de publication a été modifié en principe dans la séance du 11 janvier 1894 :

1° On continuera à tirer les procès-verbaux à quatre cents exemplaires ;

2° Ils seront imprimés avec les mêmes caractères que les Mémoires ;

3° On enverra les procès-verbaux aux membres de la Société présents à Bordeaux au fur et à mesure qu'une feuille en sera imprimée. Ils ne seront envoyés qu'après leur impression com-

plète et en même temps que le volume des Mémoires aux membres non résidants à Bordeaux.

## **Trajets ordinaires des tempêtes dans l'hémisphère Nord;**

Par M. HAUTREUX.

Une carte publiée par le bureau hydrographique de Washington résume les observations simultanées de tempêtes faites à terre et à la mer pendant la période décennale de 1878 à 1887.

Les trajets des tempêtes sont donnés pour chaque mois de l'année d'après les moyennes obtenues. Ces résultats nouveaux modifient absolument les données admises par tous les météorologistes, depuis les travaux de Maury, sur la circulation atmosphérique dans l'hémisphère Nord.

On constate trois centres d'origine des tempêtes qui aboutissent à l'Europe : la mer de Chine et du Japon, les Montagnes-Rocheuses vers le nouveau Mexique et la mer des Antilles.

Les trajets se rapprochent du cercle polaire dans les régions océaniques ; ils s'en éloignent en toutes saisons dans les régions continentales ; ils semblent suivre l'arc de grand cercle sur les Océans. On voit nettement les déviations que produit la Méditerranée.

Dans la mer des Antilles, la période des grands cyclones dure du mois d'août au mois de novembre, fin de l'été et automne ; vers les Montagnes-Rocheuses, c'est de septembre à avril, hiver et printemps ; dans les mers de Chine, de juillet à novembre, été et automne.

La plupart des coups de vent que nous ressentons en France pendant l'hiver et le printemps sont originaires soit des mers de Chine, soit des Montagnes-Rocheuses ; le plus grand nombre a traversé tout le Pacifique, les États-Unis et l'Atlantique avant d'atteindre nos côtes.

La circulation circumpolaire paraît être le grand facteur des

mélanges aériens; la circulation intertropicale des alisés, ainsi que les diverses moussons, ne sont que des phénomènes locaux particuliers à chaque océan et variables avec les saisons.

Une précédente carte publiée en août 1894 donne, pour la période de six années comprises entre 1888 et 1893, et pour les mois d'août, septembre et octobre (saison ordinaire des cyclones tropicaux), les trajets des tempêtes qui ont affecté les côtes des États-Unis; elle montre que le plus grand nombre des tempêtes atteignent l'Atlantique vers le banc de Terre-Neuve, à travers les États-Unis.

Pour chacun de ces mois, le nombre des tempêtes continentales est presque le triple de celui des tempêtes originaires de l'Océan tropical. La proportion est bien autrement forte dans les autres mois de l'année. L'influence océanique se manifeste en développant l'origine de la tempête par l'apport des vapeurs moites du Gulf-Stream.

*Séance du 13 décembre 1894.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

Sont élus membres titulaires de la Société :

M. Duhem, chargé d'un cours de physique à la Faculté des sciences de Bordeaux;

M. Gossart, maître de conférences de physique à la dite Faculté;

M. Vèzes, maître de conférences de chimie à la dite Faculté;

M. Caubet, chef des travaux de physique à la dite Faculté;

M. Chevalier, préparateur de physique à la dite Faculté.

### Réseaux réguliers;

Par M. G. BRUNEL.

Dans un réseau connexe, désignons par  $S$  le nombre des sommets, par  $A$  le nombre des arêtes et par  $q$  le nombre des contours indépendants formés avec les arêtes du réseau; on a la relation

$$(1) \quad A - S + 1 = q.$$



Nous appelons *réseau régulier* un réseau tel que de chaque sommet parte le même nombre d'arêtes. Les configurations régulières tracées sur des surfaces de genre quelconque constituent des réseaux réguliers, si on les considère indépendamment de la surface sur laquelle sont tracées ces configurations. Il est évident que la catégorie des réseaux réguliers est bien moins limitée que celle des configurations régulières. Les polyèdres à sommets trilatéraux (polyèdres généraux d'Eberhard) sont des réseaux réguliers lorsque l'on fait abstraction de leurs faces, qu'ils soient Eulériens ou qu'ils ne le soient pas, qu'ils puissent ou non être tracés sur des surfaces à deux côtés.

On peut, relativement à certains types de réseaux réguliers, arriver à des propositions intéressantes, et, eu égard aux réseaux réguliers considérés dans toute leur généralité, nous nous proposons d'en commencer l'énumération.

Si l'on suppose que le nombre des arêtes qui partent d'un sommet quelconque est égal à  $n$ , on aura comme issus des  $S$  sommets un nombre d'arêtes égal à  $nS$ , et comme une arête quelconque issue d'un sommet aboutit à un autre sommet ou bien forme une boucle, une auto-liaison, pour revenir au même sommet, et, dans un cas comme dans l'autre, est comptée deux fois dans l'évaluation du nombre des arêtes issues des différents sommets, par suite,

$$(2) \quad nS = 2A.$$

En substituant dans la relation fondamentale (1), il vient

$$(3) \quad (n - 2)A = n(q - 1),$$

et par suite

$$(4) \quad \frac{1}{A} = \frac{1}{q - 1} \frac{n - 2}{n}, \quad \frac{1}{S} = \frac{(n - 2)}{2(q - 1)}.$$

Pour  $q = 0$ , l'équation (3) donne

$$(n - 2)A = -n.$$

Or,  $A$  est nécessairement un nombre positif; il faut donc que  $n - 2$  soit négatif, c'est-à-dire que  $n$  soit égal à 0 ou à 1.

Si l'on suppose  $n = 0$ , on a  $A = 0$ ,  $S = 1$ ; la configuration se réduit à un point.

Si l'on suppose  $n = 1$ , on a  $A = 1$ ,  $S = 2$ ; la configuration se réduit à une arête limitée à deux points qui sont les deux sommets.

Pour  $q = 1$ , la même équation (3) donne

$$(n - 2)A = 0,$$

c'est-à-dire que l'on a : ou bien  $A = 0$ , ou bien  $n = 2$ . Le cas de  $A = 0$  est à exclure, car alors l'équation (1) donne  $S = 0$ ; il n'y a pas de configuration.

En prenant  $n = 2$ ,  $A$  est quelconque et l'on a  $S = A$ . La configuration consiste alors en un contour simple sur lequel sont marqués un nombre quelconque de points déterminant un même nombre d'arêtes.

Pour les valeurs de  $q$  supérieures à 1, nous emploierons les formules (4), et la seconde de ces formules permet immédiatement, puisque  $S$  doit être un nombre entier, de déterminer pour toute valeur de  $q$  les valeurs acceptables pour  $n$ .

Il est alors facile de former le tableau suivant :

$q$	$n$	$A$	$S$
2	3	3	2
2	4	2	1
3	3	6	4
3	4	4	2
3	6	3	1
4	3	9	6
4	4	6	3
4	5	5	2
4	8	4	1
5	3	12	8
5	4	8	4
5	6	6	2
5	10	5	1

6	3	15	10
6	4	10	5
6	7	7	2
6	12	6	1
7	3	18	12
7	4	12	6
7	5	10	4
7	6	9	3
7	8	8	2
7	14	7	1
8	3	21	14
8	4	14	7
8	9	9	2
8	16	8	1

qu'il serait facile de prolonger.

Remarquons que si l'on suppose le nombre  $q - 1$  décomposé en facteurs premiers et si l'on pose alors

$$q - 1 = 2^p a^\alpha b^{\beta'} \dots l^{\lambda},$$

comme  $S$  doit être un nombre entier, il faut que l'on ait

$$n - 2 = 2^{p'} a^{\alpha'} b^{\beta'} \dots l^{\lambda'},$$

avec les conditions

$$p' \leq p + 1, \quad \alpha' \leq \alpha, \quad \beta' \leq \beta, \dots, \lambda' \leq \lambda,$$

et alors

$$S = 2^{p-p'+1} a^{\alpha-\alpha'} b^{\beta-\beta'} \dots l^{\lambda-\lambda'};$$

d'ailleurs, la relation (2) donne toujours alors pour  $A$  un nombre entier, l'un au moins des deux nombres  $n$  et  $S$  étant en tous cas divisible par 2.

Par suite, pour une valeur donnée de  $q$  ( $q > 1$ ), il y a autant de types de réseaux synétriques que le nombre  $2(q-1)$  admet de diviseurs.

On voit donc ainsi apparaître pour toute valeur de  $q$  quatre types particuliers correspondant aux diviseurs de  $2(q-1)$  :

$$1, \quad 2, \quad q - 1 \quad \text{et} \quad 2(q - 1),$$

fournissant pour  $n$ ,  $S$  et  $A$  les valeurs :

$$q \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{n}{3} & \frac{A}{3(q-1)} & \frac{S}{2(q-1)} \\ 4 & 2(q-1) & q-1 \\ q+1 & q+1 & 2 \\ 2q & q & 1 \end{array} \right.$$

Ces types sont d'ailleurs les seuls qui existent lorsque  $q-1$  est premier. Dans le tableau que nous avons donné précédemment, les quatre types dont il s'agit ici n'apparaissent pas encore pour  $q=2$  et pour  $q=3$ ; pour  $q=2$ , le troisième type se confondait en effet avec le premier et le quatrième avec le second; pour  $q=3$ , le second et le troisième type n'en constituent qu'un seul, les deux autres étant distincts. Ce sont évidemment là les seuls cas d'exception.

A un système de valeurs de  $q$ ,  $n$ ,  $A$  et  $S$  répondant à un réseau régulier arithmétiquement défini ne correspond pas nécessairement un réseau déterminé. Considérons par exemple le système de valeurs

$$q=3, \quad n=3, \quad A=6, \quad S=4.$$

En prenant quatre points 1, 2, 3, 4 sur un contour fermé et en reliant par deux nouvelles arêtes les deux sommets 1, 2 d'une part et les sommets 3, 4 de l'autre, nous avons un réseau du type considéré. Nous aurions obtenu un réseau essentiellement différent en joignant 1, 3 et 3, 4 si nous supposons, par exemple, que sur le contour donné dès l'abord les points 1, 2, 3, 4 sont consécutifs. En joignant dans le même cas 1-4 et 2-3, nous n'aurions pas obtenu de réseau effectivement distinct du premier; les deux réseaux s'échangent, en effet, par l'échange des symboles des points 2 et 4.

Au lieu de prendre  $q$  comme variable fondamentale, nous aurions pu prendre  $n$  ou  $S$  ou  $A$ . On est conduit dans les différents cas à des conclusions intéressantes sur lesquelles nous nous proposons de revenir.

*Séance du 27 décembre 1894*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

---

**Polymérisation du carbone;**

Par M. G. BRUNEL.

Dans une communication précédente, nous nous sommes occupés des propriétés générales des réseaux réguliers, c'est-à-dire des réseaux tels que de chacun de leurs sommets parte un même nombre d'arêtes.

D'une façon générale, la représentation graphique des composés chimiques de formule donnée peut être faite à l'aide d'un réseau déterminé. Nous avons déjà eu à nous occuper d'une question de cette nature alors qu'il s'agissait de déterminer les différentes représentations possibles des composés de formule  $C^6H^6$ .

Le problème qui se posait était alors le suivant :

Étant donnés 6 atomes tétravalents et 6 atomes monovalents, comment peut-on relier entre eux ces 12 atomes en sorte que toutes les valences soient occupées?

Le mode de représentation d'un atome est chose absolument indifférente; on peut, si l'on veut, représenter un atome par un point, et alors on choisira pour représenter ses valences des traits issus de ce point, de cet atome, valences qui pour être satisfaites devront, en suivant le même trait, aboutir à un autre point ou à un autre atome dont une des atomicités ou plutôt une des valences se trouvera ainsi satisfaite.

Pour qu'un réseau de forme donnée représente un composé particulier, il faut et il suffit que les différents sommets correspondent à chacun des atomes qui par hypothèse constituent la molécule chimique considérée, les arêtes issues de chaque sommet du réseau correspondant aux différentes valences de chacun des atomes correspondants.

Aux différents réseaux correspondent des isomères dont l'existence est possible, mais peut fort bien ne pas être acceptable avec les faits chimiques connus.

C'est ainsi par exemple que, en considérant les représen-

tations de la molécule  $C^pH^q$ , nous avons rencontré 919 cas possibles; ce nombre se réduit immédiatement si l'on suppose que l'on a affaire à la benzine et si l'on tient compte des faits connus à l'égard de ce corps particulier de formule  $C^6H^6$ .

Nous avons eu l'intention, après avoir étudié un corps particulier, d'examiner de la même façon les représentations graphiques relatives aux composés de formule  $C^nH^p$  pour les valeurs simples des nombres  $n$  et  $p$ ,  $C$  représentant un corps tétratomique et  $H$  un corps monoatomique.

Le problème ne présente point de grandes difficultés lorsque  $p$  est de la forme  $2n + 2$ , en réalité lorsque  $p$  a la valeur maximum qu'il puisse prendre. Mais pour des valeurs de  $p$  distinctes de cette valeur particulière, la question se complique rapidement, et l'on est ramené en premier lieu à résoudre la question dans le cas où  $p$  est égal à 0.

En un mot, il s'agit alors de déterminer les différents polymères du carbone ou, en d'autres termes, la construction et l'énumération des réseaux réguliers à sommets quadrilatéraux.

Entre les nombres  $A$ ,  $S$  et  $q$ , qui représentent le nombre des arêtes, des sommets et des contours indépendants du réseau, on a la relation générale

$$A - S + 1 = q,$$

à laquelle s'ajoute pour les réseaux réguliers considérés ici la relation

$$4S = 2A, \quad A = 2S,$$

et la première devient

$$S = q - 1.$$

Avec

$$A = 2(q - 1),$$

on obtient donc le tableau suivant des types possibles :

$q$	$S$	$A$	$N$
2	1	2	1
3	2	4	2
4	3	6	4
5	4	8	10
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

qui constitue une portion du tableau que nous avons donné dans une communication précédente sur les réseaux réguliers.

Considérons un échiquier de  $n^2$  cases et désignons les lignes et les colonnes par leurs numéros d'ordre; si l'on peut placer  $4n$  jetons sur les différentes cases, en sorte que la diagonale principale soit libre et que la distribution des jetons soit symétrique par rapport à cette diagonale principale, cette distribution de jetons peut être regardée comme correspondant, et d'une façon univoque, à un polymère du carbone de la formule  $C^n$ .

Il en est de même si certaines cases de la diagonale principale sont occupées par un couple de jetons, la condition générale de l'existence sur chacune des lignes de quatre jetons étant maintenue. (Il est inutile, en raison de la symétrie, de parler des colonnes.) Ce cas correspond à l'existence sur la représentation graphique du polymère  $C^n$  de boucles ou d'auto-liaisons.

La considération de ces auto-liaisons facilite considérablement la construction des différentes formes possibles pour les valeurs consécutives de  $n$ . La dernière colonne du tableau donné précédemment donne les premiers de ces nombres  $N$ .

*Séance du 10 janvier 1895.*

PRÉSIDENTE DE M. BLAREZ.

### **Sur un problème de stéréotomie;**

Par M. G. BRUNEL.

Une figure plane étant donnée; on s'est souvent proposé de la couper en morceaux qui, convenablement assemblés, reproduisent une figure de forme déterminée.

On connaît des démonstrations curieuses du théorème de Pythagore fondé sur la solution de la question précédente prise dans un cas particulier. (Voir par exemple: Hoffmann, *Der pythagorische Lehrsatz*; de Morgan, *Note on Euclid*, I, 47, *Quart. Journal*, 1857; Perigal, *On geometric dissections and transformations*, *Messengers*, 1873; ....)

D'autres cas particuliers du même problème général ont été parfois étudiés sous le nom de jeux de casse-tête. (Voir : Kelland, On superposition, *Trans. Ed.*, 1857 ; Busschop, Problèmes de géométrie, *Nouv. Corr. Math.*, 1876 ; de Coatpont, id., 1877 ; Brodie, Prof. Kelland's problem on superposition, *Trans. Ed.*, 1891 ; O. Ber, Some theorems in elementary geometry, *Proc. L. M. S.*, 1890 ; ....)

Dans l'espace, on emploie ce même procédé de *dissection* par exemple dans l'évaluation du volume du parallépipède oblique.

Nous nous sommes proposé de transformer un parallépipède rectangle en un cube et de reconnaître dans quelles conditions une telle transformation est possible.

Nous nous appuyons pour cela sur cette propriété connue qu'un rectangle peut être transformé en un carré par une dissection en trois morceaux, pourvu que le petit côté du rectangle soit plus grand que le quart du grand côté.

Soit ABCD un rectangle pour lequel on a  $AB > \frac{AD}{4}$  ; prenons sur le côté AD une longueur AX égale au côté du carré équivalent au rectangle donné et joignons BX ; prenons sur CB une longueur CY égale à AX, et par le point Y menons une parallèle au côté AB jusqu'au point de rencontre avec BX ; nous avons les trois morceaux avec lesquels on peut former le carré demandé.

Il est évident que nous pouvons inversement transformer un carré en un rectangle. Si le carré est de côté égal à l'unité, les côtés du rectangle seront  $\varphi$  et  $\frac{1}{\varphi}$ , où l'on a  $\varphi > \frac{1}{2}$ .

On peut également transformer un rectangle en un autre rectangle, et si  $a$  et  $b$  sont les côtés du rectangle initial, le rectangle final a ses côtés compris respectivement entre  $\frac{a}{2}$  et  $2a$  et entre  $2b$  et  $\frac{b}{2}$ .

En appliquant cette proposition à une face d'un cube et en faisant des sections dans le cube perpendiculairement à cette



face, on obtiendra un parallélipède à base rectangle de côtés  $p$ ,  $\frac{1}{p}$  et 1.

On peut alors opérer sur une des deux faces rectangulaires non encore employées, et les sections faites dans le parallélipède rectangle précédent donneront une série de morceaux fournissant, par un assemblage convenable, un parallélipède rectangle de côtés  $xyz$ , où l'on a

$$xyz = 1.$$

Mais les longueurs  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont par construction même comprises entre certaines limites qu'il n'est pas difficile de calculer. Nous nous contenterons d'énoncer le résultat :

Considérons la surface  $xyz = 1$ , son intersection avec les plans

$$\begin{array}{lll} x = \frac{1}{2}, & x = 1, & x = 2, \\ y = \frac{1}{2}, & y = 1, & y = 2, \\ z = \frac{1}{2}, & z = 1, & z = 2, \end{array}$$

détermine douze triangles curvilignes sur la surface tels que les points intérieurs à ces triangles répondent à des longueurs d'arêtes du parallélipède, pour lesquelles la dissection est possible au moins d'une façon, parfois de plusieurs. Pour des valeurs de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  répondant à des points extérieurs à cet ensemble de triangles, la construction ne peut pas être faite.

*Séance du 24 janvier 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BAYSSELLANCE.

M. le Président fait part à la Société de la perte douloureuse qu'elle vient de faire en la personne de M. de Batz-Trenquelléon, professeur au lycée de Bordeaux, chevalier de la Légion d'honneur, professeur d'un mérite partout reconnu, et qui avait su s'attirer l'estime de tous.

**Configurations tracées sur une surface fermée quelconque et ne possédant qu'un sommet et qu'une face;**

Par M. G. BRUNEL.

La relation d'Euler généralisée

$$F + S = A - \lambda$$

contient un nombre  $\lambda$  dont on connaît toute l'importance. Si  $\lambda$  est pair,  $\lambda = 2(p - 1)$ , et si la surface est à deux côtés,  $p$  est le genre de la surface; si  $\lambda$  est impair, la surface correspondante est nécessairement à un seul côté.

La plus petite valeur que l'on puisse donner aux nombres  $F$  et  $S$  est l'unité; on a alors pour déterminer le nombre des arêtes la relation

$$A = \lambda + 2.$$

Supposons que sur une surface on ait, à partir d'un point déterminé, tracé un nombre d'arêtes égal à  $\lambda + 2$  sans que l'on ait cessé d'avoir affaire à une aire connexe; la chose est possible, puisque par hypothèse la surface a le caractère  $\lambda$ .

De plus, l'aire à laquelle on est ainsi arrivé est simplement connexe, car autrement la surface aurait un caractère  $\lambda' > \lambda$ . Imaginons que l'on fasse des sections le long de ces arêtes, nous obtenons ainsi un polygone de  $2(\lambda + 2)$  côtés, que l'on peut déformer et appliquer par exemple sur un plan. Sur le polygone à  $2\lambda + 4$  côtés ainsi obtenu, il est nécessaire d'indiquer la correspondance entre les arêtes, et en fait non seulement en les affectant d'un même symbole, mais en indiquant en même temps, par des flèches par exemple, comment les deux bords d'une même section se rejoignaient avant que la section ne fût faite. Le polygone ainsi numéroté et pourvu de flèches sur les arêtes peut être considéré comme identique à la surface initiale.

Un polygone d'un nombre pair de côtés ayant des flèches et des numéros sur ces côtés, chaque numéro étant reproduit

deux fois et deux fois seulement dans l'ensemble, ne correspond cependant pas à une surface fermée déterminée.

C'est ce qu'il est facile de voir sur un exemple simple. Prenons  $\lambda = 0$ , le polygone est alors un quadrilatère; deux des côtés du quadrilatère doivent être marqués 1 et les deux autres marqués 2. Deux côtés consécutifs du quadrilatère ne peuvent avoir le même indice, car en supposant reliés deux à deux des côtés correspondants, on obtiendrait une surface ayant un point singulier au point que nous avons pris comme sommet, et nous supposerons que la surface ne présente point de telle singularité. La suite des côtés est donc nécessairement marquée 1 2 1 2.

Supposons le périmètre décrit par un mobile dans un sens déterminé; si ce mobile parcourt le côté  $a$  dans le sens indiqué par la flèche marquée sur ce côté, nous indiquerons ce côté par le symbole  $a^+$ ; nous prendrons le symbole  $a^-$  dans le cas contraire. Remarquons que l'on peut toujours représenter par un symbole affecté du signe  $+$  un côté que l'on rencontre pour la première fois; cela revient à choisir sur la surface primitive un sens sur l'arête en question.

Dans le cas présent, les seuls cas possibles sont dès lors

$$\begin{aligned} 1^+ 2^+ 1^+ 2^+ \\ 1^+ 2^+ 1^- 2^+ \\ 1^+ 2^+ 1^+ 2^- \\ 1^+ 2^+ 1^- 2^- \end{aligned}$$

Le premier symbole est inadmissible; il conduirait à l'existence de surfaces possédant des points singuliers.

Le troisième symbole est une forme spéciale du second, obtenu en permutant 1 et 2 et en changeant le sens choisi sur l'arête, et qui est alors devenue l'arête 2.

Il ne reste donc plus que deux symboles, qui sont par exemple

$$1^+ 2^+ 1^+ 2^-$$

et

$$1^+ 2^+ 1^- 2^-.$$

Dans le premier cas, la surface initiale est une surface à un seul côté.

Dans le second cas, on a une déformation du tore.

Nous pouvons remarquer que d'une façon générale le polygone de  $4p$  côtés, dont le symbole a pour expression

$$1^+ 2^+ 1^- 2^- 3^+ 4^+ 3^- 4^- : (2_{p-1})^+ (2_p)^+ (2_{p-1})^- (2_p)^-,$$

fournit, lorsqu'on réunit les côtés correspondants comme l'indiquent les exposants, la surface normale de genre  $p$  ou, comme on convient de le dire, le tore à  $p$  trous.

### **Note sur certains produits d'oxydation des huiles blondes de résine;**

Par M. CHENEVIER.

Dans deux communications précédentes, j'ai indiqué que les huiles blondes de résine pouvaient se modifier sous l'action de l'air sans prendre de réaction acide, et que ces huiles ainsi devenues visqueuses abandonnaient des produits insolubles dans la ligroïne lorsqu'on les traitait par ce dissolvant.

On peut arriver plus rapidement à rendre très visqueuses ces huiles de résine soit par chauffage en large surface à  $100^\circ$  pendant vingt-quatre heures, soit par chauffage à l'ébullition pendant trois heures avec de l'acide azotique étendu (densité, 1,10). Toutefois, dans ces deux opérations, la réaction est plus énergique; il se forme des produits acides, mais on les élimine facilement de la manière suivante. On lave la matière par cinq fois son poids de ligroïne; on dissout le résidu insoluble dans l'éther, et on lave la solution éthérée à plusieurs reprises par l'eau de chaux en excès. Pendant cette opération, il se précipite des sels de chaux insolubles. Enfin, on lave à l'eau la solution éthérée des acides formés, qui, abandonnée à l'évaporation à froid, fournit une matière pâteuse très épaisse présentant les mêmes caractères que la matière indiquée précédemment.

Voici la composition élémentaire de ce produit comparée à celle de l'huile qui a servi à la préparer :

	Produit insoluble de la ligroïne.	Huile de résine blonde.
Carbone.....	77,45 0/0	88,48 0/0
Hydrogène.....,	9,64 »	11,15 »
Oxygène.....	12,91 »	0,37 »

Ce corps présente, en outre, les caractères suivants :

Chauffé avec de la potasse alcoolique en excès, il brunit fortement et absorbe 7,60 pour 100 de son poids de KOH. (L'huile primitive, dans les mêmes conditions, absorbe 0,22 pour 100 seulement.)

Il réduit vivement à froid la solution ammoniacale d'azotate d'argent (réactif Tollens), alors que l'huile de résine lavée préalablement à la potasse alcoolique ne la réduit nullement.

Enfin, par oxydation ultérieure, ce corps fournit des acides.

On peut donc conclure qu'il se forme facilement par oxydation directe des carbures de l'huile blonde de résine des corps à fonction d'aldéhydes, probablement des acétones.

*Séance du 7 février 1895.*

PRÉSIDENTE DE M. BLAREZ.

### **Sur le tautochronisme;**

Par M. HADAMARD.

La solution du problème du tautochronisme peut se présenter sous la forme simple suivante :

Le point de tautochronisme étant supposé à l'origine des abscisses et la force étant désignée par

$$-m\varphi'(x) \quad [x > 0, \varphi'(x) > 0],$$

le temps mis par le mobile pour revenir de la position initiale  $x_0$  (ou  $x_0 > 0$ ) à l'origine sera

$$T = \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{\varphi(x_0) - \varphi(x)}};$$

cette intégrale aurait la valeur  $\frac{\pi}{2k}$  pour  $\varphi'x = 2k^2x$ .

Faisons sur la fonction  $\varphi'$  une hypothèse : admettons que la courbe  $y = \varphi'(x)$  n'a pas une infinité d'inflexions condensées dans le voisinage d'un de ses points, et particulièrement de l'origine.

Dans ces conditions, si l'on n'a pas identiquement  $\varphi'(x) = 2k^2x$ , on aura nécessairement, dans le voisinage de l'origine (par exemple de  $x = 0$  à  $x = \alpha$ ) l'une des deux inégalités :

$$(1) \quad \varphi'(x) > 2k^2x,$$

$$(2) \quad \varphi'(x) < 2k^2x.$$

Dès lors, pour  $x_0 < \alpha$  on aurait manifestement

$$T < \frac{\pi}{2k},$$

$$T > \frac{\pi}{2k},$$

suivant que l'inégalité (1) ou l'inégalité (2) serait vérifiée.

Donc, pour que l'on ait  $T = \frac{2\pi}{k}$  quel que soit  $x_0$ , on doit avoir

$$(3) \quad \varphi'(x) = 2k^2x$$

au moins de  $x = 0$  à  $x = \alpha$ .

Mais si, au delà de  $x = \alpha$ , l'une des inégalités (1), (2) avait lieu, on pourrait recommencer le même raisonnement, et l'on voit ainsi que l'égalité (3) doit être une identité.

### Sur certains systèmes d'équations aux différentielles totales;

Par M. HADAMARD <sup>(1)</sup>.

Un système de  $p$  équations linéaires aux différentielles totales

$$(S) \quad \begin{cases} A_1 dq_1 + A_2 dq_2 + \dots + A_{m+p} dq_{m+p} = 0, \\ B_1 dq_1 + \dots + B_{m+p} dq_{m+p} = 0, \\ L_1 dq_1 + \dots + L_{m+p} dq_{m+p} = 0, \end{cases}$$

---

(<sup>1</sup>) Cette Note peut être considérée comme une remarque relative au Mémoire *Sur les mouvements de roulement* (Mém. de la Soc. des Sc. phys. et nat. de Bordeaux, 4<sup>e</sup> série, t. V, 1895).

en considérant  $dq_1, dq_2, \dots, dq_{m+p}$  comme des coordonnées homogènes dans l'espace à  $m + p - 1$  dimensions, représente une multiplicité plane à  $m - 1$  dimensions. Mais cette multiplicité peut aussi être représentée par un système  $(\Sigma)$  d'équations tangentielles au nombre de  $m$ , à savoir les conditions que doivent remplir les coefficients (coordonnées tangentielles) d'un hyperplan à  $m + p - 2$  dimensions, pour que cet hyperplan contienne notre multiplicité. Deux systèmes linéaires tels que  $(S)$  et  $(\Sigma)$  peuvent être appelés, pour abrégé, *systèmes réciproques*.

Si l'on désigne les coordonnées tangentielles par  $\frac{\partial f}{\partial q_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial q_{m+p}}$ , le système  $(\Sigma)$  n'est autre que le système d'équations linéaires aux dérivées partielles qui détermine les intégrales du système  $(S)$ .

Cela posé, lorsque le système  $(S)$  représente les équations de liaison dans un problème de dynamique, on est conduit, ainsi qu'il est expliqué dans le Mémoire en question, à considérer spécialement dans le système  $(S)$  certaines combinaisons  $\mathcal{C}$  en nombre au moins égal à  $p - \frac{m(m-1)}{2}$ , et qui jouent un rôle particulier dans la formation des équations de Lagrange.

Or, si nous faisons intervenir le système  $(\Sigma)$ , le calcul des combinaisons  $\mathcal{C}$  se ramène à une théorie bien connue. Si, en effet, on veut appliquer au système  $(\Sigma)$  la méthode de Lie, on devra adjoindre aux équations  $E_1, E_2, \dots, E_m$  de ce système les crochets  $(E_i, E_k)$ , au nombre de  $\frac{m(m-1)}{2}$ . On obtient ainsi un nouveau système  $(\Sigma')$  de  $m + \lambda$  équations  $\left(0 \leq \lambda \leq \frac{m(m-1)}{2}\right)$ , sur lequel on devrait recommencer la même opération. Ici, au contraire, nous nous arrêterons au système  $(\Sigma')$  et nous en prendrons la *réciproque*  $(S')$ ; ce dernier se compose précisément des combinaisons  $\mathcal{C}$  cherchées.

On voit bien ainsi pourquoi le nombre de ces combinaisons est au moins de  $p - \frac{m(m-1)}{2}$ , et ne peut être de  $p$  que si le système  $(S)$  est intégrable.

---

Séance du 14 février 1895.

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

## Sur une congruence remarquable et sur un problème fonctionnel qui s'y rattache;

Par M. J. HADAMARD.

1. La congruence  $K$ , formée par les perpendiculaires communes aux génératrices du même système d'un hyperboloïde à une nappe, a été étudiée par M. Waelsch <sup>(1)</sup>. Cette congruence est d'ailleurs identique à la congruence bien connue que forment les axes centraux d'un réseau de complexes linéaires <sup>(2)</sup>, la congruence des axes du réseau réciproque étant la congruence analogue  $K'$ , construite à l'aide du second système de génératrices que présente l'hyperboloïde donné.

En particulier, *une droite quelconque appartenant à l'une des deux congruences coupe toutes celles de l'autre auxquelles elle est perpendiculaire*. M. Waelsch a remarqué que ces dernières forment un conoïde du troisième ordre à droite double. Mais on voit immédiatement que ce conoïde n'est autre que le conoïde de Plücker, ou cylindroïde, puisque les complexes correspondants forment un faisceau; de sorte que le cylindroïde peut être considéré comme engendré de la façon suivante :

Ayant pris un hyperboloïde  $H$ , son cône asymptote  $C$  et une droite  $D$  issue du centre, on mènera par  $D$  un plan variable  $P$  qui coupera le cône suivant deux génératrices, parallèles à deux génératrices du premier système  $G, G'$  de l'hyperboloïde donné. La perpendiculaire commune à  $G, G'$  décrit le cylindroïde quand le plan  $P$  tourne autour de la droite  $D$ .

2. La congruence  $K$  comprend, comme on le voit, une double infinité de conoïdes, l'axe de l'un de ces conoïdes étant une droite quelconque de la congruence  $K'$ .

---

<sup>(1)</sup> *Sitzungsberichte Akad. Wien.*, t. XCV, p. 781; 1887.

<sup>(2)</sup> Voir Demoulin, *Bull. de la Soc. Math. de France*, t. XXI.



Cette propriété remarquable caractérise, ainsi qu'on peut le reconnaître, les congruences  $K$  et  $K'$ .

Cherchons en effet deux congruences telles que les droites de l'une coupent toutes celles de l'autre qui leur sont perpendiculaires.

En excluant le cas facilement discutable où les droites d'une des congruences n'ont qu'un nombre simplement infini de directions, de sorte que chacune d'elles soit parallèle à une infinité d'autres, et désignant par  $a, b, c, L, M, N$  les coordonnées d'une droite de  $K$ , par  $\alpha, \beta, \gamma, \mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$  les coordonnées d'une droite de  $K'$ , les équations des deux congruences pourront s'écrire

$$(1) \begin{cases} L = f(a, b, c), \\ M = g(a, b, c), \\ N = h(a, b, c), \end{cases} \quad (2) \begin{cases} \mathfrak{L} = \varphi(\alpha, \beta, \gamma), \\ \mathfrak{M} = \psi(\alpha, \beta, \gamma), \\ \mathfrak{N} = \chi(\alpha, \beta, \gamma), \end{cases}$$

et nous aurons à résoudre le problème fonctionnel suivant :

*Trouver les six fonctions  $f, g, h, \varphi, \psi, \chi$ , les unes aux variables  $a, b, c$ , les autres aux variables  $\alpha, \beta, \gamma$ , telles que l'égalité*

$$(3) \quad \begin{cases} \alpha f(a, b, c) + \beta g(a, b, c) + \gamma h(a, b, c) \\ + a\varphi(\alpha, \beta, \gamma) + b\psi(\alpha, \beta, \gamma) + c\chi(\alpha, \beta, \gamma) = 0, \end{cases}$$

*soit une conséquence de*

$$(4) \quad ax + b\beta + c\gamma = 0.$$

En outre, ces fonctions devront :

- (I) Être homogènes et du premier degré ;
- (II) Satisfaire aux identités

$$\begin{aligned} af(a, b, c) + bg(a, b, c) + ch(a, b, c) &= 0, \\ \alpha\varphi(\alpha, \beta, \gamma) + \beta\psi(\alpha, \beta, \gamma) + \gamma\chi(\alpha, \beta, \gamma) &= 0. \end{aligned}$$

Mais nous ne ferons pas tout d'abord usage de ces deux conditions pour déterminer les fonctions cherchées.

3. En vertu de la condition (4), on ne trouble pas l'égalité (3) en remplaçant respectivement  $f, g, h$  par  $f - aU, g - bU, h - cU$ , où  $U$  est n'importe quelle fonction de  $a, b, c$ .

Moyennant ce changement, nous pouvons toujours supposer que la condition (I) est vérifiée, c'est-à-dire que les fonctions  $f, g, h$ , par exemple, sont homogènes et du premier degré; car la donnée même de la question montre que la quantité

$$\alpha f\left(a, b, \frac{-a\alpha - b\beta}{\gamma}\right) + \beta g\left(a, b, \frac{-a\alpha - b\beta}{\gamma}\right) + \gamma h\left(a, b, \frac{-a\alpha - b\beta}{\gamma}\right)$$

est homogène et du premier degré par rapport à  $a, b, c$ . En lui appliquant le théorème d'Euler, on voit que

$$\begin{aligned} \alpha \left( a \frac{\partial f}{\partial a} + b \frac{\partial f}{\partial b} + c \frac{\partial f}{\partial c} - f \right) + \beta \left( a \frac{\partial g}{\partial a} + b \frac{\partial g}{\partial b} + c \frac{\partial g}{\partial c} - g \right) \\ + \gamma \left( a \frac{\partial h}{\partial a} + b \frac{\partial h}{\partial b} + c \frac{\partial h}{\partial c} - h \right) \end{aligned}$$

est nul moyennant la condition (4). On peut donc poser

$$\begin{aligned} a \frac{\partial f}{\partial a} + b \frac{\partial f}{\partial b} + c \frac{\partial f}{\partial c} - f &= aV, \\ a \frac{\partial g}{\partial a} + b \frac{\partial g}{\partial b} + c \frac{\partial g}{\partial c} - g &= bV, \\ a \frac{\partial h}{\partial a} + b \frac{\partial h}{\partial b} + c \frac{\partial h}{\partial c} - h &= cV. \end{aligned}$$

Si nous considérons alors les fonctions  $f - aU, g - bU, h - cU$ , nous voyons que ces fonctions sont homogènes et du premier degré pourvu que  $U$  vérifie l'équation aux dérivées partielles

$$a \frac{\partial U}{\partial a} + b \frac{\partial U}{\partial b} + c \frac{\partial U}{\partial c} = V,$$

et l'on peut opérer de même sur  $\varphi, \psi, \chi$ .

4. La condition (I) étant par conséquent supposée remplie, si nous faisons  $b = c = 0$ , les fonctions  $g, h$  deviendront proportionnelles à  $a$  et pourront être remplacées par  $\lambda_1^2 a, \lambda_1^3 a$  (où  $\lambda_1^2, \lambda_1^3$  sont deux constantes). Faisant alors  $a = 0$ , afin de satisfaire à l'équation (4), l'équation (3) devient

$$\varphi(0, \beta, \gamma) = -\lambda_1^2 \beta - \lambda_1^3 \gamma.$$

Et de même (les  $\lambda$  étant constants)

$$\begin{aligned}\psi(\alpha, 0, \gamma) &= -\lambda_2^1 \alpha - \lambda_2^2 \gamma, \\ \chi(\alpha, \beta, 0) &= -\lambda_3^1 \alpha - \lambda_3^2 \beta.\end{aligned}$$

Cela posé, dans l'équation (3), faisons  $\alpha=0$ ,  $\beta=c$ ,  $\gamma=-b$ . Il vient

$$cg - bh - ac\lambda_1^2 + ab\lambda_1^3 + c\psi(0, c, -b) - b\chi(0, c, -b) = 0.$$

Et de même

$$\begin{aligned}ah - cf - ba\lambda_2^3 + bc\lambda_2^1 + a\chi(-c, 0, a) - c\varphi(-c, 0, a) &= 0, \\ bf - ag - cb\lambda_3^1 + ca\lambda_3^2 + b\varphi(b, -a, 0) - a\psi(b, -a, 0) &= 0.\end{aligned}$$

Ces équations, considérées comme déterminant les inconnues  $f, g, h$ , ne sont compatibles que si, en les multipliant par  $a, b, c$  respectivement et ajoutant, on trouve identiquement 0. Or, en posant

$$\frac{b}{a} = x, \quad \frac{c}{b} = y,$$

l'homogénéité des fonctions  $\varphi, \chi, \psi$  permet d'écrire

$$\begin{aligned}c\psi(0, c, -b) - b\chi(0, c, -b) &= bcF(y), \\ a\chi(-c, 0, a) - c\varphi(-c, 0, a) &= acG(xy), \\ b\varphi(b, -a, 0) - a\psi(b, -a, 0) &= abH(x),\end{aligned}$$

moeynant quoi la condition obtenue devient, en divisant par  $abc$ ,

$$\frac{\lambda_1^2}{x} - \frac{\lambda_1^3}{xy} + \frac{\lambda_2^3}{y} - \lambda_2^1 x + \lambda_3^1 xy - \lambda_3^2 y = F(y) + G(xy) + H(x),$$

équation fonctionnelle dont la solution la plus générale est

$$\begin{aligned}F(y) &= \frac{\lambda_2^3}{y} - \lambda_2^2 y + t \log y + \lambda_2^1 - \lambda_2^2, \\ G(xy) &= \lambda_3^1 xy - \frac{\lambda_1^3}{xy} - t \log xy + \lambda_1^1 - \lambda_3^2, \\ H(x) &= \frac{\lambda_1^2}{x} - \lambda_3^1 x + t \log x + \lambda_2^2 - \lambda_1^1,\end{aligned}$$

$t, \lambda_1^1, \lambda_2^2, \lambda_3^3$  étant quatre constantes dont les trois dernières ne sont déterminées que par leurs différences mutuelles.

Les équations en  $f, g, h$ , prenant alors la forme

$$cg - bh - ac\lambda_1^2 + ab\lambda_1^3 + \lambda_2^3 b^2 - \lambda_3^3 c^2 + (\lambda_2^2 - \lambda_3^2)bc + tbc \log \frac{c}{b} = 0,$$

$$ah - cf - ba\lambda_2^3 + bc\lambda_2^1 + \lambda_3^1 c^2 - \lambda_1^1 a^2 + (\lambda_1^1 - \lambda_3^3)ca + tca \log \frac{c}{a} = 0,$$

$$bf - ag - cb\lambda_3^1 + ca\lambda_3^2 + \lambda_1^2 a^2 - \lambda_2^2 b^2 + (\lambda_2^1 - \lambda_1^1)ab + tab \log \frac{a}{b} = 0,$$

donnent

$$f = \lambda_1^1 a + \lambda_1^1 b + \lambda_2^1 c + ta \log \frac{a}{p} - aU,$$

$$g = \lambda_1^2 a + \lambda_2^2 b + \lambda_3^2 c + ta \log \frac{b}{p} - bU,$$

$$h = \lambda_1^3 a + \lambda_2^3 b + \lambda_3^3 c + tc \log \frac{c}{p} - cU.$$

P étant une fonction homogène du premier degré, U une fonction homogène et de degré 0. Mais, après avoir écrit des expressions analogues pour  $\varphi, \psi, \chi$ , on constate que  $t$  doit être nul, sans quoi la relation (3) serait nécessairement transcendante et ne saurait résulter de la relation algébrique (4). Les expressions de  $f, g, h$  sont ainsi déterminées.

Si maintenant l'on tient compte de la condition (II), on fera

$$U = \frac{\lambda_1^1 a^2 + \lambda_2^2 b^2 + \lambda_3^3 c^2 + (\lambda_2^2 + \lambda_3^2)bc + (\lambda_1^1 + \lambda_3^1)ca + (\lambda_2^1 + \lambda_1^1)ab}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Or, dans ces conditions, la congruence

$$L = \lambda_1^1 a + \lambda_2^1 b + \lambda_3^1 c - aU,$$

$$M = \lambda_1^2 a + \lambda_2^2 b + \lambda_3^2 c - bU,$$

$$N = \lambda_1^3 a + \lambda_2^3 b + \lambda_3^3 c - cU,$$

n'est autre que la congruence K correspondant au réseau dérivé des trois complexes

$$(5) \quad L = \lambda_1^1 a + \lambda_2^1 b + \lambda_3^1 c,$$

$$(6) \quad M = \lambda_1^2 a + \lambda_2^2 b + \lambda_3^2 c,$$

$$(7) \quad N = \lambda_1^3 a + \lambda_2^3 b + \lambda_3^3 c.$$

## Sur un problème de partitions;

Par M. G. BRUNEL.

Dans l'étude de la représentation symbolique du résultant de deux équations, M. Hadamard a rencontré la question suivante :

Deux séries de  $n$  points,  $1, 2, 3, \dots, n$  et  $1', 2', 3', \dots, n'$ , sont telles que de chacun des points de chaque série partent deux arêtes aboutissant à deux points ou à un seul point de l'autre série; quel est le nombre des configurations distinctes correspondant à une valeur déterminée de  $n$ ?

Deux configurations sont considérées comme identiques lorsque, par des permutations opérées sur les chiffres  $1, 2, 3, \dots, n$  et  $1', 2', 3', \dots, n'$  de la seconde figure, on peut déduire de la seconde configuration une configuration où les liaisons se succèdent dans l'ordre offert par la première configuration.

Les polygones qui figurent dans une configuration sont tous d'un nombre pair de côtés, et relativement à un nombre  $n$  il peut y avoir des 2-gones, par exemple lorsque le point 1 est relié par deux traits à un chiffre accentué, au point  $1'$ , des 4-gones, etc., des  $2p$ -gones si  $p \leq \frac{n}{2}$ , un  $2q$ -gone si  $q > \frac{n}{2}$  et enfin un  $2n$ -gone.

La configuration à  $2k$  sommets contenant un  $2k$ -gone est unique. En effet, un sommet de la première série pris au hasard peut être affecté du chiffre 1. Ce sommet 1 est relié à deux sommets accentués; l'un d'eux recevra la dénomination de  $2'$ . Le sommet  $2'$  est relié à un sommet non accentué différent de 1; c'est celui que nous appellerons 2.

Nous continuerons ainsi en rencontrant successivement les sommets  $1\ 2'\ 2\ 3'\ 3\ \dots\ k'\ k\ 1'$ , sans être revenu au point initial, puisque par hypothèse nous avons affaire à un  $2k$ -gone. Le point  $1'$  ne peut être relié à aucun des sommets  $2, 3, 4, \dots, k$ , d'où partent les deux seules arêtes nécessaires; il est nécessairement relié à 1. Le  $2k$ -gone se ferme, et nous avons donné à ses sommets consécutifs des dénominations particulières.

Toute autre dénomination résulterait de celle-là par des permutations convenables.

Relativement à un nombre  $n$  quelconque, la configuration peut être considérée comme résultant en général de la juxtaposition de plusieurs polygones de  $2k_1, 2k_2, \dots, 2k_r$  côtés, où l'on a

$$k_1 + k_2 + \dots + k_r = n.$$

Au nombre  $k_i$  répond un polygone et un seul, et de même pour tous les autres nombres  $k$ . L'ordre dans lequel on écrit les nombres  $k$  est d'ailleurs indifférent dans les conditions où nous nous sommes placé, et l'on peut alors supposer que ces nombres sont arrangés par ordre croissant ou tout au moins non décroissant.

A une configuration donnée correspond un symbole déterminé

$$k_1 k_2 \dots k_r,$$

et à un symbole de cette nature correspond une configuration déterminée. Un symbole qui contient  $r$  quantités  $k$  égales ou inégales sera d'indice  $r$ ; on pourra également parler des configurations d'indice  $r$ .

Nous allons voir comment on peut former les diverses configurations pour les différents indices. Nous désignerons par  $h_{nr}$  le nombre des configurations relatives au nombre  $n$  et d'indice  $r$ .

Si  $r$  est égal à 1, on a évidemment  $k_1 = n$ , et il résulte de ce qui a été dit précédemment que l'on a

$$k_{n1} = 1,$$

quel que soit  $n$ .

Si  $r$  est égal à  $n$ , on a évidemment  $k_1 = k_2 = \dots = k_n = 1$ , et il n'y a encore ici qu'une seule configuration représentée symboliquement par  $\overbrace{11 \dots 1}^n$  ou plus simplement par  $1^n$ ; c'est l'ensemble des  $n$  2-gones formés par exemple de doubles traits  $11', 22', \dots, nn'$ . On a encore ici

$$h_{nn} = 1.$$

Il est évident d'ailleurs que  $r$  ne peut être supérieur à  $n$ . Nous pouvons donc écrire

$$h_{np} = 0, \quad p > n.$$

Supposons maintenant  $r$  quelconque inférieur à  $n$ . Retrançons 1 de chacune des quantités  $k$  qui figurent dans un symbole relatif à une configuration déterminée, nous en déduirons un symbole

$$(k_1 - 1)(k_2 - 1) \dots (k_r - 1),$$

pour lequel la somme des chiffres qui figurent dans le symbole nouveau est égale à

$$k_1 + k_2 + \dots + k_r - r = n - r,$$

que l'on peut donc considérer comme répondant à une configuration relative au nombre  $n - r$ . Quelques-uns des nombres  $k_1, k_2, \dots$  peuvent d'ailleurs être nuls, en sorte que l'indice peut prendre les valeurs 1, 2, 3, ...; la valeur supérieure de l'indice est d'ailleurs  $r$  ou bien  $n - r$ ; si  $n - r$  était plus petit que  $r$ , il suffirait, il est vrai, de prendre  $n - r$  comme limite supérieure de l'indice, mais nous pouvons en tout cas conserver  $r$  comme limite supérieure de l'indice, puisque nous savons que  $h_{n-r, r'} = 0$  pour  $r' > n - r$ .

Les symboles relatifs au nombre  $n$  et à l'indice  $r$  se déduisent donc et d'une façon univoque des symboles relatifs au nombre  $n - r$  et aux indices variant de 1 à  $r$ . La réciproque a lieu évidemment. Il est facile de voir comment se déduisent les unes des autres les configurations correspondantes.

Il résulte de ce qui précède la relation générale suivante entre les quantités  $h$  :

$$h_{n,r} = h_{n-r,1} + h_{n-r,2} + \dots + h_{n-r,r},$$

et si nous remarquons que, en changeant  $n$  en  $n - 1$  et  $r$  en  $r - 1$ , on obtient

$$h_{n-1, r-1} = h_{n-r,1} + h_{n-r,2} + \dots + h_{n-r, r-1}$$

la relation précédente devient simplement

$$h_{n,r} = h_{n-1,r-1} + h_{n-r,r},$$

qui permet de former très facilement un tableau des quantités  $h$ .

En désignant par  $H_n$  le nombre des configurations distinctes relatives à  $n$ , on a

$$H_n = \sum_{r=1}^n h_{n,r}.$$

Nous donnons le tableau des premières valeurs de  $h$  et de  $H$ .

$h =$	$r =$																				$H =$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1	1																				1
2	1	1																			2
3	1	1	1																		3
4	1	2	1	1																	5
5	1	2	2	1	1																7
6	1	3	3	2	1	1															11
7	1	3	4	3	2	1	1														15
8	1	4	5	5	3	2	1	1													22
9	1	4	7	6	5	3	2	1	1												30
$n = 10$	1	5	8	9	7	5	3	2	1	1											42
11	1	5	10	11	10	7	5	3	2	1	1										56
12	1	6	12	15	13	11	7	5	3	2	1	1									77
13	1	6	14	18	18	14	11	7	5	3	2	1	1								101
14	1	7	16	23	23	20	15	11	7	5	3	2	1	1							135
15	1	7	19	27	30	26	21	15	11	7	5	3	2	1	1						176
16	1	8	21	34	37	35	28	22	15	11	7	5	3	2	1	1					231
17	1	8	24	39	47	44	38	29	22	15	11	7	5	3	2	1	1				297
18	1	9	27	47	57	58	49	40	30	22	15	11	7	5	3	2	1	1			385
19	1	9	30	54	70	71	65	52	41	30	22	15	11	7	5	3	2	1	1		490
20	1	10	33	64	84	90	82	70	54	42	30	22	15	11	7	5	3	2	1	1	628
	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	...

La méthode précédente offre l'avantage de montrer nettement comment on peut déduire sans répétition les configurations relatives à un nombre déterminé des configurations d'ordre inférieur. Ici encore, comme cela nous est arrivé bien souvent en topologie, l'énumération des cas possibles résulte immédiatement de leur représentation par des symboles qui suppléent à leur construction effective, et qui, d'ailleurs, fourniraient cette construction si on la jugeait nécessaire.



Séance du 21 février 1895.

PRÉSIDENCE DE M. DROGUET.

## Sur le problème des alignements;

Par M. G. BRUNEL.

Dans l'*Educational Times*, Cayley et plus particulièrement Sylvestre ont posé une série de questions (voir par exemple les questions 2473, 2572, 2589, 2656, 3019 et 3708) où il s'agissait, sous une forme pratique, de planter un certain nombre d'arbres en sorte que ces arbres soient distribués en même nombre sur une série de lignes. Il s'agissait, par exemple, de ranger

9 arbres 3 à 3 sur un nombre de rangées égal à			9
10	3 à 3		10
800	3 à 3		81
50	6 à 6		28, etc.

Si l'on exige, en outre, que chacun des arbres soit situé sur un même nombre des rangées qui figurent dans le problème, la question devient celle des configurations dont se sont occupés avec succès Reye, Kantor, Schubert, Véronèse, Caporali et surtout Jan de Vries.

Le mot configuration ayant été employé dans un sens plus général, nous croyons devoir conserver le nom de problème d'*alignement* au problème posé par Sylvestre. Les alignements dont se sont occupés Kantor et Jan de Vries, par exemple, sont des alignements *réguliers*.

Nous nous proposons ici de montrer la liaison du problème des alignements réguliers et de la question des systèmes de *v*-ades, en nous limitant au cas des triades de 9 éléments. L'examen d'un nombre d'éléments supérieur à 9, assemblés en nombre supérieur à 3, conduit à des calculs qui ne peuvent trouver place ici.

Si l'on considère 9 éléments que nous représenterons par les chiffres 1, 2, 3, ..., 9, on peut former un système de triades

contenant toutes les duades, et chacune d'elles une seule fois ; une des formes que l'on peut donner à ce synthème est la suivante :

1 2 3	1 4 5	1 6 7	1 8 9	} A
4 7 8	2 7 9	2 5 8	2 4 6	
5 6 9	3 6 8	3 4 9	3 5 7	

et l'on sait que tout synthème de triades de 9 éléments peut être, par une permutation convenablement choisie effectuée sur les neuf éléments 1, 2, 3, ..., 9 qui la composent, ramenée à cette forme.

Le synthème A peut être appelé un synthème *complet* si l'on tient compte de ce qu'il contient toutes les duades qui peuvent être formées avec les 9 éléments que l'on considère.

Il existe des synthèmes qui n'épuisent pas toutes les duades, mais tels cependant que l'on ne peut former aucune triade avec les duades non employées dans les systèmes de triades.

Cela a lieu par exemple pour la suite de triades

1 4 5	2 4 6	3 4 9	} B
1 6 7	2 7 9	3 5 7	
1 8 9	2 3 8	5 6 8	

d'où sont exclues les duades

1 2 , 1 3 , 2 5 , 3 6 , 5 9 et 6 9 ;

on ne peut, en effet, former aucune triade avec ces 6 duades.

Il en est de même de la suite

1 4 5	2 3 5	3 7 8	} C
1 6 7	2 4 6	3 4 9	
1 8 9	2 7 9	5 6 8	

où n'apparaît aucune des duades

1 2 , 1 3 , 2 8 , 3 6 , 4 7 , 4 8 , 5 7 , 5 9 et 6 9 ;

on ne peut d'ailleurs avec ces 9 duades former aucune triade.

A ces trois systèmes différents A, B et C correspondent les trois configurations (3,3) données par Kantor dans les *Sitzungsberichte* de Vienne (t. LXXXIV).

Relativement au système A, son existence pourrait faire supposer qu'il existe un système de neuf points situés 3 à 3 sur douze droites, chacun des points étant situé sur quatre droites. On sait, par la théorie des courbes du troisième ordre, que cela ne peut avoir lieu lorsque les points sont réels. Le tableau A permet d'établir simplement le fait que si neuf points sont trois à trois en ligne droite, il y en a six qui sont nécessairement imaginaires.

Considérons, en effet, les chiffres 1, 2, 3, ..., 9 comme représentant des points, et l'existence d'une triade comme indiquant que les trois points qui y apparaissent sont en ligne droite. Négligeons tout d'abord les trois droites qui par exemple apparaissent dans la première colonne du tableau A. Les trois droites de la seconde colonne forment un triangle dont chaque côté contient trois des neuf points. Nous prenons ce triangle pour triangle de référence, la ligne 145 comme côté  $x$ , la ligne 368 comme côté  $y$  et la ligne 279 comme côté  $z$ .

En prenant arbitrairement les points 1, 3, 6 et 8, les autres points s'en déduisent; la droite 18 donne le point 9; la droite 93 donne le point 4; 46 donne le point 2; 28 donne le point 5; 53 donne le point 7, et 76 va passer par le point 1, comme on le sait, par la propriété de Pascal pour six points d'une conique, conique réduite ici à deux des trois droites que nous avons choisies.

Si on se donne les coordonnées des points

	1	3	6	8
$x$	0	$x_3$	$x_6$	$x_8$
$y$	$y_1$	0	0	0
$z$	$z_1$	$z_3$	$z_6$	$z_8$

on en déduit immédiatement les coordonnées des cinq autres points

	9	4	2	5	7
$x$	$z_1 y_8$	0	$z_1 z_3 x_6 x_8$	0	$z_1 x_6$
$y$	$-z_8 y_1$	$x_3 z_8 y_1$	$-z_6 z_8 x_5 y_1$	$z_6 y_1 x_3$	$-z_6 y_1$
$z$	0	$z_1 z_3 x_8$	0	$z_1 z_3 x_6$	0

En écrivant maintenant que les points 1, 2, 3, les points 4, 7, 8 et les points 5, 6, 9 sont respectivement en ligne droite, on a les conditions

$$\begin{aligned} y_1 z_1 (z_3^2 x_6 x_8 - x_8^2 z_6 z_8) &= 0, \\ z_1 z_3 y_1 (z_8^2 x_3 x_6 - x_8^2 z_3 z_6) &= 0, \\ z_1 y_1 (z_6^2 x_3 x_8 - x_6^2 z_3 z_8) &= 0. \end{aligned}$$

Les cas  $y_1 = 0$ ,  $z_1 = 0$  ou  $z_3 = 0$  ne fournissent aucune solution acceptable. Les conditions précédentes deviennent, en posant  $\frac{z_i}{x_i} = \lambda_i$ :

$$\lambda_3^2 = \lambda_6 \lambda_8, \quad \lambda_8^2 = \lambda_3 \lambda_6, \quad \lambda_6^2 = \lambda_8 \lambda_3.$$

Une de ces équations peut fort bien être satisfaite, les neuf points étant réels.

Si deux de ces équations sont satisfaites, la troisième l'est identiquement, ce qui constitue un théorème. Mais alors on a par exemple

$$\lambda_3^3 = \lambda_8^3.$$

On ne peut pas prendre  $\lambda_3 = \lambda_8$ , car on aurait alors  $\lambda_6 = \lambda_8$ ; le point 3, 6 et 8 coïncideraient. On a donc

$$\lambda_3 = \rho, \quad \lambda_8 = \alpha \rho, \quad \lambda_6 = \alpha^2 \rho$$

ou toute autre combinaison résultant d'une permutation faite sur les indices 3, 6 et 8,  $\rho$  étant une quantité réelle et  $\alpha$  étant une racine imaginaire de l'unité. Le point 1 étant réel, dans la combinaison choisie, les points 2 et 3 sont réels; les six autres points sont imaginaires.

Relativement au tableau B, il se présente quelque chose d'analogue; on peut distribuer neuf points réels sur neuf droites représentées par les neuf triades des trois premières

colonnes, mais alors les points 4, 7, 8 ne sont jamais en ligne droite.

Pour le tableau C, on peut encore choisir neuf points réels répondant aux conditions assignées par sa constitution.

*Séance du 7 mars 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

La Société, d'après le rapport de sa Commission des finances, adopte le projet de budget suivant pour l'exercice 1895-96 :

Frais de recouvrement.....	F.	70
Frais de convocation.....		50
Frais de correspondance .....		150
Entretien .....		300
Impression du Catalogue .....		200
Achat de livres pour compléter la collection.		200
Reliure .....		500
Impression .....		5,000
<b>TOTAL.....</b>	<b>F.</b>	<b>6,470</b>

M. l'Archiviste demande à être autorisé à exposer l'ensemble des publications de la Société à la XIII<sup>e</sup> Exposition de Bordeaux.

### **Sur les duades formées avec un nombre pair d'éléments;**

Par M. G. BRUNEL.

Dans le *Philosophical Magazine* (t. XXIV, p. 285-296, 1844), Sylvestre a appelé *synthème de 2p éléments* un ensemble de  $p$  duades distinctes comprenant tous les  $2p$  éléments. Considérons, par exemple, le tableau suivant :

$$\begin{array}{ccccc}
 a & & c & & e \\
 & b & & d & & f \\
 a & & c & & e \\
 & d & & f & & b \\
 a & & d & & f \\
 & c & & e & & b
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc}
 a & & b & & c \\
 & f & & d & & e \\
 a & & d & & b \\
 & e & & f & & c
 \end{array}$$

et supposons qu'une lettre placée sur la partie supérieure de la ligne soit reliée à la lettre qui se trouve sur la demi-ligne inférieure et qui vient immédiatement après, et forme avec elle une duade, chacune des lignes du tableau constitue alors un synthème des six éléments  $a, b, c, d, e, f$ . L'ensemble des cinq lignes comprend toutes les duades que l'on peut former avec six éléments. C'est un *total synthématique pour le module 6*.

Dans un synthème, l'ordre des éléments qui apparaissent dans une duade et l'ordre des éléments qui constituent le synthème sont indifférents.

Il est facile de former les différents synthèmes relatifs à un module donné  $2p$ . Supposons que l'on représente les éléments par les chiffres consécutifs  $1, 2, 3, \dots, 2p$ , l'élément 1 doit apparaître avec l'un des  $2p - 1$  autres éléments, et si nous prenons une duade  $1_2$  par exemple, les duades qui avec elle constituent un synthème déterminent un synthème de module  $2(p - 1)$  dont les éléments sont  $3, 4, \dots, 2p$ . Par suite, on a, en désignant par  $N_{2p}$  le nombre des synthèmes distincts du module  $2p$ ,

$$N_{2p} = (2p - 1) N_{2(p-1)},$$

ce qui donne

$$N_{2p} = 1.3.5.7 \dots (2p - 1),$$

et nous voyons en même temps comment on peut écrire ces synthèmes qui sont tous différents.

Ainsi, pour le module 6, nous avons :

1	3	5	1	2	5	1	2	5	1	2	4	1	2	4
2	4	6	3	4	6	4	3	6	5	3	6	6	3	5
1	3	4	1	2	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	5	6	3	5	6	4	5	6	5	4	6	6	4	5
1	3	4	1	2	4	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	6	5	3	6	5	4	6	5	5	6	4	6	5	4

Si l'on suppose écrits à la suite les uns des autres tous les synthèmes relatifs à un module donné, en séparant deux synthèmes par le signe +, nous aurons ce que nous appelons la *somme* des synthèmes. Élevons cette somme au carré en considérant comme nul un produit de deux facteurs qui ont en commun une duade, et nous obtiendrons tous les couples de synthèmes à duades distinctes. On obtiendrait de même les ensembles de  $q$  synthèmes à duades différentes.

Si  $q$  est supérieur à  $2p - 1$ , la puissance  $q^{\text{ième}}$  de la somme ne contiendra aucun élément, nous pourrions dire qu'elle est nulle. En effet, le nombre total des duades est égal à  $\frac{2p(2p-1)}{2} = p(2p-1)$  et chaque synthème contient  $p$  duades; il y a donc au plus  $2p - 1$  synthèmes qui peuvent être associés.

La puissance  $(2p - 1)^{\text{ième}}$  de la somme des synthèmes fournira donc les totaux synthématiques. Deux totaux synthématiques distincts ne sont considérés comme essentiellement différents que si l'on ne peut, par aucune substitution effectuée sur les éléments, ramener la seconde à être identique à la première.

Pour  $2p = 2, 4$  et  $6$ , il n'y a qu'une forme de total synthématique.

Pour  $2p = 8$ , il y en a 6 qui sont les suivantes :

1 3 5 7 2 4 6 8	1 3 5 7 2 4 6 8	< 1 3 5 7 2 4 6 8
1 2 5 6 3 4 7 8	1 2 5 6 3 4 7 8	1 2 5 6 3 4 7 8
1 2 5 6 4 3 8 7	1 2 5 6 4 3 8 7	1 2 5 6 4 3 8 7
1 2 3 4 5 6 7 8	1 2 3 4 5 6 7 8	1 2 3 4 5 6 7 8
1 2 3 4 6 5 8 7	1 2 3 4 6 5 8 7	1 2 3 4 6 7 5 8
1 2 3 4 7 8 5 6	1 2 3 4 7 8 6 5	1 2 3 4 7 8 6 5
1 2 3 4 8 7 6 5	1 2 3 4 8 7 5 6	1 2 3 4 8 5 7 6

1 3 5 7	1 3 5 7	1 3 5 7
2 4 6 8	2 4 6 8	2 4 6 8
1 2 5 6	1 2 5 6	1 2 4 6 8
3 4 7 8	3 4 7 8	3 5 7 8
1 2 5 6	1 2 3 6	1 2 3 5
4 3 8 7	4 5 8 7	4 6 8 7
1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
5 7 8 6	5 7 6 8	5 8 7 6
1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
6 8 7 5	6 8 7 5	6 7 5 8
1 2 3 4	1 2 4 5	1 2 3 5
7 5 6 8	7 3 6 8	7 4 6 8
1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 4 6
8 6 5 7	8 6 5 7	8 3 5 7

qui admettent respectivement, par les permutations effectuées sur les huit éléments, un nombre de déterminations égal à

30, 630, 420, 2520, 1680, 960.

Il nous est alors facile de former avec les tableaux précédents des fonctions de 8 lettres ayant respectivement 30, 630, 420, 2520, 1680 et 960 valeurs.

Le premier des totaux synthématiques précédents peut être immédiatement généralisé et fournit un résultat de Mathieu : il existe des fonctions de  $2^n$  lettres ayant un nombre de valeurs égal à

$$\frac{(2^n - 3)!}{2^{\frac{(n-2)(n+1)}{2}} \prod_{k=1}^{n-2} (2^k - 1)}.$$

*Séance du 21 mars 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

### **Quelques analyses chimiques par Homéotropie;**

Par M. GOSSART.

L'auteur s'excuse d'apporter à la Société des résultats qui ne sont pas inédits; il ne le fait que sur l'invitation bienveillante de plusieurs membres qui lui ont demandé à la dernière séance de présenter quelques expériences d'homéotropie; il



espère démontrer ultérieurement l'utilité pratique de cette méthode, sur des cas nouveaux et inédits où les méthodes chimiques sont incommodes ou insuffisantes.

L'homéotropie est une méthode générale d'analyse des mélanges liquides par roulement de gouttes. Ce procédé repose sur les lois du roulement des gouttes liquides à la surface d'un liquide, phénomène analogue à la caléfaction (*C. R.* du 26 octobre 1891, *Annales de chim. et phys.* de mars 1895).

Les lois sont les suivantes :

1<sup>o</sup> *Principe de la paroi stable.* — Un même liquide roule toujours sur lui-même, car le matelas de vapeur, protecteur de la goutte, n'a aucune tendance à se dissoudre dans le liquide du vase, qui est saturé de la même vapeur.

Il n'y a d'exception que pour les liquides non volatils à froid, tels que les huiles, la glycérine, l'acide sulfurique, qui d'ailleurs roulent très bien quand on les chauffe au bain-marie vers 80°, et aussi pour l'eau, qui absorbe tant de chaleur en se vaporisant que probablement son matelas ne se renouvelle pas assez vite; enfin, pour les liquides par trop volatils, éther sulfurique, éther de pétrole, qui, eux, ne peuvent rouler que par refroidissement.

2<sup>o</sup> *Principe de la paroi instable.* — Deux liquides chimiquement purs, différents, alcools vinique et amylique par exemple, ne roulent jamais, à même température, l'un sur l'autre, parce que le matelas de vapeur qui enveloppe la goutte est immédiatement dissous dans le liquide-support qui n'en est pas saturé.

3<sup>o</sup> *Principe fondamental.* — Deux mélanges liquides semblables qualitativement, mais différents quantitativement, roulent l'un sur l'autre quand ils se rapprochent de l'identité de composition, mais font le plongeon l'un dans l'autre quand ils s'éloignent suffisamment de cette identité, et la ligne de démarcation très précise (marquée d'ailleurs par un phénomène-limite, l'alternance des plongeurs et des roulements) se prête à l'analyse de l'un des liquides par l'autre.

Cette loi peut se traduire par un graphique, en portant la composition du liquide du vase en abscisse et la composition des gouttes en ordonnées. La bissectrice de l'angle des axes coordonnés représente toutes les expériences pour lesquelles il y a identité de composition entre les gouttes et le contenu du vase, et pour lesquelles, par suite, il y a roulement parfait. Pour toute une bande, plus ou moins large, qui entoure symétriquement cette bissectrice, il y a encore roulement ; pour les zones en dehors de cette bande, il y a plongeurs ; les lignes symétriques de part et d'autre de la bissectrice marquent le passage des cas de roulements (liquides plus ou moins semblables) aux cas de plongeurs (liquides plus ou moins dissemblables).

S'il s'agit d'un mélange de deux liquides très différents chimiquement, par exemple : alcool méthylique et eau, ou bien essence de moutarde et alcool, etc., la bande de roulement est très étroite ; pour une différence de composition de moins de 1 p. 100, le roulement n'est plus possible. De plus, le passage de la bande des roulements à la zone des plongeurs est très brusque, un gradient considérable ; on a là, par force, une analyse excessivement sensible.

Pour les liquides de fonction chimique analogue, la bande de roulement est au contraire très large, le gradient de passage est aussi plus faible et par suite l'analyse moins précise. Les matières visqueuses étendent justement cette bande et allongent la pente de passage, le gradient. Si elles sont bonnes pour faciliter les roulements, on doit au contraire les abandonner pour la précision des analyses.

L'appareil avec lequel ces dosages doivent se faire se compose d'un *homéotrope*, c'est-à-dire d'un petit vase dont les parois verticales, un peu convexes en dedans, se raccordent aux deux extrémités suivant un angle d'environ  $30^\circ$ , afin d'obtenir deux pentes liquides très inclinées et allongées ; une pipette à coiffe de caoutchouc est fixée verticalement au-dessus de la cuvette.

Le mode opératoire consiste à faire tomber une dizaine de gouttes sans tenir compte des deux premières, qui peuvent s'être altérées par poussière ou évaporation.

Si les liquides sont identiques ou peu différents, on aura dix roulements d'un bout du vase à l'autre.

Si la différence de composition des deux liquides est suffisante, on comptera dix plongeurs.

Pour une certaine différence entre eux, très particulière, comprise entre les deux précédentes, on comptera un nombre à peu près égal de plongeurs et de roulements, et même il y aura généralement alternance.

Il y a certaines précautions à prendre :

1° Les résultats sont indépendants de la température; mais il importe que la température des deux liquides soit la même;

2° Pour les impuretés en assez petite quantité, le dosage de chacune d'elles dans le liquide principal est indépendant de la présence des autres;

3° Il est bon d'achever de remplir la cuvette par la pipette *ad hoc*, en balayant la pente de roulement par les gouttes du liquide de cette cuvette pour se débarrasser des poussières et des bulles d'air;

4° Une fois la pipette des gouttes-réactifs réglée, on n'y touche plus, pour que les gouttes tombent toujours de la même hauteur, environ un millimètre.

#### EXEMPLE.

##### *Dosage des impuretés alcooliques.*

Soit à déceler et à mesurer des traces d'alcool amylique dans l'alcool vinique.

On amène par exemple l'alcool impur étudié à avoir 25° et on se sert d'un réactif formé d'alcool vinique pur à 25° et de 6 millièmes d'alcool amylique. On aura 0 roulement sur l'alcool incriminé, pour 10 gouttes, s'il ne contient pas 1 millième d'alcool amylique.

On aura roulement limite de 4 à 7 gouttes sur  $\frac{1}{1000}$  d'alcool

amylique; enfin, on aura roulement complet des 10 gouttes si l'alcool incriminé contient 2, 3 millièmes et plus d'amylique.

En diluant cet alcool incriminé à un volume 2, 3, 4, etc. fois plus grand par de l'alcool vinique pur 25°, et cela jusqu'à obtenir le roulement limite, on saura quand la dilution ne contient plus que 1 millième d'amylique et par suite quelle était la composition du spiritueux étudié en amylique.

En opérant avec une richesse alcoolique de 20°, la sensibilité est deux fois plus grande; mais l'expérience est plus délicate.

Enfin, en procédant par comparaison, on peut, en notant le rang de la première goutte qui roule, avoir une sensibilité qui atteint  $\frac{1}{8000}$ . Ce procédé s'étend aux diverses impuretés de l'alcool vinique; l'auteur publiera prochainement les courbes relatives à chaque cas. Du reste, pour l'alcool butylique, le réactif est le même; alcool 25° avec 6 p. 100 d'alcool butylique et pour l'alcool propylique, alcool à 25° avec 7 millièmes de propylique. Le dosage de chaque impureté est indépendant des autres, dans la limite de superposition de leurs courbes respectives.

### **Expériences sur un projet d'aérostats en aluminium;**

Par M. CAUBET.

M. Caubet présente le rapport des expériences faites à la Faculté des sciences de Bordeaux, sur un aérostat en aluminium de M. Gouttes.

Vers l'année 1840, Monge, recherchant les conditions à réaliser pour la direction des aérostats, arrivait à cette conclusion : Le problème sera résolu quand on aura trouvé une enveloppe imperméable et de forme invariable.

Monge entreprit lui-même de réaliser ces conditions; il fit choix d'une enveloppe métallique constituée par des feuilles de laiton de 0<sup>m</sup>0001 d'épaisseur, et donna à son aérostat la forme sphérique; l'insuccès fut d'ailleurs complet. La sphère

ne put se remplir d'hydrogène, tant les fuites étaient considérables, et les feuilles de laiton étaient si minces que le ballon, débarrassé de ses supports et livré à lui-même, s'affaissait sous son propre poids.

Il est facile d'apercevoir les principales causes de cet échec. Les propriétés endosmotiques de l'hydrogène peuvent lui permettre de traverser une aussi mince feuille de laiton, et le choix d'une surface non développable comme celle de la sphère nécessite un martelage pour donner au métal la forme voulue. Or, quels que soient le soin et la délicatesse d'un ouvrier, même très habile, on conçoit aisément les altérations, les déchirures, les trous que peut provoquer le martelage sur une pareille pellicule.

M. Gouttes, inspecteur divisionnaire du travail dans l'industrie, vient de reprendre l'idée de Monge en évitant les écueils relatifs à l'épaisseur de l'enveloppe et à la forme du ballon. La préparation industrielle de l'aluminium met à sa disposition un métal léger et résistant, tel que l'enveloppe peut admettre une épaisseur de 0<sup>m</sup>0002, en conservant un poids relativement faible. La forme du ballon est celle d'un cylindre terminé par deux cônes. Sa rigidité est assurée par une ossature intérieure en aluminium, sa surface est développable, le martelage est évité.

Mais tout cela ne suffit pas, il faut s'assurer si un pareil aérostat est étanche à l'hydrogène. Or, il se présente ici une difficulté spéciale, inhérente au choix imposé du métal. L'aluminium se soude mal, il faut le river et couvrir la surface du ballon d'un réseau de coutures. Cette nécessité de construction augmente les chances de fuite, faut-il douter de l'étanchéité?

L'expérience seule pouvait décider. A cet effet, M. Gouttes a fait construire un petit ballon cylindro-conique, image réduite du ballon définitif. Ce ballon mesure 2<sup>m</sup>80 de hauteur, 0<sup>m</sup>945 de diamètre dans sa partie cylindrique. Sa surface totale est de 6<sup>m</sup>332, le volume de 1<sup>m</sup>210, le réseau des coutures occupe une longueur de 33<sup>m</sup>52.

Pour étudier ce ballon, M. Gouttes a demandé à M. Rayet, doyen de la Faculté des sciences, l'autorisation de le faire expérimenter au laboratoire de physique de la Faculté. Cette autorisation ayant été accordée avec empressement, M. Gossart, maître de conférences, a mis aussitôt à la disposition de M. Gouttes une salle du laboratoire. Je me suis chargé, sur la demande de M. le Doyen et de M. Gossart, d'exécuter les expériences.

Étant donnés le poids et les dimensions du ballon, une seule méthode pouvait être appliquée pour déceler ou étudier les fuites, c'est la méthode manométrique. De plus, le ballon définitif devant fonctionner à l'hydrogène, sous une pression moyenne inférieure de 1 centimètre d'eau à la pression atmosphérique, il était seulement intéressant, en pratique, de voir comment se comporterait le ballon pour des pressions du gaz intérieur inférieures ou supérieures de 3 ou 4 centimètres d'eau à la pression atmosphérique.

Trois séries d'expériences ont été exécutées :

Avec de l'air,

Avec du gaz de l'éclairage,

Avec de l'hydrogène.

Les résultats ont été les suivants :

Avec l'air, le ballon a toujours perdu 2 centimètres de pression ou de dépression en cinq heures.

Avec le gaz de l'éclairage, les résultats ont été identiques, ce qu'on pouvait prévoir d'ailleurs si on a égard aux densités.

Avec l'hydrogène, le ballon a perdu 6 millimètres de pression en une heure.

En appliquant le calcul à ces résultats, on trouvera que le ballon perd par heure 0 litre 468 centimètres cubes d'air ou de gaz d'éclairage, et 1 litre 139 centimètres cubes d'hydrogène. Cette perte d'hydrogène s'effectuant par une surface totale de 6<sup>m</sup> 332, le ballon perd par mètre de surface et par heure 0 litre 178 centimètres cubes d'hydrogène.

L'aérostat définitif devant avoir une surface totale de

1490 mètres carrés, la perte totale d'hydrogène par heure sera, si l'on admet la proportionnalité, de 265 litres, et en vingt-quatre heures cette perte atteindra 6<sup>me</sup> 360 ou, si on veut, en chiffres ronds 7 mètres cubes. Le volume total de l'aérostat étant environ de 3667 mètres cubes, cette perte sera facile à compenser, si, pratiquement, il n'est pas permis de la considérer comme insignifiante.

Il convient d'ajouter que cette perte doit être considérée comme une limite maxima. En effet, avant d'avoir vérifié sur un récipient en aluminium sans coutures (vérification qu'on se propose de faire ultérieurement), si réellement l'hydrogène s'échappe à travers le métal, on doit admettre deux sortes de fuites, les unes à travers la substance du métal, les autres par les coutures. Il faudra subir les premières ou les corriger par une couche d'enduit, mais alors aux dépens de la force ascensionnelle.

Quant aux secondes, on se convaincra de la possibilité de les réduire notablement si l'on veut bien considérer que le ballon à expériences a été construit sans outillage approprié, et que l'ouvrier chargé de le construire n'a pu pénétrer à l'intérieur pour rabattre les têtes des rivets, condition essentiellement défavorable et qui se trouve éliminée dans la construction du ballon définitif.

Tels sont les faits, et les conclusions qui s'en dégagent; c'est à l'industrie de voir si elle en peut tirer utilité ou profit:

---

### **Projet d'aérostat en aluminium,**

Par M. GOUTTES.

*Principe.* — Un corps ne peut pénétrer dans un milieu solide, liquide ou gazeux que si sa constitution lui permet de résister aux actions multiples qui sont la conséquence de cette pénétration. A cet effet tous les êtres sont pourvus par la nature d'une charpente assez solide pour leur permettre de

résister aux influences du milieu dans lequel ils doivent vivre et se développer.

Depuis la découverte des aérostats jusqu'à ce jour, les aéronautes se sont écartés de ce principe fondamental et, sans résultats pratiques, ils ont tenté de diriger des ballons qui étaient impuissants à résister aux actions diverses des courants et de leurs mouvements propres. Aussi tous les ballons dirigeables construits par l'industrie privée ou par l'État n'ont-ils vécu que le temps strictement nécessaire pour démontrer expérimentalement leur inutilité pratique.

Le véritable navire aérien appelé à se mouvoir mécaniquement doit, par sa construction, posséder les qualités requises pour vaincre la résistance de l'air et subir, sans en être incommodé, les différentes variations de température et de pression.

A l'imperméabilité et à l'inaltérabilité de l'enveloppe reconnus nécessaires depuis déjà près d'un siècle, il convient d'ajouter l'INVARIABILITÉ ou RIGIDITÉ DE FORME extérieure qui s'impose en aéronautique pratique.

*Invariabilité ou rigidité de forme.* — La grande et, on pourrait même dire, la seule difficulté pratique dont on n'avait pu pressentir la solution, à raison de la sensibilité excessive des gaz aux moindres variations de température et de pression, était de pouvoir donner cette rigidité au récipient devant contenir l'hydrogène, agent désigné pour l'enlèvement de l'ensemble; la question d'un moteur léger de propulsion, avant cette solution, restait secondaire ou tout au moins prématurée.

Dans mes navires aériens l'invariabilité de la forme extérieure est obtenue, comme dans les constructions maritimes, par une ossature qui est ici en aluminium, le logement des voyageurs et la chambre des machines font corps avec l'enveloppe à gaz et forment la quille inférieure du navire. Un tube central appelé Réchauffeur traverse la masse gazeuse; lorsque cela devient nécessaire, c'est-à-dire lors d'une contraction de l'hydrogène, ce tube reçoit automatiquement de la vapeur d'eau dont la chaleur de vaporisation permet de régler la tem-



pérature du gaz ou, selon le cas, de faire varier cette température et, par suite, le volume du gaz. Le produit de la condensation revient au générateur.

*Poumon*. — La variation de volume de l'hydrogène se trouve permise par l'emploi d'un simple compartiment intérieur de forme spéciale, à volume variable et à fonctionnement automatique, auquel j'ai donné le nom de *Poumon* par suite de l'analogie de son fonctionnement avec celui de cet organe chez les animaux.

Le *Poumon* est une des parties essentielles du ballon, ses effets sont multiples :

1° Il corrige, par une inspiration d'air qui augmente son volume, l'action due à une perte ou à une contraction du gaz ; et, par une expiration d'air, l'action due à une dilatation du gaz intérieur ;

2° Il permet d'obtenir une différence de densité et, par suite, des descentes sans perte de gaz, et de monter sans jet de lest ; il supprime donc tout lest ;

3° Il permet également le déchargement d'une partie de la cargaison tout en conservant la faculté d'atterrir sans perte de gaz ;

4° Il peut servir de condenseur à surface avec le triple but de conserver l'eau du générateur, de maintenir une température donnée au gaz hydrogène, afin d'en régler le volume, agissant simultanément ou indépendamment du Réchauffeur tubulaire central, et de faire varier cette température pour s'élever, s'abaisser et choisir les milieux ou les courants aériens.

Le Poumon pourrait être nommé NEUTRALISATEUR THERMIQUE, car il neutralise les actions thermiques pouvant produire la déformation et, par suite, la perte de l'ensemble ; on pourrait aussi l'appeler *régulateur de dépression*, car, par le poids de son diaphragme, on règle la dépression intérieure assurant son bon fonctionnement, cette dépression est de 0<sup>atm</sup>00005, soit en colonne d'eau, de 0<sup>m</sup>00051.

*Application.* — Les aéronefs sont susceptibles de recevoir trois applications principales : AÉRONEFS LIBRES, AÉRONEFS CABLES, AÉRONEFS TUBES.

Les *Aéronefs libres* emportent dans leur quille la force d'aviation nécessaire au déplacement horizontal, fournie par une machine à vapeur à quatre cylindres qui actionne par câble une hélice spéciale placée à l'avant. Le générateur est inexplosible, à vaporisation instantanée par circulation, à régulateur alimentaire et de chauffe, sans réservoir d'eau et sans réservoir de vapeur; son poids est inférieur à 30 kilog. par mètre carré de surface de chauffe directe pour une pression effective de 10 atmosphères.

Dans la pratique, on ne se servira des moteurs que pour corriger la direction donnée par un courant aérien choisi comme le plus favorable; les moyens du bord permettent ce choix; il est aussi possible d'assurer le déplacement horizontal par temps calme.

*Direction.* — Les navires aériens ne peuvent être dirigés par un gouvernail placé à l'arrière, comme on l'a tenté jusqu'ici, la légèreté de la construction ne leur permet pas de résister à l'action transversale qui, avec cette disposition, tend à couper le navire en deux; ils sont portés à droite ou à gauche tout en maintenant leur axe longitudinal dans la même direction, le déplacement s'effectue dans les mêmes conditions que celui des bacs sur les rivières.

La montée et la descente sont assurées par des voilures également en aluminium placées à l'équateur.

Un *régulateur d'altitude* qui fonctionne sous l'action de la variation de pression due à la différence d'altitude, permet au navire aérien de se maintenir de lui-même entre deux altitudes données; le heurt contre un obstacle terrestre, de même que la descente, contre la volonté de l'aéronaute, ne peuvent se produire.

De même qu'un bateau va d'un port à un autre port, le navire aérien libre ira d'une station à une autre, station qui

sera pour lui un simple pylone auquel il sera attaché de manière à obéir à la poussée latérale des vents pour se présenter toujours par l'avant à leur action.

En résumé, les desiderata de l'aérostatique pratique se trouvent résolus, et de la manière suivante :

1<sup>o</sup> Par l'**IMPERMÉABILITÉ** de l'enveloppe métallique qui ne saurait être contestée à la suite des expériences déjà faites à la Faculté des sciences de Bordeaux, et que M. Caubet voudra bien, je l'espère, compléter encore. Le gaz peut être conservé pendant un temps suffisant pour permettre, par l'emploi du ballon, de récupérer les dépenses et d'assurer un intérêt et des bénéfices aux capitaux engagés ;

2<sup>o</sup> Par la solidité de la construction qui permet à l'aéronef de résister à l'air libre, qu'il soit au repos ou en marche, qu'il soit soumis ou non à l'action du vent, ou bien qu'il ait à supporter des variations de température ;

3<sup>o</sup> Par sa stabilité due à la rigidité de la forme et à l'action combinée des voilures ;

4<sup>o</sup> Par son système de direction et sa force motrice qui permettent d'atteindre une vitesse propre de 54 kilomètres à l'heure avec sécurité complète au départ, en marche et à l'arrivée.

Les *Aéronefs-câbles* seront munis de quatre roues roulant sur des câbles. La force motrice sera, selon le cas, la *gravité* ou la vapeur, ou l'électricité. Leur construction permettra de les transformer en navires libres pour les employer à la défense nationale.

Le prix d'installation d'une voie aérienne double sera approximativement de 15,000 francs le kilomètre ; dans certains cas cette dépense sera réduite de moitié pour les métropolitains aériens, les câbles pouvant être supportés par les édifices privés et publics.

*Aéronefs-tubes.* — Les aéronefs destinés à circuler dans les tubes sont construits sur le même type, mais ils n'auront à emporter aucun organe spécial. Dans cette dernière applica-

tion, au lieu d'actionner le véhicule, on agira sur la colonne d'air de manière à établir dans les tubes des courants dont la vitesse pourra atteindre et même dépasser 200 kilomètres à l'heure. Ce sera la canalisation de l'air comme on a canalisé l'eau. Les aéronefs, remplaçant un volume égal du fluide en mouvement, seront emportés par le courant les uns à la suite des autres, disposés les uns à la suite des autres, espacés selon les besoins, sans que rien puisse indiquer aux voyageurs qu'il se produit un déplacement quelconque. Ainsi seront supprimés pour les voyageurs, les dangers des tamponnements, les cahotements, le brouhaha insupportable des chemins de fer.

Une section des tubes plus grande dans les coudes et dans les gares réduira proportionnellement la vitesse du fluide, et une disposition spéciale de glissières permettra d'obtenir les arrêts nécessaires pour la descente et la montée des voyageurs. Avec son indépendance, le navire retrouve sa vitesse. Les voies tubulaires permettront également d'utiliser les courants naturels dus aux différences de température et d'altitude des localités à desservir.

L'installation des deux voies tubulaires jumelles, aller et retour, coûtera environ 500,000 francs le kilomètre.

---

### **Sur une combinaison mercurique du thiophène permettant le dosage et l'extraction de ce corps dans les benzènes commerciaux;**

Par M. DENIGÈS.

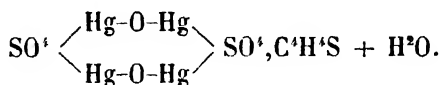
Il n'existe pas actuellement de méthode analytique permettant de doser le thiophène dans les benzènes commerciaux.

J'ai cherché à isoler le thiophène sous forme d'une combinaison insoluble, et la présence du soufre dans sa molécule m'a fait songer à employer les sels de mercure, dont l'affinité pour les composés sulfurés organiques est bien connue.

J'ai ainsi obtenu avec le réactif suivant :

Oxyde de mercure . . . . .	50 grammes
Acide sulfurique . . . . .	200 centimètres cubes
Eau distillée . . . . .	1 litre

qu'on fait agir à chaud sur le  $\frac{1}{200}$  de son volume de thiophène, une combinaison blanche, insoluble, qui se forme en proportion quantitative et répond à la formule



Elle perd à 100° une molécule d'eau de cristallisation et devient anhydre.

Pour doser dans une benzine commerciale le thiophène qu'elle renferme, on met dans un flacon de 50 grammes 20 à 25 centimètres cubes du réactif précédent et 2 centimètres cubes de benzène. On bouche en ficelant le bouchon au goulot du flacon, et on porte au bain-marie bouillant pendant un quart d'heure en agitant fréquemment. Au bout de ce temps, la combinaison thiophéno-mercurelle est formée; on laisse refroidir, on filtre, on lave à l'eau bouillante et on dessèche. Le poids du précipité, multiplié par  $\frac{84}{1108} \times 500 = \frac{42000}{1108} = 37^{\text{gr}}91$ , donne la proportion de thiophène que renferme un litre de benzène.

*Séance du 4 avril 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

### **Sur la fabrication de l'essence de térébenthine dans les Landes;**

Par M. AIGNAN.

On récolte, annuellement, dans le Sud-Ouest de la France, environ 23,000 barriques de matière résineuse ou *gomme*, qui

découle des incisions pratiquées sur les troncs des pins maritimes. La gomme distillée donne de l'*essence de térébenthine* et laisse pour résidu une matière solide, vitreuse, transparente, le *brai*, dont la coloration varie du jaune clair au rouge brun foncé. Ces produits sont l'objet d'un commerce très important.

Autrefois, le traitement des gemmes s'effectuait uniquement à l'aide d'une cornue en cuivre chauffée au bois dans un fourneau très simple; l'essence dégagée se condensait dans un serpentín en cuivre immergé dans une cuve remplie d'eau froide. Il existe environ deux cents usines disséminées sur le territoire où l'on exploite le pin maritime; la plupart sont peu importantes, aucune n'est considérable. Aujourd'hui, l'on fait des tentatives pour changer ce procédé de distillation assez primitif. La fabrication et le commerce des produits résineux, essences et brais, traversant une crise, il se forme des sociétés et des syndicats sur des bases diverses, dans le but de maintenir à la barrique de gomme (contenance 340 litres) un prix voisin de 50 francs, et pour tirer des produits fabriqués le plus haut prix possible, sans avoir à craindre les coups de bourse des marchés de Bordeaux et de Dax, qui, dans ces dernières années, ont causé un tort considérable aux propriétaires et aux fabricants exploitant les matières résineuses. Et en même temps que les propriétaires et les fabricants d'un côté, des financiers de l'autre, étudient les moyens qui leur permettent d'accaparer le commerce des résineux, des inventeurs font construire des appareils nouveaux, afin de remplacer l'alambic primitif des Landes et d'y substituer la distillation à la vapeur.

La première condition pour réaliser un sensible progrès à l'aide de la distillation à la vapeur, c'est de bien connaître la distillation ordinaire de la gomme et le fonctionnement des anciens appareils dirigés par un habile distillateur. Malheureusement, il n'existe pas d'étude sérieuse sur cette question, et les fabricants cherchent en vain chez les libraires une monographie de l'essence de térébenthine, des brais et de leur fabrication. Il est résulté de ce fait que les inventeurs des

appareils dont on parle le plus aujourd'hui, l'*appareil Col* et l'*appareil Gardé*, sont partis de données peu exactes, ont poursuivi un but chimérique et n'ont pas fait avancer beaucoup l'industrie de l'essence de térébenthine.

MM. Col et Gardé, chacun de leur côté, ont cru que l'alambic simple ne pouvait donner qu'un rendement médiocre, et qu'un appareil à la vapeur, plus facile à conduire, présenterait moins de chances d'incendie et permettrait surtout de retirer plus d'essence de la matière première traitée.

S'il est vrai que l'appareil simple, dans certaines petites usines mal surveillées, donne un rendement médiocre parce qu'il y a des pertes d'essence, en particulier lorsque l'on chauffe la gemme en vase ouvert avant de l'introduire dans l'alambic, dans les usines mieux conduites, les pertes d'essence par évaporation sont sensiblement nulles et le simple alambic, chauffé à feu nu, donne le rendement maximum.

Il est résulté de cette erreur d'appréciation que les appareils Col et Gardé, coûtant beaucoup plus cher que les alambics simples et ne donnant pas plus d'essence, ne peuvent pas supplanter les anciens appareils. Le vieil alambic des Landes met une heure environ à traiter une barrique de gemme de 340 litres; c'est aussi à peu près le temps qu'emploient l'appareil Col et l'appareil Gardé. La sécurité qu'offre la marche des alambics à la vapeur ne suffit pas à indemniser l'usinier de leur prix élevé; c'est pourquoi ceux qui ont fondé sur ces appareils un espoir de gros bénéfices risquent fort d'être déçus.

La campagne prochaine verra les débuts d'un nouvel alambic à la vapeur, construit par les frères Dorian, de Mont-de-Marsan; il est supérieur aux précédents; non pas qu'il donne un rendement meilleur que l'appareil Col ou le simple alambic en cuivre, les inventeurs n'ont pas recherché cela; ils ont eu simplement pour but, en effet, de construire un appareil à la vapeur, robuste, peu coûteux, réalisant une grande économie de combustible, et ils ont réussi parfaitement. Les deux particularités caractéristiques de l'alambic Dorian sont :

1° Le *réfrigérant* : il est formé d'une série de tubes cylindriques disposés parallèlement à l'intérieur d'un cylindre en tôle parcouru par un courant d'eau froide. C'est un réfrigérant de Liebig multitubulaire ; il permet de supprimer le serpentín en cuivre des appareils à condenser l'essence, serpentín qui coûte *plus de mille francs*.

2° La vapeur émanée du générateur chauffe l'alambic, et dès qu'elle est condensée, elle est ramenée par un tube à la chaudière sous forme d'eau chauffée encore sensiblement à la température du générateur. De là une économie considérable de combustible. Pour traiter 3,500 kilogrammes de gemme, on ne brûle que 1 stère 5 de bois de pin avec l'appareil Dorian ; il en faut 3 stères avec l'alambic des Landes bien conduit, et 5 stères avec l'appareil Gardé tel que je l'ai étudié à l'usine de Saint-Avit.

L'appareil Dorian, tout en tôle d'acier, se charge de 350 kilogrammes de gemme, et la distillation dure un peu moins d'une heure. Donc, au point de vue de la distillation, il fournit les mêmes résultats que tous les bons appareils qui l'ont précédé.

*Conclusions.* — L'étude des divers alambics m'a amené à penser que les progrès à chercher dans les appareils à fabriquer l'essence de térébenthine sont :

1° *L'économie de combustible* ; et à ce sujet l'appareil Dorian fournit une solution intéressante ;

2° *La rapidité de l'opération*. Actuellement, pour traiter dix mille barriques de gemme dans une année, il faut cinq alambics ; l'installation la moins coûteuse comprendrait cinq appareils simples des Landes, nécessitant plusieurs bâtiments distincts pour diminuer les chances d'incendie. Un bon appareil à vapeur devrait pouvoir distiller *dix mille barriques en deux cents journées* de travail, c'est-à-dire traiter *cinquante* barriques par jour. Un semblable appareil mis en place ne coûterait pas aussi cher que l'installation de cinq alambics des Landes, et il nécessiterait assurément pour la manutention des produits un personnel moins nombreux. Il réaliserait donc une éco-



nomie sérieuse, due à des frais d'amortissement moindres pour la valeur de l'usine et à une diminution très sensible des frais généraux quotidiens.

Je crois que des recherches bien conduites fourniraient assez rapidement la solution de ce problème de chimie industrielle.

### **Observations relatives à la direction des vents sur la côte des Landes ;**

Par M. HAUTREUX.

La direction des vents dépend en partie des mouvements généraux de l'atmosphère et des actions locales produites par les différences d'altitude des terrains.

Le fond du golfe présente, à cet égard, des oppositions marquées, telles que la chaîne des Pyrénées et les plaines des Landes, dont l'influence peut amener des déviations locales particulières.

Des études précédemment faites au sémaphore de La Coubre en 1877-78-79-80 et 1881 avaient montré que, pendant les mois chauds, les vents avaient une tendance à souffler du nord-ouest et de l'ouest pendant l'après-midi.

D'autres observations entreprises plus récemment à La Coubre, Arcachon et Biarritz, en 1893-94 et 1895, ont donné de nouvelles indications et précisé les anciennes.

Les procédés graphiques employés pour montrer les mouvements aériens sont généralement des diagrammes, mensuels ou annuels, qui indiquent la dominante des directions, mais sont insuffisants pour donner une idée de la suite des phénomènes. Pour marquer cette succession, nous avons adopté un graphique spécial analogue à celui qui indique sur une carte les différentes routes d'un navire. Les arguments sont la direction et la force des vents. On obtient ainsi, pour chaque mois et pour toute une année, une image très approchée des perturbations locales.

Les observations ont été faites, dans les trois stations, le

matin à huit heures, et le soir à sept heures; de plus, à Arcachon à midi.

Les résultats en sont très nets.

Dans les trois stations, la dominante des vents de l'après-midi est le N.-W. depuis le mois de mars jusqu'à la fin du mois d'août.

Les vents deviennent variables dans les autres mois, de septembre à février.

Pour la matinée, chacune des stations a son régime particulier :

A La Coubre, les vents sont variables de janvier à juillet, leur dominante vient de l'Est du mois d'août au mois de décembre;

A Arcachon, les vents sont variables de février au mois d'août, et leur dominante vient de l'Est de septembre à février;

A Biarritz, de janvier à mars et d'août à décembre, la dominante vient du Sud; elle vient de l'W.-S.-W. du mois d'avril au mois d'août.

En résumé, pour toutes les stations, c'est la prédominance des vents de terre dans la matinée pendant les mois froids; et la prédominance des vents du large, du N.-W., dans l'après-midi et la soirée, pendant les mois chauds.

L'auteur présente les graphiques de mars 1895.

### **Empoisonnement spontané des plantes aquatiques dans les eaux du laboratoire de botanique;**

Par M. DEVAUX.

### **Sur les expériences de Hertz;**

Par M. TURPAIN.

M. Turpain, après avoir rappelé les idées théoriques de Maxwell qui ont conduit M. Hertz à l'institution de ses expériences, et avoir indiqué le dispositif et le fonctionnement de

l'appareil adopté par ce physicien, invite les membres présents à l'accompagner dans les caves de la Faculté où il a installé le même dispositif, et où il reproduit avec une grande sûreté les expériences des oscillations hertziennes.

Il présente ensuite quelques faits nouveaux qu'il a observés, relatifs aux oscillations de Hertz et aux phénomènes de Tesla.

#### I. Relativement aux oscillations hertziennes :

1° Un résonnateur circulaire, dont le circuit est coupé sur une longueur de 10 centimètres, résonne avec une admirable facilité ;

2° Un résonnateur non réglé ou placé dans une région nodale, et dont le plan est perpendiculaire au plan de symétrie de l'excitateur, peut résonner quand on lui imprime un mouvement brusque d'oscillation autour de son axe de symétrie placé verticalement, tandis que, si on le déplace brusquement dans son propre plan, il reste muet ;

3° Un résonnateur qui, dans certaines conditions, ne résonne pas dans un plan vertical perpendiculaire au plan de symétrie de l'excitateur, peut résonner dans un plan parallèle à ce plan de symétrie.

#### II. Relativement aux phénomènes de Tesla :

1° Avec la fréquence relativement faible des oscillations hertziennes, des lampes à incandescence ou le radiomètre de Crookes deviennent lumineux quand on les met en contact avec les fils longs qui concentrent le champ, ou même à distance de ces fils ; et le phénomène lumineux augmente quand on met les lampes ou le radiomètre en communication avec une capacité quelconque.

2° Dans les mêmes conditions, un tube de Geissler, placé sur les deux fils longs, dénonce, par son illumination plus ou moins vive, un ventre à chaque extrémité de ces fils, et un nœud en leur milieu.

3° Un tube de Geissler, suspendu métalliquement à l'un des fils longs, s'illumine ou s'éteint à des positions déterminées, qui, relativement à lui, sont des régions ventrales ou nodales.

*Séance du 25 avril 1895.*PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

---

Le Président annonce à la Société que M. Rayet, directeur de l'Observatoire de Bordeaux, secrétaire général de la Société, vient d'être nommé officier de la Légion d'honneur.

Le tome V, des *Mémoires* est mis en distribution.

M. Gouttes, inspecteur divisionnaire du travail, est nommé membre titulaire de la Société.

M. Duhem, après avoir indiqué les difficultés qui doivent logiquement faire rejeter la théorie élastique de la lumière, rappelle les conceptions de Maxwell qui ont donné naissance à la théorie électromagnétique de la lumière, et montre qu'elle se heurte aux difficultés du même genre; puis il dépose sur le bureau un travail sur la propagation des ondes électromagnétiques, qui sera publié dans les *Mémoires*.

M. l'abbé Issaly rappelle que, dans une série de travaux parus dans les *Mémoires* de la Société, il a proposé une théorie mathématique de l'optique, et exprime le désir de voir contrôler par l'expérience les résultats qu'il en déduit.

*Séance du 9 mai 1895.*PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

---

M. Chevallier est nommé trésorier, en remplacement de M. Chavannaz, démissionnaire.

M. Hautreux dépose sur le bureau un travail qui paraîtra dans les *Mémoires*, relatif à la température aux différentes époques de l'année des eaux du bassin d'Arcachon, comparée à celle des eaux de l'Océan.

---

## Systèmes de $n$ -ades formées avec $n$ éléments;

Par M. G. BRUNEL.

Le nombre des duades que l'on peut former avec  $p$  éléments est égal à

$$\frac{p(p-1)}{2};$$

le nombre des duades qui apparaissent dans une  $n$ -ade est égal à

$$\frac{n(n-1)}{2}.$$

Pour que l'on puisse former un système de  $n$ -ades avec  $p$  éléments, il est nécessaire que l'expression

$$\frac{p(p-1)}{n(n-1)}$$

soit un nombre entier, puisque par définition même toutes les duades doivent apparaître dans le système, et chacune d'elles une fois seulement. La condition nécessaire qui vient d'être énoncée se trouve satisfaite en particulier si l'on fait  $p=n^2$ . On a alors

$$\frac{n^2(n^2-1)}{n(n-1)} = n(n+1);$$

le nombre des  $n$ -ades qui apparaissent alors dans le système est égal à  $n(n+1)$ .

Mais il n'est pas certain *a priori* qu'un tel système existe. Nous allons montrer comment on peut, lorsque le nombre  $n$  est premier, construire effectivement un tel système et distribuer les  $n$ -ades en  $n+1$  groupes, chaque groupe contenant un nombre de  $n$ -ades égal à  $n$ .

Représentons les  $n$  éléments par les  $n$  premiers nombres 1, 2, 3, ...,  $n$ . Nous écrivons tout d'abord ces  $n$  éléments

sur  $n$  lignes de  $n$  éléments chaque en suivant l'ordre numérique, et nous obtenons un premier groupe de  $n$ -ades en nombre égal à  $n$  et comprenant tous les éléments

$$(1) \quad nk + 1, nk + 2, \dots, nk + n, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n - 1.$$

Ce premier groupe ayant été écrit, supposons-le répété un nombre indéfini de fois dans une série de carrés formant sur le plan un pavage quadrilatéral régulier; nous appellerons diagonale une ligne issue de l'une des positions occupées par un des éléments de la première ligne et allant passer par un des  $n$  éléments de la seconde ligne du groupe (1).

Il y a ainsi  $n$  séries de diagonales dont la direction est définie respectivement par les deux cases 1.  $n + 1$ , 1.  $n + 2$ , 1.  $n + 3$ , ..., 1.  $2n$ .

Si l'on écrit les éléments qui figurent dans une quelconque de ces diagonales on obtient une  $n$ -ade, et les  $n$ -ades fournies par des diagonales, parallèles entre elles constituent un groupe qui contient tous les éléments, et chacun une seule fois. On déduit ainsi du tableau (1)  $n$  nouveaux tableaux où n'existe, si  $n$  est un nombre premier, aucune répétition de duades. On a donc, en somme,  $n + 1$  groupes de  $n$  lignes qui répondent à la question proposée. On peut disposer les tableaux en sorte que deux des groupes soient lisibles sur le même tableau.

C'est ainsi que dans les six tableaux qui suivent, et qui sont relatifs au cas de  $11' = 121$  éléments, on trouve les douze groupes de 11-ades réunis deux à deux. L'un des groupes s'obtient en lisant les lignes horizontales et le second en lisant les lignes verticales du tableau.

Remarquons que le cas de  $n$  premier n'est pas le seul où de tels tableaux existent. Ils ont été signalés par Woolhouse pour  $n = 4$ . D'après une remarque d'Euler, ayant d'ailleurs un tout autre objet, ils ne paraissent pas exister pour  $n = 6$ .

Nous aurons probablement à revenir sur cette question et à montrer la liaison de cette question de combinaison avec la construction des carrés magiques.

**Système de 11-ades fourni avec 121 éléments.**

(1)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
(2)	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

(3)

	1	13	25	37	49	61	73	85	97	109	121
	22	23	35	47	59	71	83	95	107	119	10
	32	44	45	57	69	81	93	105	117	8	20
	42	54	66	67	79	91	103	115	6	18	30
	52	64	76	88	89	101	113	4	16	28	40
(4)	62	74	86	98	110	111	2	14	26	38	50
	72	84	96	108	120	11	12	24	36	48	60
	82	94	106	118	9	21	33	34	46	58	70
	92	104	116	7	19	31	43	55	56	68	80
	102	114	5	17	29	41	53	65	77	78	90
	112	3	15	27	39	51	63	75	87	99	100

(5)

	1	14	27	40	53	66	68	81	94	107	120
	21	23	36	49	62	75	88	90	103	116	8
	30	43	45	58	71	84	97	110	112	4	17
	39	52	65	67	80	93	106	119	11	13	26
	48	61	74	87	89	102	115	7	20	33	35
(6)	57	70	83	96	109	111	3	16	29	42	55
	77	79	92	105	118	10	12	25	38	51	64
	86	99	101	114	6	19	32	34	47	60	73
	95	108	121	2	15	28	41	54	56	69	82
	104	117	9	22	24	37	50	63	76	78	91
	113	5	18	31	44	46	59	72	85	98	100

(7)

	1	15	29	43	46	60	74	88	91	105	119
	20	23	37	51	65	68	82	96	110	113	6
	28	42	45	59	73	87	90	104	118	11	14
	36	50	64	67	81	95	109	112	5	19	33
	55	58	72	86	89	103	117	10	13	27	41
(8)	63	77	80	94	108	111	4	18	32	35	49
	71	85	99	102	116	9	12	26	40	54	57
	79	93	107	121	3	17	31	34	48	62	76
	98	101	115	8	22	25	39	53	56	70	84
	106	120	2	16	30	44	47	61	75	78	92
	114	7	21	24	38	52	66	69	83	97	100



(9)

	1	16	31	35	50	65	69	84	99	103	118
	19	23	38	53	57	72	87	91	106	121	4
	26	41	45	60	75	79	94	109	113	7	22
	44	48	63	67	82	97	101	116	10	14	29
	51	66	70	85	89	104	119	2	17	32	36
(10)	58	73	88	92	107	111	5	20	24	39	54
	76	80	95	110	114	8	12	27	42	46	61
	83	98	102	117	11	15	30	34	49	64	68
	90	105	120	3	18	33	37	52	56	71	86
	108	112	6	21	25	40	55	59	74	78	93
	115	9	13	28	43	47	62	77	81	96	100

(11)

	1	17	33	38	54	59	75	80	96	101	117
	18	23	39	55	60	76	81	97	102	118	2
	24	40	45	61	77	82	98	103	119	3	19
	41	46	62	67	83	99	104	120	4	20	25
	47	63	68	84	89	105	121	5	21	26	42
(12)	64	69	85	90	106	111	6	22	27	43	48
	70	86	91	107	112	7	12	28	44	49	65
	87	92	108	113	8	13	29	34	50	66	71
	93	109	114	9	14	30	35	51	56	72	88
	110	115	10	15	31	36	52	57	73	78	94
	116	11	16	32	37	53	58	74	79	95	100

*Séance du 30 mai 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

---

### **Sur une carte géologique des environs de Bordeaux;**

Par M. FALLOT.

M. Fallot présente la carte géologique au  $\frac{1}{200000}$  des environs de Bordeaux, qui lui a servi de minute pour dresser celle au  $\frac{1}{200000}$  qu'il fait figurer à la XII<sup>e</sup> Exposition de Bordeaux. L'auteur énumère la série des terrains de sédiment constitutifs de la région, et indique les principaux mouvements qu'a dû subir le sol depuis le dépôt de ces terrains, d'après la différence des niveaux auxquels ils s'élèvent dans les différentes parties de la région.

Une Notice donnant des détails sur cette carte est publiée dans les *Mémoires* de la Société.

M. Bayssellance fait remarquer que les tremblements de terre observés depuis un certain nombre d'années (sud de l'Espagne, sud de l'Italie, Grèce, Syrie, détroit de la Sonde, sud du golfe du Mexique) ont eu lieu sur un même demi-grand-cercle de la sphère terrestre correspondant à l'axe volcanique signalé autrefois par Élie de Beaumont.

---

### **Sur le mouvement d'un corps pesant de révolution fixé par un point de son axe;**

Par M. HADAMARD.

### **Sur le centre de courbure des roulettes;**

Par M. DUVERGER.

M. Hadamard présente, relativement aux centres de courbure des roulettes précédemment étudiés par lui (*Proc. verb. Soc. sc. phys. et nat.*, 1894), des résultats obtenus par M. Duverger, ancien étudiant de la Faculté des sciences.

Soient  $P_1, P_2, P_3$ , trois plans invariables mobiles les uns par rapport aux autres.  $M_1$  étant un point du plan  $P_1$ , ce point décrira dans le mouvement relatif de  $P_1$ , par rapport à  $P_2$ , une certaine trajectoire dont le centre de courbure, à un instant déterminé, sera un point  $M_2$  du plan  $P_2$ ; de même le centre de courbure, au même instant, de la trajectoire décrite par le point  $M_1$ , dans le mouvement de  $P_1$  par rapport à  $P_3$  sera un point  $M_3$  de  $P_3$ .

Cela posé, si les centres instantanés de rotation sont confondus ainsi que les tangentes aux lieux qu'ils décrivent, de manière que les mouvements simultanés puissent être considérés comme engendrés par le roulement, les unes sur les autres, de trois courbes constamment tangentes les unes aux autres en un même point, les points  $M_2, M_3$  auront entre eux une relation analogue à celle de  $M_1, M_2$ , c'est-à-dire que  $M_3$  sera le centre de courbure de la trajectoire décrite par  $M_2$  sur le plan  $P_3$ . (Hadamard, *loc. cit.*)

M. Duverger démontre que le cas qui vient d'être défini est le seul où cette circonstance se présente. Supposons, en effet, les trois centres instantanés  $I_{12}, I_{13}, I_{23}$  distincts, auquel cas ces trois points sont en ligne droite. Soit  $\Delta$  une droite quelconque du plan  $P_1$ ; si nous faisons varier le point  $M_1$  sur cette droite, les points  $M_2, M_3$  décriront deux coniques (coniques de Rivals), et si la droite  $M_2, M_3$  passait par  $I_{12}$ , ces deux coniques devraient être homologues, avec  $I_{12}$  pour centre et  $\Delta$  pour axe d'homologie. Ceci est impossible, car les propriétés connues des coniques de Rivals montrent qu'alors la droite  $\Delta$  ne pourrait pas être quelconque, mais devrait être perpendiculaire au milieu de  $I_{12}, I_{13}$ .

Il faut donc que les trois centres instantanés se confondent, et il est aisé de voir qu'il en sera de même des tangentes à leurs lieux respectifs, car la tangente, au lieu du centre instantané  $I$ , dans le mouvement de  $P_1$  sur  $P_2$ , est le lieu des points  $M_1$ , dont les correspondants  $M_2$  coïncident avec  $I$ .

M. Brunel présente à la Société un Mémoire de Young, publié en 1860 dans le *Canadian Journal* et relatif au postulat d'Euclide. Ce Mémoire, paru à une époque où on commençait en France et en Allemagne à s'occuper d'une façon systématique des fondements de la géométrie, n'avait pas attiré l'attention. Nous devons savoir gré à M. Lury, professeur à Toronto, de l'avoir signalé et d'avoir bien voulu en envoyer à Bordeaux deux exemplaires, dont l'un sera déposé dans notre bibliothèque.

*Séance du 13 juin 1893.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

---

### **Sur les configurations régulières réciproques tracées sur une surface fermée quelconque;**

Par M. G. BRUNEL.

Soient  $A$ ,  $F$  et  $S$  le nombre des arêtes, des faces et des sommets qui apparaissent dans une configuration tracée sur une surface quelconque; il existe entre ces nombres une relation de la forme

$$F + S = A - \lambda$$

où  $\lambda$  est un nombre déterminé par la nature de la surface et qui peut prendre les valeurs

$$-2, -1, 0, 1, 2, \dots, \lambda, \dots;$$

pour les surfaces à un seul côté  $\lambda$  en un nombre pair; le cas où  $\lambda = -2$  correspond alors aux surfaces de genre 0, le cas où  $\lambda = 0$  correspond à la surface de genre 1, et ainsi de suite. Les surfaces pour lesquelles  $\lambda$  est impair sont nécessairement à un seul côté.

Si chacune des faces est limitée par le même nombre  $m$  d'arêtes, et si, de chaque sommet, part le même nombre  $n$

d'arêtes, la configuration est dite régulière. On a alors pour les configurations régulières les relations

$$mF = nS = 2A.$$

La configuration sera à la fois régulière et réciproque si le nombre des faces est égal au nombre des sommets. En même temps que  $F=S$  on aura alors  $m=n$ . Ainsi les configurations régulières réciproques correspondent nécessairement à l'existence de nombres entiers  $S$ ,  $A$  et  $n$  tels que l'on ait à la fois

$$2S = A - \lambda$$

$$nS = 2A.$$

On tire de là

$$A = \frac{n\lambda}{n-4},$$

$$S = \frac{2\lambda}{n-4}.$$

Pour une valeur donnée de  $\lambda$ , les seules valeurs de  $n$  acceptables sont celles pour lesquelles  $A$  et  $S$  sont des nombres entiers.

Si  $\lambda = -2$ , la seule valeur admissible pour  $n$  est 3, qui donne

$$A = 6 \quad S = 4.$$

Si  $\lambda = -1$ ,  $n = 3$  est encore la seule valeur admissible, et l'on a

$$A = 3 \quad S = 2.$$

Si  $\lambda = 0$ , il faut faire  $n = 4$ , et alors  $S$  est quelconque et  $A = 2S$ .

Lorsque  $\lambda$  est positif, décomposons  $\lambda$  en deux facteurs

$$\lambda = 1. \lambda = \dots = \lambda_1. \lambda_2 = \dots = \lambda. 1;$$

au mode de décomposition  $\lambda = \lambda_1 \lambda_2$ , correspondent les valeurs

$$A = \lambda_2 \frac{n\lambda_1}{n-4}, \quad S = \lambda_2 \frac{2\lambda_1}{n-4}.$$

en sorte que si  $A_1$  et  $S_1$  sont les valeurs fournies relativement aux surfaces de caractère  $\lambda_1$  par une valeur admissible pour  $n$ , cette même valeur de  $n$  est admissible dans le cas présent et l'on a

$$A = \lambda_2 A_1, \quad S = \lambda_2 S_1.$$

Il n'y a donc à considérer plus particulièrement que le mode de décomposition  $\lambda = \lambda.1$ . Les facteurs de  $n-4$  doivent apparaître dans  $2\lambda$ , et il n'y a que deux cas possibles

$$n-4 = \lambda \quad \text{ou} \quad n-4 = 2\lambda,$$

qui donnent respectivement

$$A' = \frac{(\lambda+4)\lambda}{\lambda} = \lambda+4 \quad S' = 2.$$

$$A' = \frac{(2\lambda+4)\lambda}{2\lambda} = \lambda+2 \quad S' = 1.$$

Les valeurs  $A'$  et  $S'$  sont acceptables, mais si  $\lambda$  est pair,  $\lambda = 2\lambda'$ . Ces valeurs étaient déjà fournies par le mode de décomposition  $\lambda = \lambda'.2$ . Il n'y a donc, en réalité, qu'une seule espèce de ces configurations réciproques que l'on peut appeler premières dans le cas où  $\lambda$  est pair. Il y en a deux lorsque  $\lambda$  est impair.

Les autres configurations réciproques se déduisent de la considération des configurations relatives aux surfaces fermées de caractère  $\lambda'$  sous-multiple du caractère  $\lambda$ .

Il est bon de remarquer que nous ne donnons dans ce qui précède que des conditions numériques auxquelles doivent satisfaire les configurations régulières réciproques. Leur existence effective reste à établir.

### *Séance du 27 juin 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ

M. le Président fait part à la Société de la perte qu'elle a faite en la personne de M. Dupuy, un de ses plus anciens

membres, et en celle de M. Fournet, un de ses fondateurs, son président honoraire et aussi son bienfaiteur.

## Sur une pile à grande force électromotrice;

Par M. MORISOT.

M. Morisot fait connaître à la Société un nouvel élément de pile possédant une grande force électromotrice avec une intensité sensiblement constante pendant plusieurs heures.

Cet élément est constitué de la manière suivante :

1° Dans le vase extérieur plonge une *lame de charbon* de cornues servant de pôle positif, entourée du liquide dépolarisant. Celui-ci se compose d'un volume d'acide sulfurique mêlé avec trois volumes d'eau préalablement saturée, à froid, de bichromate de potasse. Des cristaux de ce dernier sel, contenus dans un court entonnoir, maintiennent la saturation ;

2° Dans ce liquide est plongé un premier vase poreux contenant une dissolution de *soude caustique faible* (densité 1,05 environ) ;

3° Enfin, dans un second vase poreux intérieur, plonge la lame de zinc amalgamé servant de pôle négatif, entouré d'une *solution concentrée de soude caustique* (densité 1,20 environ).

La force électromotrice de ce couple est de 2<sup>volts</sup>,5 au début ; elle se maintient pendant plusieurs heures à 2<sup>volts</sup>,4.

Sa résistance intérieure est d'environ 0<sup>ohm</sup>,8.

Son débit, avec une résistance interposée de 10 ohms, se maintient à 0<sup>ampère</sup>,220 environ.

Dans la pile de Poggendorff, le zinc amalgamé plonge dans l'eau acidulée, et la force électromotrice est 2<sup>volts</sup>,1 ; la substitution de la soude concentrée à cette eau acidulée élève la force électromotrice à 2<sup>volts</sup>,5. — Mais, si on se contente de ce changement, la résistance augmente rapidement, en diminuant l'intensité. On trouve bientôt sur le zinc et autour de lui, dans le liquide alcalin, un abondant dépôt d'oxydes de zinc. Ce

corps résulte de l'action qui s'exerce, à travers les pores du diaphragme unique, entre l'acide du dépolarisant et le zincate de soude qui s'est formé près du zinc. — En même temps, on trouve le liquide partiellement transformé en chromate de soude d'un jaune clair.

Ces deux actions, qui tendent à affaiblir la pile, sont considérablement ralenties par l'addition du liquide intermédiaire, plus faiblement alcalin, contenu dans un second vase poreux extérieur au premier.

Moyennant cette addition, l'intensité se maintient sensiblement constante pendant huit ou dix heures, surtout si on prend le soin de renouveler partiellement le liquide alcalin faible, par exemple, de trois en trois heures.

L'addition du second diaphragme augmente à peine la résistance intérieure; sans lui, nous l'avons dit, elle augmente rapidement.

La potasse, employée au lieu de la soude, donne une force électromotrice un peu plus grande au début, mais moins constante. — Le bichromate de soude, substitué au bichromate de potasse, semblerait devoir donner une dépolarisation plus énergique, car il est plus soluble, et la solution peut être plus concentrée, mais elle est plus difficile à maintenir au même degré de concentration.

Après huit ou dix heures d'usage continu, on trouve le zinc recouvert d'un enduit gris facile à supprimer : il suffit de retirer ce zinc et de le plonger quelques secondes dans de l'eau acidulée; il reprend son poli et ses qualités primitives.

M. Morisot a constaté que la dépense de zinc est moindre avec la soude qu'avec l'eau acidulée, malgré un débit plus grand d'un quart. Cette dépense semble très voisine de la dépense théorique.

Enfin, si on ne doit employer la pile que deux ou trois heures, on peut se dispenser d'amalgamer le zinc.

M. Morisot pense que ce nouveau couple peut rendre de sérieux services. Deux couples de ce genre, en série, rempla-



cent avantageusement cinq daniells. — Quatre remplacent avec avantage quatre bunsens ou quatre poggendorffs.

### **Remarques sur les piles à grande force électromotrice;**

Par M. FIGUIER.

M. Figuiér fait observer, à propos de la communication précédente, qu'il y aurait lieu de tenir compte des densités relatives, et variables dans la période d'action, des liquides juxtaposés. Leur pouvoir osmotique change nécessairement, au fur et à mesure de leur mélange réciproque dans les récipients distincts, qui transforme progressivement leur milieu respectif.

Les actions chimique, originelle et de polarisation doivent s'en ressentir.

Il fait remarquer aussi que les effets chimiques deviennent ici assez complexes, et ne se bornent plus à l'action dissolvante exercée sur le zinc par l'acide libre en excès, ou le bichromate avec absorption d'hydrogène par ce dernier.

La solution d'alcali caustique au contact immédiat du métal agit directement avec élimination d'hydrogène.

L'acide sulfurique libre, mélangé au bichromate, pourra ensuite agir de la même façon, en même temps qu'il se combinera partiellement avec l'alcali. Le bichromate accomplira son action dépolarisante.

Ces effets divers concourent sans doute à activer le courant; il est difficile, toutefois, de les calculer d'avance, et de les suivre, sinon d'en déterminer le résultat final.

Comme j'ai eu l'occasion de l'observer, au cours d'une étude plus générale que je compte présenter prochainement, une action chimique peut s'accomplir, avec dégagement d'hydrogène, entre le zinc, ou les métaux du même groupe, non

seulement avec les alcalis libres, mais encore avec les sels à réaction alcaline.

M. Morisot signale la formation d'un dépôt, moins fortement attaché avec la soude, et qui encroûte plus ou moins la lame de zinc.

Ce dépôt, en garantissant, par place, le métal du contact du liquide, doit contrarier l'action chimique. Il doit agir aussi comme polarisant, dans une certaine limite. Cela a lieu avec tous les couples fournissant un composé insoluble, et dont le jeu, par cela même, est rendu peu régulier.

J'ai observé des dépôts de ce genre dans bien des essais effectués en faisant réagir, en particulier, le zinc sur des solutions alcalines ou salines, à l'aide de couples formés simplement par un métal, quel qu'il soit, une solution unique, et une lame positive de graphite imprégné de mousse carbonneuse adhérente et rendue ainsi impolarisable, comme je l'ai publié déjà depuis longtemps.

Souvent, la formation du composé solide est due à l'action ultérieure, presque simultanée de l'air, qui intervient comme oxydant, et, en outre, de l'acide carbonique.

Le produit initial qui peut être soluble, est ainsi transformé. J'évite cet effet en construisant mes couples en vases clos.

Dans le cas d'émission gazeuse, un tube adducteur met en relation l'appareil avec une petite auge contenant de l'eau surmontée d'une couche d'huile d'amande douce.

De cette façon, l'air se trouve complètement intercepté; il ne peut s'introduire par diffusion à travers l'eau de cet obturateur, ce qui aurait lieu, à la longue, sans cet artifice.

Ce dispositif me sert depuis longtemps pour l'étude, plus spécialement, de l'action des métaux, en général, sur un liquide conducteur, neutre, salin, acide ou basique, de nature minérale ou organique.

L'examen du produit formé est rendu plus facile; il est exempt de tout mélange. De plus, l'emploi de mes charbons impolarisables facilite, ou rend même possible, dans ces con-

ditions spéciales, l'action chimique, insensible, ou nulle parfois, dans les conditions ordinaires, et dans celles que j'indique en circuit ouvert.

*Séance du 11 juillet 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. MORISOT.

---

## **Sur la stabilité des rotations d'un corps solide;**

Par M. HADAMARD.

## **Excoès d'intensité du courant initial dans les piles voltaïques;**

Par M. FIGUIER.

L'exaltation du courant au moment où l'on ferme, pour la première fois, le circuit d'un couple électrique, ou bien lorsqu'on l'établit après une interruption un peu prolongée, est un phénomène commun à tous les électromoteurs, fonctionnant isolément, ou reliés en batterie. On la désigne d'habitude sous le nom expressif de *coup de fouet voltaïque*.

Le courant s'élève brusquement, atteint bientôt un maximum, pour s'abaisser rapidement, et prendre une marche plus régulière. Cela a lieu, d'une façon plus ou moins marquée, suivant la force électromotrice, la durée des intervalles, quel que soit le nombre de ruptures et de fermetures consécutives du circuit, jusqu'à ce que la pile ait épuisé son action.

La cause en est multiple.

Lorsqu'on ouvre le circuit d'une pile en activité, l'action chimique continue un certain temps, en diminuant progressivement. Elle finit par s'éteindre bientôt; les molécules et les atomes chimiques étant arrêtés dans leurs mouvements par l'excoès d'énergie chimique transformée qui ne trouve plus d'issue en dehors de leur milieu, et pèse, en quelque sorte,

sur eux, comme la vapeur dans une chaudière comprime le liquide, élève son point d'ébullition, limite ou annihile même sa vaporisation ultérieure.

La détente sera d'autant plus forte, avant la reprise du régime normal, que la cause originelle du mouvement sera plus grande.

Le coup de fouet, le courant de fermeture succédant à l'ouverture prolongée du circuit, est appréciable aussi dans le cas de piles d'une activité médiocre.

Je l'utilise pour constater, avec des galvanomètres peu sensibles, l'existence d'actions chimiques que ne décèleraient pas immédiatement les réactifs, en raison de leur trop faible intensité, de leur extrême lenteur.

La surélévation du courant à l'origine peut provenir, en partie, d'autres effets concomitants qui en accentuent la manifestation.

Lorsque le pôle positif d'un couple est formé d'une lame poreuse en graphite, cette dernière peut devenir le lieu d'une action chimique, par suite de l'air condensé qu'elle contient, et dont l'oxygène se combinera, sur place, avec l'hydrogène électrolytique.

Cet oxygène sert de dépolarisant chimique, comme les dépolarisants réductibles dans les piles à deux liquides. Les deux actions peuvent s'accomplir parallèlement, jusqu'à ce que l'air étant consommé, le liquide dépolarisant, dont l'action peut être moins puissante, agisse seul.

Cela se montre encore nettement quand on remplit le vase poreux positif d'un couple à deux liquides de menus de graphite, en contact avec le charbon polaire. La provision d'air est plus grande.

L'augmentation de surface du pôle positif, dans ces conditions, accroît la puissance de la pile, en facilitant l'évolution du courant; surtout, si les menus sont carbonisés.

Avec une pile à un seul liquide, on constate toujours cet effet, contre lequel on doit se tenir en garde; car le courant

de début peut ainsi ne pas exprimer exclusivement l'action chimique permanente.

Dans un travail antérieur inséré dans les *Mémoires* de notre Société, j'ai fait voir combien efficaces étaient les actions de cet ordre, puisqu'elles produisent, par occlusion simultanée de deux fluides, gaz ou vapeurs, des composés de synthèse <sup>(1)</sup>.

L'air dissous dans le liquide du couple agit de son côté : il est vite absorbé après la fermeture du circuit, et contribue, pour sa part, au phénomène du coup de fouet, avant d'intervenir, d'une façon continue, sur la marche régulière du courant.

Cet appel de l'air extérieur est très remarquable. Je l'ai observé sur un grand nombre de couples différents, dont les métaux étaient peu attaquables par le liquide actif, de nature diverse aussi, et ne donnant pas lieu à la décomposition de l'eau dans l'appareil : le cuivre, le mercure, le plomb, par exemple, en présence de quelques solutions salines.

La force électromotrice augmente forcément avec la pression de l'air; elle peut devenir, pour certains couples, à peine sensible en vase clos.

Il est un autre cas où l'on voit se produire le coup de fouet sans qu'il soit possible d'invoquer une pareille cause.

C'est celui où un métal se dissout dans un liquide, maintenu, pour cette recherche, à l'abri de l'air, par substitution à un autre métal, comme dans la pile au chlorure mercurique de Marié-Davy, ou bien par addition pure et simple à une molécule saline.

J'ai publié, il y a déjà un certain nombre d'années, dans le *Recueil de Médecine et de Pharmacie militaires*, une pile impolarisable, à un seul liquide, basée sur la réduction au minimum, par un métal, d'un sel au maximum, en particulier des sels ferriques et de leurs congénères.

J'évite la polarisation, en choisissant, parmi les nombreux

(1) T. II, 3<sup>e</sup> série, 1<sup>er</sup> cahier, p. 90, 1885; t. V, 3<sup>e</sup> série, 1<sup>er</sup> cahier, p. xiv, 1880.

métaux qui interviennent ainsi chimiquement, ceux qui ne fournissent pas de composés insolubles avec le sel déterminé. Il en résulte une molécule nouvelle, au minimum, à métaux copulés, ou un sel double.

Le fer, avec le chlorure ou le sulfate ferriques, réalise un couple peu coûteux, énergique, et qu'il est facile de régénérer. Un léger excès d'acide influe sur sa force électromotrice, et n'est pas sans effet sur l'appel de l'air extérieur.

Il est bon de se prémunir contre une cause d'erreur provenant d'une action capillaire : l'imbibition du charbon.

Je l'ai déjà signalée dans une étude sur une pile à gaz.

On peut la mettre en évidence en plongeant successivement, et alternativement deux baguettes de graphite, surtout carbonisées, dans de l'eau acidulée.

L'une étant gorgée du liquide et l'autre d'air, on les réunit extérieurement en un circuit comprenant un galvanomètre.

En s'imprégnant du liquide conducteur, la baguette, primitivement sèche, donnera issue à un courant appréciable qui prendra fin avec sa complète imbibition.

En faisant sécher l'autre baguette, celle-ci restant immergée, puis la plongeant, à son tour, dans le liquide, on constatera un courant inverse du premier, et ainsi de suite.

Cette alternance dans l'imbibition des baguettes polaires est indispensable pour tenir compte d'une action chimique accidentelle qui proviendrait de quelque impureté.

Celui des deux charbons qui s'imbibe isolément fixe le pôle positif. Il reçoit, en effet, le choc qui donne lieu à la transformation d'énergie; de même que dans une pile, le liquide reçoit le choc des atomes métalliques qui le pénètrent, en déterminant ainsi le sens du courant.

Si les deux charbons s'imbibaient inégalement, il pourrait se produire un courant différentiel.

Il vient d'être question de l'appel de l'air dans une pile. Ce fait seul de dissolution gazeuse peut déjà être cause, comme la dissolution d'un solide dans un liquide conducteur et du

mouvement diffusif qui se propage, de couche en couche, dans la masse liquide, d'une transformation d'énergie, suivant le même mécanisme, et qui ajoutera au courant de l'électromoteur.

Cet effet sera bien plus actif s'il s'accompagne d'une action chimique, l'oxydation du liquide, primitivement au minimum, ou successivement transformé par le jeu des affinités, s'exerçant sur un corps réductible.

Sur ce principe, je construis des couples où l'air agit comme dépolarisant, ou détermine une action chimique originelle.

Un tube en graphite carbonisé, fermé par en bas, ou bien ouvert aux deux bouts, et alors dépassant le fond étanche du vase, plonge verticalement dans le liquide unique, dont il émerge d'une certaine quantité. Il représente le pôle positif.

La liqueur suintera, par filtration, à travers la paroi, pour être recueillie au dehors, ou sera maintenue par l'air, sous pression calculée. L'oxygène de l'air se combinera, par occlusion simultanée, avec l'hydrogène électrolytique, si l'eau est décomposée par le métal polaire. Il déterminera une action chimique, seule effective, si l'on remplace le métal par une baguette conductrice en graphite; le liquide, dans ce cas, étant oxydable. Par exemple, la solution avec excès d'acide, d'un sel ferreux, un liquide quelconque minéral ou organique conducteur et oxydable, un acide ou une solution saline à radical, acide ou basique, au minimum, les sulfites, les hypophosphites, etc., etc.

Le cylindre creux en graphite, suivant ce même dispositif, peut être rempli d'un liquide capable d'agir chimiquement sur le liquide extérieur.

Il peut contenir une dissolution saturée, mise en opposition avec de l'eau pure. Il y aura simple diffusion, non suivie d'action chimique.

Dans tous ces cas, de même que pour les dialyseurs électriques, à liquide ou à gaz, dont j'ai donné antérieurement la description, la libre évolution du courant engendré spontanément

ment facilite et active le mouvement chimique ou physique qui le provoque.

Quelles que soient les causes, généralement complexes et très inégales, d'un courant électrique, dans les conditions ordinaires, l'ouverture momentanée du circuit entraîne une accumulation d'énergie. Celle-ci se dépense rapidement par la fermeture, mais non pas d'une façon instantanée. Il en résulte ce phénomène curieux de l'ascension du courant, au début, suivie d'une prompte dépression.

L'étude des actions secondaires qui viennent se greffer ainsi sur l'action principale qui les domine, est assez délicate. Elle devient plus aisée lorsqu'elle porte sur des couples à force électromotrice très faible.

*Séance du 25 juillet 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BAYSELLANCE.

---

**Sur la source de lumière minima  
en télégraphie optique;**

Par M. R. ELLIE.

Pour un objectif dépourvu d'aberrations, le diamètre de la source peut être très petit, comme l'a fait remarquer M. Cornu. Théoriquement, ce diamètre peut être égal à celui de l'image conjuguée de l'objectif de la lunette réceptrice des signaux. Par exemple, pour un diamètre de 4 centimètres d'ouverture de cette lunette à une distance de 10 kilomètres d'un appareil dont la distance focale principale serait de 60 centimètres, le diamètre minimum de la source serait de 0<sup>mm</sup>0024. En pratique, pour un tel objectif, la source aura toujours des dimensions suffisantes.

Il n'en est pas de même pour une lentille plan convexe ordinaire, à foyer assez court. Dans ce cas, on voit facilement que le diamètre minimum sera celui de l'intersection du cône



des rayons marginaux de plus grande réfrangibilité utile et de la surface caustique des rayons de plus petite réfrangibilité. Des expériences faites sur une lentille plan convexe de 191<sup>mm</sup>8 de diamètre, ayant une distance focale principale des rayons centraux de 612 millimètres, ont donné pour ce diamètre une valeur de 1<sup>mm</sup>9, et cette intersection est à une distance de 590<sup>mm</sup>6 de la face plane de l'objectif. Une source placée en cet endroit, ayant un diamètre de 1<sup>mm</sup>9, aurait des rayons sortant de tous les points de l'objectif parallèlement à l'axe principal.

Avec une lentille plan convexe à long foyer, pratiquement dépourvue d'aberration de sphéricité, le diamètre serait l'intersection du cône des rayons de plus grande réfrangibilité utile et du cône des rayons de plus petite réfrangibilité. Soient :  $d$  le diamètre de l'objectif,  $n_b$  l'indice des rayons de plus grande réfrangibilité,  $n_r$  l'indice des rayons de plus petite réfrangibilité. Un calcul simple donne pour diamètre de l'intersection 
$$z = d \frac{n_b - n_r}{n_b + n_r - 2}.$$
 Ce diamètre est indépendant du rayon de courbure de la face convexe de la lentille, et, par conséquent, de la distance focale principale.

On doit remarquer qu'en télégraphie optique on n'utilise qu'un cône lumineux ayant pour sommet la source de lumière et pour base l'objectif. Toutes les radiations émises en dehors de ce cône ne servent qu'à échauffer inutilement les parois de l'appareil. Concevons une sphère fictive de rayon 1 concentrique à la source : le rendement de la source sera le rapport de la quantité d'énergie traversant la calotte sphérique découpée par le cône à la quantité d'énergie traversant la sphère entière. Nous supposons que l'énergie ne se dépense que par radiation, comme dans les lampes électriques à incandescence dans le vide.

Soit  $2\alpha$  l'angle au sommet du cône : un calcul simple montre que le rendement est  $\sin \frac{2\alpha}{2}$  pour une source globulaire

sphérique, et  $\frac{\sin^2 \alpha}{2}$  pour un disque lumineux dont on peut négliger l'épaisseur. Si  $2\alpha = 30^\circ$ , le rendement est 0.017 pour le globule, et 0.034 pour le disque.

Au point de vue de la télégraphie optique, la meilleure forme pour le filament est donc la forme aplatie, à la condition que ce filament ait son plan tourné vers l'objectif. On dépensera moins de watts pour maintenir ce filament à une température donnée que pour maintenir un filament cylindrique ou un globule à la même température.

Admettons que la source lumineuse soit concentrique à une sphère réfléchissante ayant une ouverture juste suffisante pour laisser passer le cône lumineux. Cette sphère arrêtera une certaine proportion  $n$  d'énergie, et en réfléchira  $n - 1$  sur la source, qui se refroidira moins vite que s'il n'y avait plus de sphère. Nous admettrons que la proportion  $n$  sera la même pour toutes les longueurs d'ondes. Dans ce cas le rendement sera égal à

$$\frac{4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{n \left( 4\pi - 4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right) + 4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{n + (1 - n) \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

pour la source sphérique, et sera égal à

$$\frac{\pi \sin^2 \alpha}{n(2\pi - \pi \sin^2 \alpha) + \pi \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{2n + (1 - n) \sin^2 \alpha}$$

pour le disque mince.

Par exemple, pour  $2\alpha = 30^\circ$  et  $n = 0.1$ , on trouve un rendement de 0.147 pour le globule et le disque. Si  $2\alpha = 90^\circ$ , le rendement est 0.658 pour le globule et 0.770 pour le disque.

On peut comparer la dépense totale d'énergie avec la sphère réfléchissante à la dépense totale sans sphère : le rapport est  $n + (1 - n) \sin^2 \alpha$  pour le globule et  $n + \frac{(1 - n)}{2} \sin^2 \alpha$  pour le disque. En faisant  $n = 0.1$ ,  $2\alpha = 30^\circ$ , ce rapport est 0.115

pour le globule et 0.331 pour le disque. Ainsi, si l'on emploie W watts pour maintenir à une certaine température le globule sans sphère réfléchissante, on n'en emploiera plus que 0.115 W pour le maintenir à la même température avec la sphère.

Des expériences ont été faites avec une lampe ayant pour surface lumineuse un fil de platine en hélice serrée. Deux hémisphères en verre argenté de 3 centimètres de rayon étaient concentriques à l'hélice; en déplaçant la lampe, on pouvait d'ailleurs excentrer l'hélice. L'une des hémisphères est percée d'une ouverture pour laisser passer le cône des rayons utiles. En excentrant ou en centrant l'hélice, on remarquait des variations très sensibles d'intensité lumineuse.

Du reste, il serait préférable d'avoir pour source lumineuse un disque ou lamelle de charbon.

---

### **Sur quelques phosphures alcalins;**

Par M. HUGO.

Dans la recherche des combinaisons du phosphore avec les métaux alcalins, on a employé une méthode analogue à celle que M. Joannis a suivie pour obtenir des alliages du sodium ou du potassium avec d'autres métaux.

On a fait agir le potassammonium ou le sodammonium dissous dans un excès d'ammoniac liquéfié sur un excès de phosphore rouge. L'opération s'effectue dans un appareil en verre muni de robinets. Le métal alcalin est pesé après avoir été introduit dans l'appareil plein de gaz ammoniac sec. Le poids de phosphore rouge mis en expérience est déterminé de la même façon. La dissolution de potassammonium ou de sodammonium dans un excès d'ammoniac liquéfié est mordorée. Au bout de plusieurs heures de contact avec le phosphore rouge elle devient verdâtre, puis rouge foncé. L'excès de phosphore, qui n'a pas été attaqué, est séparé et pesé. On connaît donc par différence le poids de phosphore entré en combinaison. La liqueur rouge obtenue évaporée à 0° perd l'excès d'ammoniac

qu'elle renferme et fournit une matière amorphe rouge orangé qui est une combinaison de phosphore, de métal alcalin et de gaz ammoniac. Le poids de gaz ammoniac combiné résulte de la pesée de l'appareil avant et après l'expérience.

Ce poids et celui du métal alcalin doivent subir une correction par suite de la décomposition spontanée de l'ammonium alcalin en amidure et hydrogène (Joannis, *C. R.*, t. CXII, p. 392).

La mesure du volume d'hydrogène dégagé fournit la valeur des corrections à effectuer.

Dans le cas du potassium le composé rouge obtenu correspond à la formule  $P^3K, 3AzH^3$ .

Rapport $\frac{P}{K}$ :	trouvé 4,895	et 5,043	moyenne 4,970	calculé 5,000
Rapport $\frac{P}{AzH^3}$ :	trouvé 1,676	et 1,535	moyenne 1,605	calculé 1,666

Chauffé progressivement vers  $180^\circ$ , il perd tout le gaz ammoniac qu'il renferme et abandonne une masse rouge brun de phosphure  $P^3K$

Les deux corps précédents renferment de l'amidure de potassium qui ne peut être séparé par filtration, puisqu'il est comme eux soluble dans l'ammoniac liquéfié (Joannis, *C. R.*, t. CXII, p. 392).

Cet inconvénient ne se présente pas dans le cas du sodium.

Le produit obtenu a pour formule  $P^3Na, 3(AzH^3)$ . Il perd tout l'ammoniac vers  $180^\circ$  pour laisser le phosphure de sodium  $P^3Na$ .

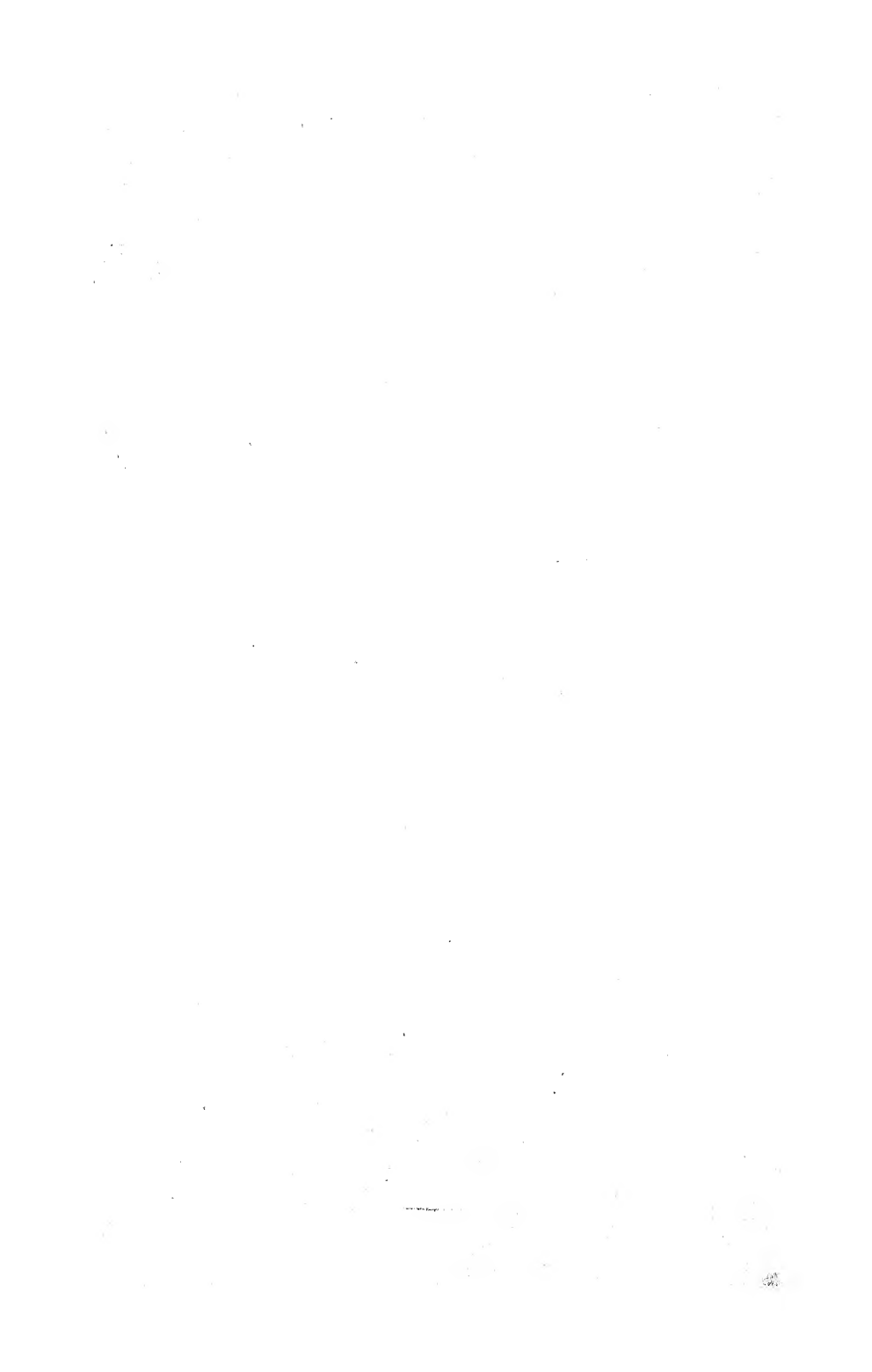
Voici quelques résultats :

	Préparation.	Analyse ultérieure.	Moyenne.	Calculé.
Rapport $\frac{P}{Na}$ :	2,96 et 2,950	3,095 et 3,015	3,055	3,000
Rapport $\frac{P}{AzH^3}$ :	0,991 et 0,915	0,991 et 1,090	1,040	1,000

Ces deux phosphures sont décomposés par l'air humide avec dégagement de phosphure d'hydrogène.



**PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES**  
**DE LA SOCIÉTÉ DES**  
**SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES**  
**DE BORDEAUX**



PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

6. JUL. 1896

# DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

---

Année 1895-1896

---

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & FILS

IMPRIMEURS-LIBRAIRES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU  
DES LONGITUDES, SUCCESSIONS DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

---

A BORDEAUX

CHEZ FERET & FILS, LIBRAIRES

15, cours de l'Intendance, 15

---

1896





# LISTE

DES

## PRÉSIDENTS ET VICE-PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ

de 1853 à 1896

---

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1853-1854	BAZIN.	DELBOS.
1854-1855	BAZIN.	»
1855-1856	BAZIN.	»
1856-1857	ORÉ.	»
1857-1858	BAUDRIMONT.	»
1858-1859	BAZIN.	»
1859-1860	BAUDRIMONT.	»
1860-1861	ABRIA.	»
1861-1862	LESPIAULT.	ORÉ.
1862-1863	BAUDRIMONT.	ROYER.
1863-1864	ORÉ.	AZAM.
1864-1865	AZAM.	ROYER.
1865-1866	ROYER.	H. GINTRAC.
1866-1867	H. GINTRAC.	O. DE LACOLONGE.
1867-1868	O. DE LACOLONGE.	GLOTIN.
1868-1869	GLOTIN.	JEANNEL.
1869-1870	LINDER.	DELFORTERIE.
1870-1871	LINDER.	DELFORTERIE.
1871-1872	DELFORTERIE.	ABRIA.
1872-1873	ABRIA.	RATHEAU.
1873-1874	BAUDRIMONT.	SERRÉ-GUINO.
1874-1875	SERRÉ-GUINO.	BAYSSELLANCE.
1875-1876	BAYSSELLANCE.	LOQUIN.

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1876-1877	LOQUIN.	HAUTREUX.
1877-1878	HAUTREUX.	E. BOUTAN.
1878-1879	E. BOUTAN.	MICÉ.
1879-1880	DUPUY.	MILLARDET.
1880-1881	MILLARDET.	DE LAGRANVAL.
1881-1882	DE LAGRANVAL.	G. RAYET.
1882-1883	G. RAYET.	FOURNET.
1883-1884	G. RAYET.	FOURNET.
1884-1885	G. RAYET.	FOURNET.
1885-1886	G. RAYET.	BOUCHARD.
1886-1887	G. RAYET.	BOUCHARD.
1887-1888	G. RAYET.	AZAM.
1888-1889	G. RAYET.	TANNERY.
1889-1890	TANNERY.	GAYON.
1890-1891	AZAM.	GAYON.
1891-1892	DUPUY.	GAYON.
1892-1893	DROGUET.	BLAREZ.
1893-1894	BAYSSELLANCE.	BLAREZ.
1894-1895	BLAREZ.	HAUTREUX
1895-1896	DE LAGRANVAL.	HAUTREUX.

# LISTE DES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

pendant l'année 1895-1896.

## Composition du Bureau pour l'année 1895-1896.

MM. DE LAGRANVAL, \*, *Président.*

HAUTREUX, \*, *Vice-Président.*

RAYET, \*, *Secrétaire général.*

CROIZIER, \*, { *Secrétaires adjoints.*

HUGOT,

BRUNEL, *Archiviste.*

CHEVALLIER, *Treasorier.*

GAYON, \*,

MILLARDET, \*,

FIGUIER,

PÉREZ, \*,

BAYSELLANCE, O. \*,

BOUCHARD, O. \*,

MORISOT,

JOLYET,

LESPIAULT, \*,

ELLIE,

BLAREZ,

DROGUET, \*,

*Membres du Conseil.*

## Membres titulaires (1).

MM. AIGNAN, inspecteur d'Académie.

\*ASTOR, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

AUGER, professeur à la Faculté des Sciences.

AUGIS, \*, ingénieur de la Compagnie du Midi.

AVRIL, \*, ingénieur de la Compagnie du Gaz.

BARCKHAUSEN, O. \*, professeur à la Faculté de Droit.

BARTHE, professeur à la Faculté de Médecine.

BAYSELLANCE, O. \*, ingénieur des Constructions navales en retraite,  
ancien maire de Bordeaux.

BERGONIE, professeur à la Faculté de Médecine.

BICHON, licencié ès sciences.

BLAREZ, professeur à la Faculté de Médecine.

BORDIER, docteur-médecin, à Lyon.

BOUCHARD, O. \*, professeur à la Faculté de Médecine.

BOULOUCH, professeur au Lycée.

(1) Les membres dont le nom est précédé d'un astérisque sont membres à vie.

**MM. BOUTINEAU**, pharmacien-major de 1<sup>re</sup> classe.

**BRUNEL**, professeur de calcul infinitésimal à la Faculté des Sciences

**CAGNIEUL**, ancien préparateur à la Faculté des Sciences.

**CARDE**, ingénieur civil.

**CARLES**, agrégé à la Faculté de Médecine.

**CARMIGNAC-DESCOMBES**, ingénieur des Manufactures de l'État à Morlaix.

**CARON**, professeur de Mathématiques au Lycée en retraite.

**CAUBET**, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

**CHADU**, professeur de Mathématiques au Lycée.

**CHAVANNAZ**, licencié ès sciences, docteur en médecine.

**CHENEVIER**, chimiste au Chemin de fer du Midi.

**CHEVALLIER**, préparateur à la Faculté des Sciences.

**CHEVASTELON**, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

**COLOT**, licencié ès sciences, professeur de Mathématiques.

**CROIZIER**, \*, capitaine en retraite.

**DELMAS**, \*, docteur en médecine, direct. de l'hydrothérapie des Hôpitaux.

**DELMAS**, ancien élève de l'École polytechnique.

**DENIGÈS**, professeur à la Faculté de Médecine.

**DEVAUX**, professeur à la Faculté des Sciences.

**DOUBLET**, aide-astronome à l'Observatoire.

**DROGUET**, \*, directeur des postes et télégraphes en retraite.

**DUBOURG**, chimiste à la Douane.

**DUHEM**, professeur à la Faculté des Sciences.

**DUPOUY**, préparateur à la Faculté de Médecine.

**DURÈGNE**, ingénieur des Télégraphes.

**ELGOYHEN**, négociant-propriétaire.

**ELLIE**, ingénieur civil.

**FALLOT**, professeur de géologie à la Faculté des Sciences.

**FAVREL**, préparateur à la Faculté de Médecine.

**FIGUIER**, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

**FOUGEROUX**, percepteur des Contributions directes.

**GADEN**, négociant.

**GAULNE** (DE), propriétaire.

**GAYON**, \*, professeur de Chimie à la Faculté des Sciences, chimiste en chef à la Douane.

**GELBLUM**, ingénieur-agronome.

**GENDRON**, électricien.

**GILLES**, inspecteur d'Académie à Bordeaux.

**GOGUEL**, maître de conférences à la Faculté des Sciences.

**GOUTTES**, inspecteur divisionnaire du travail à Bordeaux.

**GOSSART**, professeur à la Faculté des Sciences.

**GUESTIER** (Daniel), négociant.

**GUIMARAËS**, officier du Génie portugais.

**HADAMARD**, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences.

**HAUSSER**, O. \*, ingénieur en chef des Chemins de fer du Midi.

**HAUTREUX** \*, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port en retraite.

**MM. HUGOT**, chef de travaux à la Faculté des Sciences  
**ISSALY** (l'abbé), licencié ès sciences mathématiques.  
**JOANNIS**, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.  
**JOLYET**, professeur à la Faculté de Médecine.  
**JOUET**, propriétaire.  
**KOWALSKI**, professeur de Mathématiques.  
**KUNSTLER**, professeur à la Faculté des Sciences.  
**LABORDE**, préparateur de la Station agronomique.  
**LACROIX**, professeur de Mathématiques en retraite.  
**LAGACHE**, ingénieur des Arts et Manufactures.  
**LAGRANDVAL** (DE), \*, professeur honoraire de Mathématiques spéciales  
 au Lycée.  
**LAMEY**, chimiste.  
**LANDE**, \*, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.  
**LASSERRE**, chimiste des Douanes.  
**LAVERGNE** (comte DE), \*, propriétaire.  
 \* **LESPIAULT**, \*, doyen honoraire de la Faculté des Sciences.  
**LAPORTE** (Michel), ancien professeur de Mathématiques.  
**MICÉ**, \*, recteur de l'Académie de Clermont.  
**MILLARDET**, \*, correspondant de l'Institut, professeur de Botanique à la  
 Faculté des Sciences.  
**MONNET**, maître de conférences à la Faculté libre des Sciences de Lille.  
**PALMADE**, professeur au Lycée.  
**PÉREZ**, \*, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences.  
**PETIT**, docteur ès Sciences naturelles, chef des travaux de botanique à la  
 Faculté des Sciences.  
**PICART**, astronome adjoint à l'Observatoire, maître de conférences à la  
 Faculté des Sciences.  
**PIÉCHAUD**, agrégé à la Faculté de Médecine.  
**PIONCHON**, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.  
**PRÉVOST**, ingénieur civil des Mines.  
**RAGAIN**, licencié ès sciences, professeur de dessin graphique au Lycée.  
**RAYET** (G.), O. \*, correspondant de l'Institut, doyen de la Faculté des  
 Sciences, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.  
**RIVIÈRE**, préparateur à la Faculté de Médecine.  
**ROCH**, chimiste.  
**RODBERG**, ingénieur-directeur de la Compagnie du Gaz.  
**RODIER**, professeur au Lycée, directeur du Jardin botanique.  
**ROZIER**, professeur de Mathématiques.  
**SANSON**, professeur de Mathématiques au Lycée.  
**DE SAINT-MARTIN**, propriétaire.  
 \* **TANNERY** (P.), ingénieur des Manufactures de l'État, à Paris.  
**TURPAIN**, préparateur à la Faculté des Sciences.  
**VALLANDÉ** (DE), licencié ès sciences.  
**VERGELY**, \*, professeur à la Faculté de Médecine.  
**VÈZES**, professeur à la Faculté des Sciences.

## Membres honoraires.

MM. DARBOUX (G.), \*, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences de Paris.

DE TILLY, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.

FORTI (Angelo), ancien profess. de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.

FRENET, \*, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à Périgueux.

KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan (Russie).

LINDER, O. \*, inspecteur général des Mines, à Paris.

RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.

## Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.

ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de Milan.

ARIÈS, capitaine du Génie.

BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.

CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.

DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.

ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.

ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.

GARBIGLIETTI, docteur en médecine, à Turin.

GAUTHIER-VILLARS, O. \*, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire éditeur, à Paris.

GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coimbre.

GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.

GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.

HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.

HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.

IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Petersbourg.

LAISANT, \*, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.

MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres, directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).

PEAUCELLIER, O. \*, général du génie.

PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).

PONSOT (M<sup>me</sup>), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.

ROIG Y TORRES (D. Rafael), naturaliste à Barcelone, directeur de la *Crónica Científica*.

ROUX, \*, docteur en Médecine, à Paris.

TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.

WEYR (Ed.), professeur à l'Université de Prague.

---

# TABLE DES MATIÈRES DES PROCÈS-VERBAUX

ANNÉE 1895-1896

	Pages
AIGNAN. — Sur le coefficient de dépense d'un ajutage cylindrique.....	1
HAUTREUX. — Recherches sur les densités de l'eau prise à la surface de la mer sur la côte des Landes et dans le bassin d'Arcachon..	3
BRUNEL. — Remarque sur l'ensemble des duades que l'on peut former avec N éléments .....	6
HADAMARD. — Sur les éléments infinitésimaux du second ordre dans les transformations ponctuelles.....	11
BERGONIÉ et SIGALAS. — Mesures calorimétriques sur l'homme.....	15
DE LAGRANDEVAL. — Un problème d'arithmétique .....	22
HADAMARD. — Sur la géométrie non-euclidienne.....	24
BRUNEL. — Sur les surfaces et les espaces à un seul côté.....	26
BARTHE. — Sur un nouvel antiseptique .....	27
BERGONIÉ. — Photographies obtenues à l'aide des rayons X..	29
GOSSART et CHEVALLIER. — Sur une action mécanique émanant des tubes de Crookes.....	29
DUHEM. — La thermodynamique du frottement et les équilibres chimiques.....	31
GOSSART et CROIZIER. — Dosage de l'huile de résine dans l'essence de térébenthine .....	31
CARLES. — Procédés de titrage de l'acide tartrique dans les matières tartreuses .....	34
DUHEM. — Étude des équilibres chimiques dans les espaces inégalement chauffés. Principe de Watt. Théorie des explosions.....	34
GOGUEL. — Becs de gaz pour éclairage à acétylène .....	35
BRUNEL. — Polygones auto-inscrits.....	35



	Pages
DUHEM. — Sur l'inégalité de Clausius et l'extension du principe de Carnot aux corps vivants.....	39
BRUNEL. — Sur les triades formées avec $6n - 1$ et $6n - 2$ éléments.....	40
VÈZES. — Sur les combinaisons salines du platine.....	43
FAVREL. — Action du chlorure de diazo-benzène sur les cyanacétates de propyle, de butyle et d'amyle sodés.....	47
HADAMARD. — Une propriété des mouvements sur une surface.	47
HADAMARD. — Sur l'instabilité de l'équilibre .....	48
DENIGÈS. — Extension de la réaction de Legal aux corps renfermant le groupe acétyle ou ses dérivés.....	50
GOSSART et CHEVALLIER. — Autorégulateurs à tubes capillaires pour lampes portatives et gazogènes à acétylène .....	51
HAUTREUX. — Déviations locales des vents.....	53
HAUTREUX. — Les glaces de l'Atlantique et le climat de Bordeaux .....	55
HADAMARD. — Sur les lignes géodésiques des surfaces spirales et les équations différentielles qui s'y rapportent.....	55
BRUNEL. — Sur la construction des systèmes de quadricycles de $8n + 1$ éléments.....	58
BRUNEL. — Construction d'un réseau donné à l'aide d'un nombre déterminé de traits.....	62
DE LAGRANDEVAL. — Sur un problème d'arithmétique.....	65
PÉREZ. — Sur les termites.....	65
HAUTREUX. — Sur l'hiver de 1896-97 .....	66



# PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES DE BORDEAUX

---

ANNÉE 1895-1896.

---

*Séance du 21 novembre 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

---

M. le Président a la satisfaction d'annoncer que la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux a obtenu un diplôme d'honneur à la XIII<sup>e</sup> Exposition universelle de Bordeaux.

---

## **Sur le coefficient de dépense d'un ajutage cylindrique;**

Par M. AIGNAN.

Lorsque l'eau s'écoule d'un large réservoir à travers un tuyau ou un ajutage cylindrique, il se produit à l'entrée de l'ajutage une diminution de pression ou perte de charge  $h$ , qui, d'après le *théorème de Bernoulli*, est reliée à la vitesse moyenne  $v$  de l'eau dans le tuyau d'écoulement, par la formule

$$v = \sqrt{2gh};$$

mais l'expérience a fait connaître depuis longtemps que l'on a, en réalité,

$$v = k \sqrt{2gh}.$$

Le *coefficient de dépense*  $k$ , dans la pratique, est pris égal à 0,82 et l'on admet que la présence de ce coefficient dans la

formule est due au phénomène dit de la *contraction de la veine*; le liquide passe avec la vitesse  $v = \sqrt{2gh}$  dans la *section contractée*, qui se produit très près de l'origine du tuyau et à l'intérieur de celui-ci.

Darcy, dans ses recherches classiques <sup>(1)</sup>, trouve  $k = 0,82$  comme moyenne de 43 déterminations dont les valeurs oscillent entre 0,79 et 0,87. Graëff <sup>(2)</sup> donne 0,79 et 0,80, mais il opérait dans des conditions qui semblent s'écarter de celles que l'on envisage en théorie. Enfin, M. Boussinesq <sup>(3)</sup> arrive théoriquement à la valeur  $k = 0,84$  et ce coefficient serait constant pour les grandes valeurs du rapport de la charge au diamètre du tuyau.

Nous avons entrepris des expériences sur l'écoulement des liquides à travers des tuyaux cylindriques en cherchant à réaliser les conditions simples de la théorie et à obtenir une grande précision dans les mesures. Nous publierons aujourd'hui les premiers résultats que nous avons obtenus au sujet du coefficient de dépense pour l'eau, dans le cas où la vitesse d'écoulement  $v$  est petite.

$v$	1,1	1,98	3,7	4,3	7,4	9,1	11,1	12,3	14,1
$h$	0,026	0,031	0,045	0,035(?)	0,083	0,106	0,144	0,160	0,194
$k$	0,154	0,254	0,397	0,52 (?)	0,58	0,63	0,66	0,69	0,72

Les valeurs de  $k$  sont fidèlement représentées <sup>(4)</sup> par la formule

$$v^2 = \frac{33,64 k^2}{0,80 - k}.$$

Les différences entre  $k$  trouvé expérimentalement et  $k$  calculé par la formule précédente sont très petites, tantôt positives et tantôt négatives.

<sup>(1)</sup> *Savants étrangers*, tome XV, année 1858.

<sup>(2)</sup> *Traité d'Hydraulique*.

<sup>(3)</sup> *Traité des Eaux courantes*. Appendice.

<sup>(4)</sup> Sauf la détermination correspondant à la vitesse 4<sup>m</sup>3 par seconde qui paraît erronée.

On peut interpréter ces résultats en disant :

1° Les filets liquides qui passent du réservoir dans le tuyau, forment autour de l'axe du tuyau et à l'entrée de ce dernier un faisceau de section d'autant plus étroite que la vitesse d'écoulement est plus faible ;

2° A mesure que  $v$  croît, la *section contractée* tend rapidement vers une limite qui donne au coefficient de dépense une valeur voisine de 0.80.

REMARQUE. — Pour déterminer la valeur limite de  $k$ , il convient d'expérimenter avec les vitesses  $v$  plus grandes pour lesquelles le coefficient de dépense se montre sensiblement constant ; notre appareil permet de réaliser aisément ces mesures. Une erreur systématique même légère, dans les déterminations assez délicates que nous venons de rapporter, pourrait modifier notablement la valeur limite de  $k$  déduite de la formule empirique, qui permet de réunir les résultats de nos expériences. Il est possible, de plus, que la fonction  $f(v, k) = 0$  ne soit pas de la forme  $v^2 = \frac{a k^2}{b - k}$  et que notre équation empirique ne puisse représenter les faits que dans la faible étendue des mesures ci-dessus. Pour ces diverses raisons, il convient de déterminer directement la valeur du coefficient de dépense correspondant à des vitesses  $v$  assez grandes, voisines de celles qui se produisent dans les canalisations d'eau.

L'auteur annonce que le *Journal de Physique* de janvier 1896 contiendra la description et une figure de l'appareil ainsi que le procédé d'expérimentation.

## **Recherches sur les densités de l'eau prise à la surface de la mer sur la côte des Landes et dans le bassin d'Arcachon ;**

Par M. HAUTREUX.

Nos recherches, entreprises d'abord pour déterminer la direction des courants sur la côte des Landes, se sont étendues

progressivement à l'étude des vents dans le fond du golfe de Gascogne, à celle des températures de surface et des couches sous-jacentes de la mer et du bassin d'Arcachon, enfin à celle des densités de la surface, au large et dans diverses parties du bassin.

Nous avons vu que les courants du golfe de Gascogne sont la conséquence immédiate de la direction générale des vents et de la poussée qu'ils impriment aux éléments de la surface des eaux; que les vents, bien que liés aux mouvements généraux de l'atmosphère dans nos parages, affectent un caractère très local, rappelant les effets des brises de terre et des brises du large qu'on observe dans les pays chauds; qu'en particulier, à Biarritz et à Arcachon, les vents de l'après-midi viennent en général du N.-W. depuis le mois de février jusqu'à la fin de septembre; et qu'à Biarritz, dans la matinée, les vents ont une direction générale venant de l'E.-S.-E. du mois d'avril au mois d'août, et du S. vers le N. du mois de septembre au mois de mars; tandis qu'à Arcachon les vents de la matinée n'ont pas de direction particulière.

Les températures de la surface, au large, varient très régulièrement d'après la saison; les extrêmes sont: maximum en août, 22°; minimum en février, 11°. Dans le bassin, les variations sont plus considérables et suivent de près les modifications atmosphériques; les extrêmes observés ont été: maximum, 26°; minimum, 1° dans les grands froids. Les mouvements alternatifs de la marée ne parviennent pas à mélanger complètement ses eaux avec celles de l'Océan; à la bouée extérieure on trouve la température océanienne. Les grands chenaux sont plus sensibles aux effets de la marée que les canalettes et que les parties qui découvrent à mer basse.

Les observations sous-marines ont fait voir que l'insolation, réfléchi par les sables du rivage, agit jusqu'à la profondeur de 25 mètres; les variations saisonnières deviennent presque nulles à 75 mètres, et à 100 mètres on trouve toute l'année la

température de 11 à 12° qui est celle de la surface pendant l'hiver.

Les mesures de la densité au large et dans le bassin ont encore mieux caractérisé la localisation de ces phénomènes.

Au large, la densité éprouve des oscillations de longue durée qui paraissent suivre à un ou deux mois d'intervalle celles qui se sont produites dans le bassin ; et dans le bassin même, les grands chenaux paraissent seuls être affectés par l'afflux des eaux pluviales.

Le volume des eaux douces amenées par la Leyre et par le canal des Étangs est trop faible, en temps ordinaire, pour remplir la largeur du chenal ; ces eaux divaguent et se portent suivant l'impulsion des vents et les formes du sous-sol marin, vers une rive ou l'autre, amenant de brusques diminutions dans la salure. Dans le grand chenal d'Eyrac, la densité est plus forte à pleine mer qu'à basse mer, il n'en est pas toujours ainsi dans les canalettes et parties qui découvrent ; dans ces derniers points la salure est quelquefois plus forte que celle de l'Océan ; tandis que dans la rade d'Eyrac elle est toujours inférieure.

Dans les grands chenaux, les effets de la marée sont très sensibles, ce qui n'existe pas dans les canalettes.

Les eaux oscillent avec les marées dans leurs canaux respectifs en conservant longtemps le caractère spécial à chaque localité.

En jusant, les eaux de la Leyre suivent le chenal d'Eyrac et appuient sur la rive droite, près des bancs ; c'est là qu'on a le plus à craindre les effets du doucin sur les parcs.

*Séance du 5 décembre 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. BLAREZ.

La Société procède au renouvellement de son Bureau pour l'année 1895-1896. Sont élus :

<i>Président</i> .....	M. DE LAGRANDEVAL.
<i>Vice-Président</i> .....	M. HAUTREUX.
<i>Secrétaire général</i> .....	M. RAYET.
<i>Secrétaires adjoints</i> .....	MM. CHOIZIER ET HUGOT.
<i>Archiviste</i> .....	M. BRUNEL.
<i>Trésorier</i> .....	M. CHEVALLIER.

**Membres du Conseil d'administration :**

1 <sup>re</sup> SÉRIE	2 <sup>e</sup> SÉRIE	3 <sup>e</sup> SÉRIE
MM. LESPIAULT.	MM. MILLARDET.	MM. BLAREZ.
GAYON.	PÉREZ.	MORISOT.
DROGUET.	BOUCHARD.	JOLYET.
ELLIE.	FIGUIER.	BAYSSELLANCE.

Sont élus membres titulaires de la Société :

M. Palmade, professeur de physique au lycée de Bordeaux.

M. R. Guimaraës, officier du génie portugais, à Lisbonne.

**Remarque sur l'ensemble des duades que  
l'on peut former avec N éléments;**

Par M. G. BRUNEL.

Considérons un ensemble de  $n$  éléments que nous représenterons par les symboles  $0, 1, 2, \dots, N-1$ . Nous pouvons faire correspondre à chacun de ces symboles un point soit du plan, soit de l'espace; nous attribuerons à chaque point représentatif le symbole de l'élément qu'il représente. L'ensemble des duades que l'on peut former avec  $N$  éléments est alors figuré par une configuration obtenue en joignant chacun des points du système à tous les autres points; on a alors un ensemble de  $\frac{N(N-1)}{2}$  arêtes; nous pouvons parler indifféremment du sys-

tème de duades de  $N$  éléments ou bien du système d'arêtes obtenu en joignant deux à deux  $N$  points. Dans ce dernier cas, il est bien entendu que les arêtes qui joignent les points deux à deux sont aussi bien des droites que des courbes de forme quelconque; les points de rencontre de deux arêtes ne sont pas pris en considération, ils ne sont pas considérés comme effectifs; les seuls points dont l'existence nous importe sont les points auxquels aboutit chacune des arêtes.

L'ensemble des duades que l'on peut former avec trois éléments peut être alors représenté par les arêtes d'un triangle; pour quatre éléments on a un tétraèdre, ou la projection ou la déformation d'un tétraèdre; pour  $N$  éléments la figure représentative est la configuration régulière la plus simple de l'espace à  $(N - 1)$  dimensions, configuration que l'on peut remplacer par une projection ou une déformation située dans l'espace ordinaire ou bien même sur le plan.

Le problème de la construction d'un système de triades contenant toutes les duades que l'on peut former avec  $N$  éléments, en sorte que chaque duade apparaisse une fois, et une fois seulement, peut alors s'énoncer comme il suit :

Si l'on considère la figure régulière la plus simple de l'espace à  $N - 1$  dimensions, peut-on la considérer comme décrite par la superposition d'un nombre déterminé de triangles, chaque arête devant alors figurer dans un tel tracé et chacune d'elles une fois seulement?

On sait qu'il faut et qu'il suffit que  $N$  soit de la forme  $6n + 1$  ou  $6n + 3$  pour que le problème admette des solutions.

Une généralisation du problème précédent consiste à chercher s'il existe des systèmes de  $v$ -ades épuisant dans leur ensemble toutes les duades de  $N$  éléments, ou, en d'autres termes, la figure régulière la plus simple de l'espace à  $N - 1$  dimensions peut-elle être considérée comme formée par la superposition, sans répétition d'arêtes d'un ensemble convenablement choisi de figures régulières les plus simples d'un espace à  $N' - 1$  dimensions?



Le nombre des duades de  $N$  éléments est égal à

$$\frac{N(N-1)}{2}.$$

Le nombre des duades formées avec  $N'$  éléments est égal à

$$\frac{N'(N'-1)}{2};$$

par suite, pour que l'on puisse épuiser toutes les duades de  $N$  éléments dans un système de  $N'$ -ades il faut que

$$\frac{N(N-1)}{N'(N'-1)}$$

soit un nombre entier. De plus, dans une  $N'$ -ade un élément est relié par des arêtes aux  $N' - 1$  autres, cet élément figure dans un certain nombre  $k$  de  $N'$ -ades; le système total de  $N'$ -ades contient donc l'élément considéré relié à d'autres qui par hypothèse sont tous distincts et en nombre égal à

$$k(N' - 1);$$

ces éléments ne sont autres que les éléments qui entrent dans le système à l'exception de celui que l'on a pris en considération. On a donc

$$k(N' - 1) = N - 1$$

c'est-à-dire une limitation pour la forme du nombre  $N$

$$N = k(N' - 1) + 1.$$

Ce résultat est fondamental dans la recherche des systèmes de tétrades, de pentades, d'hexades... qui épuisent les duades de  $N$  éléments.

Un autre mode de généralisation paraît aussi pouvoir être étudié. On peut se demander si l'on ne peut pas construire la figure régulière la plus simple de l'espace à  $N' - 1$  dimensions, sans répétition d'arêtes, à l'aide d'un système de configurations

régulières d'un espace d'un nombre inférieur de dimensions : par exemple, en supposant  $N' = 4$  à l'aide de cubes, ou d'octaèdres ou de dodécaèdres ou d'icosaèdres.

Nous ne considérerons ici que ces quelques cas particuliers en nous réservant d'examiner ultérieurement le cas où  $N'$  est égal à 3 et celui où  $N'$  est supérieur à 4.

CUBE. — Le cube présente douze arêtes ; pour que l'on puisse construire un système de cubes épuisant toutes les duades de  $N$  éléments, il faut tout d'abord que l'on ait

$$\frac{N(N-1)}{2} = 12k;$$

mais dans le cube un sommet, ou élément, est relié à trois autres éléments et on en conclurait, par un raisonnement identique à celui que nous avons appliqué tout à l'heure dans le cas des systèmes de  $N'$ -ades, que le nombre total des éléments est de la forme

$$N = 3r + 1.$$

On doit donc avoir

$$\begin{aligned}(3r + 1)3r &= 24k \\ (3r + 1)r &= 8k\end{aligned}$$

pour des valeurs entières de  $r$  et de  $k$ . On a donc

$$r = 8p \qquad N = 24p + 1,$$

ou bien

$$r = 8p + 5 \qquad N = 24p + 16.$$

OCTAÈDRE. — L'octaèdre présente douze arêtes, donc

$$\frac{N(N-1)}{2} = 12k;$$

de chaque sommet partent quatre arêtes, nous en concluons

$$N = 4r + 1,$$

et par suite

$$\begin{aligned}(4r + 1)4r &= 24k \\ (4r + 1)r &= 6k;\end{aligned}$$

d'où

$$r = 6 p \qquad N = 24 p + 1,$$

ou bien

$$r = 6 p + 2 \qquad N = 24 p + 9.$$

**DODÉCAÈDRE.** — Le dodécaèdre présente trente arêtes et de chaque sommet partent trois arêtes :

$$\frac{N(N-1)}{2} = 30 k$$

$$N = 3 r + 1;$$

d'où l'on conclut que  $r$  et  $N$  peuvent avoir l'une des formes suivantes :

$$\begin{array}{ll} r = 20 p & N = 60 p + 1 \\ r = 20 p + 5 & N = 60 p + 16 \\ r = 20 p + 8 & N = 60 p + 25 \\ r = 20 p + 13 & N = 60 p + 40 \end{array}$$

**ICOSAÈDRE.** — L'icosaèdre présente trente arêtes; de chaque sommet partent cinq arêtes :

$$\frac{N(N-1)}{2} = 30 k$$

$$N = 5 r + 1;$$

d'où l'on conclut que  $r$  et  $N$  doivent avoir l'une des formes suivantes :

$$\begin{array}{ll} r = 12 p & N = 60 p + 1 \\ r = 12 p + 3 & N = 60 p + 16 \\ r = 12 p + 4 & N = 60 p + 21 \\ r = 12 p + 7 & N = 60 p + 36 \end{array}$$

Nous trouvons ainsi des conditions nécessaires; il resterait à voir quand elles sont suffisantes.

Nous nous contenterons de montrer sur un exemple que les valeurs de  $N$  ne sont pas toutes acceptables. Prenons la plus petite valeur de  $N$  (supérieure à l'unité) trouvée précédemment  $N = 9$ , qui se présente relativement à l'octaèdre. On peut espérer, d'après ce qui a été dit, pouvoir former avec les arêtes de trois octaèdres toutes les duades de 9 éléments. Soit  $O$  un

des sommets d'un des octaèdres constitutifs, désignons par 1, 2, 3, 4 les sommets voisins de 0 et par 5 le sommet opposé. Pour que toutes les arêtes issues de 0 figurent parmi les octaèdres, il faut qu'il y ait un autre octaèdre contenant les arêtes 05, 06, 07, 08; dans ce second octaèdre le sommet opposé à 0 doit donc être un des points 1, 2, 3 ou 4; or, si l'on suppose que c'est le point 1, l'arête 15 est commune aux deux octaèdres, ce qui est contre l'hypothèse; de même si c'est le point 2, ou le point 3, ou le point 4. Il y a donc impossibilité.

*Séance du 19 décembre 1895.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

Le tome I<sup>er</sup> de la 5<sup>e</sup> série des Mémoires de la Société est mis en distribution.

### **Sur les éléments infinitésimaux du second ordre dans les transformations ponctuelles;**

Par M. HADAMARD.

Considérons une transformation ponctuelle de l'espace à  $n$  dimensions : par exemple, pour  $n = 2$ , la transformation

$$(1) \quad \begin{cases} x'_1 = f_1(x_1, x_2), \\ x'_2 = f_2(x_1, x_2). \end{cases}$$

Les variations infiniment petites de  $x'_1, x'_2$ , correspondantes à des variations infiniment petites de  $x_1, x_2$ , sont données, aux infiniment petits du second ordre près, par des formules de la forme

$$(2) \quad \begin{cases} dx'_1 = a^1_1 dx_1 + a^1_2 dx_2, \\ dx'_2 = a^2_1 dx_1 + a^2_2 dx_2. \end{cases}$$

Soit maintenant une autre transformation analogue

$$(1') \quad \begin{cases} x''_1 = \varphi_1(x'_1, x'_2), \\ x''_2 = \varphi_2(x'_1, x'_2), \end{cases}$$

dans laquelle les éléments infinitésimaux du premier ordre sont donnés par

$$(2') \quad \begin{cases} dx'_1 = b^1_1 dx_1 + b^1_2 dx_2, \\ dx'_2 = b^2_1 dx_1 + b^2_2 dx_2. \end{cases}$$

Si l'on forme le produit des deux transformations (c'est-à-dire la transformation qui exprime les  $x'$  en fonction des  $x$ ), les formules (2) et (2') donneront

$$(2'') \quad \begin{cases} dx'_1 = c^1_1 dx_1 + c^1_2 dx_2, \\ dx'_2 = c^2_1 dx_1 + c^2_2 dx_2. \end{cases}$$

Les quatre quantités  $c$  s'exprimeront en fonction des  $a$  et des  $b$ . Mais il est *une* fonction des  $c$  qui s'exprimera à l'aide de *la* fonction analogue relative aux  $a$  et de *la* fonction analogue relative aux  $b$ . C'est le déterminant

$$\delta' = \begin{vmatrix} c^1_1 & c^1_2 \\ c^2_1 & c^2_2 \end{vmatrix}$$

de la substitution (2'). Si  $\delta$  et  $\delta'$  désignent les déterminants de (2) et de (2'), c'est-à-dire les déterminants fonctionnels des transformations (1) et (1'), on aura (1)  $\delta' = \delta\delta'$ .

Introduisons maintenant les éléments infinitésimaux du second ordre; nous aurons à adjoindre aux formules (2) les suivantes :

$$(3) \quad \begin{cases} d^2 x'_1 = a^1_1 d^2 x_1 + a^1_2 d^2 x_2 + \alpha^1_1 (dx_1)^2 + \alpha^1_2 dx_1 dx_2 + \alpha^1_3 (dx_2)^2, \\ d^2 x'_2 = a^2_1 d^2 x_1 + a^2_2 d^2 x_2 + \alpha^2_1 (dx_1)^2 + \alpha^2_2 dx_1 dx_2 + \alpha^2_3 (dx_2)^2, \end{cases}$$

et, de même, les formules (2') seront complétées par de nouvelles formules (3') contenant, outre les coefficients  $b$ , six nouveaux coefficients  $\beta$  analogues aux  $\alpha$  qui figurent dans les formules (3).

Enfin, l'élimination des quantités  $dx'_1, dx'_2, d^2 x'_1, d^2 x'_2$  entre les équations (2), (2'), (3), (3') fournira  $d^2 x'_1, d^2 x'_2$  en fonction de  $dx_1, dx_2, d^2 x_1, d^2 x_2$ , par des formules (3''), où entreront, avec les quatre coefficients  $c$ , six nouveaux coefficients  $\gamma$ . Ces derniers s'expriment en fonction des  $a, b, \alpha, \beta$ .

On peut se demander s'il n'existe pas un système de moins de six fonctions des coefficients  $\alpha$ ,  $a$  :

$$\varphi_i(a, \alpha), \quad (i = 1, \dots, p; p < 6),$$

jouissant d'une propriété analogue à celle du déterminant  $\delta$ , à savoir que les quantités  $\varphi_i(c, \gamma)$  s'expriment à l'aide des seules quantités  $\varphi_i(a, \alpha)$  et  $\varphi_i(b, \beta)$  par des relations de la forme

$$(4) \quad \varphi_k(c, \gamma) = F_k[\varphi_i(a, \alpha) \mid \varphi_i(b, \beta)], \quad (k = 1, \dots, p).$$

La théorie des groupes de Lie permet de répondre à cette question. Les relations (3) définissent, en effet, la transformation la plus générale d'un groupe  $G$  aux variables  $dx_i$ ,  $dx$ ,  $d^2x_i$ ,  $d^2x$ , et aux dix paramètres  $a$ ,  $\alpha$ . Les formules qui expriment les  $c$  et les  $\gamma$  en fonctions des  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ , définissent le *groupe paramétral* du précédent, et les relations (4) correspondent à un *isomorphe méridrique* des deux premiers groupes.

Dans le cas d'un nombre quelconque  $n$  de variables, il y aurait  $n^2$  quantités  $a$  et  $\frac{n^2(n+1)}{2}$  quantités  $\alpha$ , de sorte que le groupe  $G'$  serait à  $2n$  variables ( $dx_i$ ,  $d^2x_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ ) et  $\frac{n^2(n+3)}{2}$  paramètres. C'est ce groupe que considère M. Picard dans le journal de M. Jordan (t. VIII, 1892); il est conduit à en rechercher tous les sous-groupes. L'objet de notre recherche sera un peu différent; nous nous occupons, en effet, des isomorphes méridriques de  $G$  et, par conséquent, de ses sous-groupes *invariants*.

On obtient aisément les transformations infinitésimales du groupe  $G$  en donnant successivement aux différents paramètres des accroissements infiniment petits à partir des valeurs qui correspondent à la substitution identique, et en prenant les coefficients de ces accroissements. Les transformations infinitésimales ainsi obtenues sont de deux sortes; les unes,

$$X_k \quad (i, k = 1, 2, \dots, n)$$

correspondent aux paramètres  $\alpha$ , les autres,

$$\mathcal{X}_{\lambda\mu}^{\nu} \quad (\lambda, \mu, \nu = 1, 2, \dots, n),$$

aux paramètres  $\alpha$ . Les transformations correspondantes du groupe paramétral sont :

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} A_i^i &= \sum_k a_h^k \frac{\partial f}{\partial a_h^k} + \sum_{\nu} \sum_q x_{\nu q}^k \frac{\partial f}{\partial x_{\nu q}^k}, \\ \mathcal{A}_{\lambda\mu}^{\nu} &= \sum_p \sum_q a_p^{\lambda} a_q^{\mu} \frac{\partial f}{\partial x_{pq}^{\nu}}. \end{aligned} \right.$$

Quant à la structure du groupe, elle est exprimée par les relations

$$(X_i X_{i'}) = \left\{ \begin{aligned} &0, \text{ pour } k \neq i', i \neq k'; \\ &X_i, \text{ pour } k = i', i \neq k'; \\ &-X_{i'}, \text{ pour } k \neq i', i = k'; \\ &X_i - X_{i'}, \text{ pour } k = i', i = k'; \end{aligned} \right.$$

$$(X_i \mathcal{X}_{\lambda\mu}^{\nu}) = \left\{ \begin{aligned} &0, \quad \text{pour } k \neq \nu, i \neq \lambda, i \neq \mu \\ &\mathcal{X}_{\lambda\mu}^i, \quad \text{pour } k = \nu, i \neq \lambda, i \neq \mu \\ &-\mathcal{X}_{\lambda\mu}^{\nu}, \quad \text{pour } k \neq \nu, i = \lambda \neq \mu \\ &-2\mathcal{X}_{\lambda\mu}^{\nu}, \quad \text{pour } k \neq \nu, i = \lambda = \mu \\ &\mathcal{X}_{\lambda\mu}^i - \mathcal{X}_{\lambda\mu}^k, \quad \text{pour } k = \nu, i = \lambda \neq \mu \\ &\mathcal{X}_{\lambda\mu}^i - 2\mathcal{X}_{\lambda\mu}^k, \quad \text{pour } k = \nu, \lambda = \mu = i; \end{aligned} \right.$$

$$(\mathcal{X}_{\lambda\mu}^{\nu} \mathcal{X}_{\lambda'\mu'}^{\nu'}) = 0.$$

Les mêmes relations ont lieu, bien entendu, entre les transformations  $A$ ,  $\mathcal{A}$ . Un premier sous-groupe distingué est, comme on voit, formé par l'ensemble des  $\mathcal{X}$ . Ce sous-groupe n'est pas intéressant au point de vue qui nous occupe, car l'isomorphe méridien correspondant n'est autre que le groupe défini par les équations (2), aux paramètres  $\alpha$ . Mais ce sous-groupe renferme lui-même deux sous-groupes invariants qui sont ceux que nous voulions obtenir. Le premier a pour transformations infinitésimales

$$\begin{aligned} &\mathcal{A}_{\lambda\mu}^{\nu} \quad (\nu \neq \lambda, \nu \neq \mu) \\ &\mathcal{A}_{\lambda\lambda}^{\lambda} - 2\mathcal{A}_{\lambda\mu}^{\mu} \quad (\lambda \neq \mu). \end{aligned}$$

Les invariants de ce groupe, c'est-à-dire les fonctions  $\varphi_i$  cherchées, ne sont autres (abstraction faite des  $\alpha$ ) que les dérivées logarithmiques partielles du déterminant fonctionnel. La relation (I) donne effectivement

$$\frac{\partial \log \delta'}{\partial x_i} = \frac{\partial \log \delta}{\partial x_i} + \sum_h' a_h^i \frac{\partial \log \delta'}{\partial x'_h}.$$

Le second sous-groupe cherché a pour transformations infinitésimales

$$\sum_{\mu=1}^n \mathcal{A}_{\lambda\mu}^{\mu}. \quad (\lambda = 1, 2, \dots, n).$$

Il a donc (abstraction faite des  $\alpha$ )  $\frac{n^2(n+1)}{2} - n$  invariants  $\varphi'_i$ . Il importe de remarquer que ce nombre, ajouté à celui des  $\varphi_i$ , donne le nombre total des  $\alpha$ ; de sorte que ceux-ci peuvent s'exprimer à l'aide des  $\alpha$ , des  $\varphi_i$  et des  $\varphi'_i$ .

## Mesures calorimétriques sur l'homme;

Par M. J. BERGONIE,

Professeur à la Faculté de médecine de Bordeaux,

et M. C. SIGALAS,

Professeur agrégé à la Faculté de médecine.

Les expériences récentes du professeur d'Arsonval, relatives à l'action physiologique des courants de haut potentiel et de grande fréquence ont montré que, chez les animaux soumis à l'action de ces courants, on observe une exagération des combustions respiratoires prouvant une modification profonde des échanges nutritifs (1).

A la suite de la publication de ces résultats, MM. Apostoli et

(1) *Arch. de Physiol.*, avril 1893.



Berlioz ont expérimenté l'action de ces mêmes courants sur des sujets sains et malades, et dans une note présentée à l'Académie des Sciences le 18 mars 1895, ils formulent les conclusions suivantes, déduites de la comparaison des symptômes offerts par les sujets avant et après le traitement, et de l'examen des modifications de la sécrétion urinaire :

« Ces courants ont une influence puissante sur l'activité nutritive et, à ce titre, ils constituent une médication de premier ordre dans un grand nombre de troubles fonctionnels provoqués par un ralentissement ou une perversion de la nutrition. »

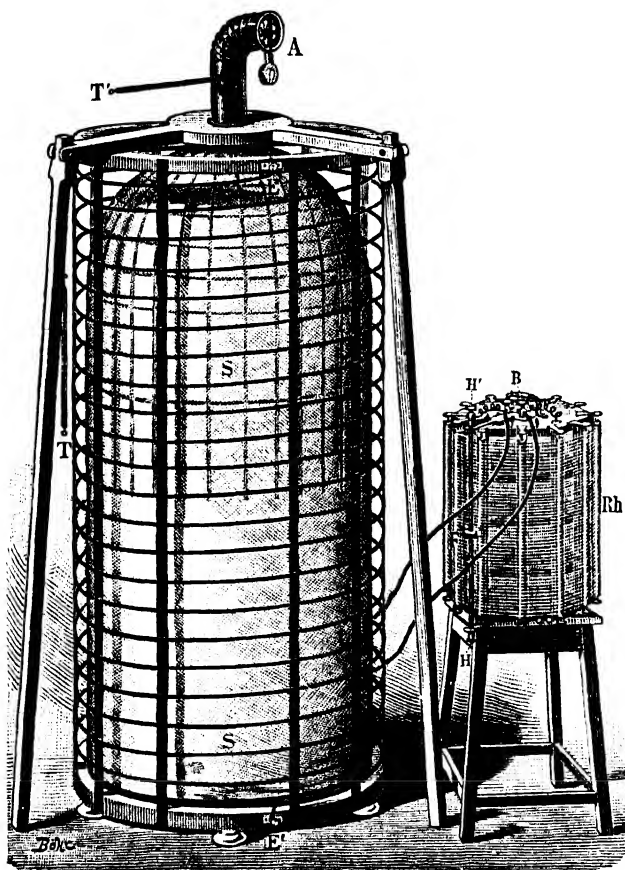
Le résumé des expériences que nous venons de relater montre qu'un seul côté de la question a été jusqu'ici envisagé ; pour ce qui est des modifications apportées par le courant aux échanges respiratoires et surtout à la production de la chaleur, nous ne possédons, à l'heure actuelle, que des données expérimentales obtenues par M. d'Arsonval sur les animaux. Il nous a paru que, vu l'importance de ses applications possibles en médecine, il était opportun d'entreprendre une nouvelle série de recherches touchant l'action physiologique, non encore complètement étudiée sur l'homme, de cette forme nouvelle de l'énergie électrique.

Nous donnerons dans cette note les résultats de nos expériences préliminaires de calorimétrie faites sur l'homme sain.

I. MÉTHODE D'EXPÉRIMENTATION. — Toutes les méthodes calorimétriques, déjà utilisées, ne peuvent pas être suivies dans des recherches de la nature de celles qui nous occupent. Il nous faut, en effet, un appareil pratique, susceptible d'être employé en clinique et, d'autre part, ne comprenant dans sa constitution aucune masse métallique ou bonne conductrice susceptible d'absorber, sous forme de courants de Foucault, une partie plus ou moins considérable de l'énergie électrique destinée à agir sur le sujet en expérience. C'est pourquoi les premiers calorimètres applicables à l'homme, dont le professeur d'Arsonval a donné le principe, calorimètres par rayon-

nement <sup>(1)</sup> et calorimètres à température constante <sup>(2)</sup>, ont dû être, malgré la précision des résultats qu'ils peuvent fournir, éliminés par nous.

Il en est tout autrement de l'appareil présenté par le même savant à la Société de Biologie dans la séance du 27 janvier 1894 sous le nom d'*anéo-calorimètre*. « L'homme est



enfermé dans une espèce de chambre dont les parois condui-

<sup>(1)</sup> *Recherches de calorimétrie* (Journ. de l'Anat. et de la Physiol., 1886, p. 150).

<sup>(2)</sup> *Travaux du laboratoire de M. Marey*, p. 400 et suiv.

sent mal la chaleur (bois ou étoffes de laine). L'air peut pénétrer librement par la partie inférieure de la chambre et s'échapper par une courte cheminée située à la partie supérieure. La présence du sujet détermine un tirage d'autant plus actif qu'il dégage plus de chaleur. En plaçant un anémomètre dans la cheminée d'appel, le nombre de tours du moulinet dans l'unité de temps donne une mesure très exacte de la vitesse du courant d'air et, par suite, de la chaleur dégagée.

Ce procédé, qui paraît grossier de prime abord, est d'une sensibilité surprenante... L'appareil peut recevoir une forme quelconque et s'adapter, par exemple, au-dessus d'un lit où repose le sujet en expérience... » Tel est l'appareil réunissant, comme on le voit, les conditions indispensables à nos recherches, que nous avons utilisé en y apportant la très légère modification que nous allons indiquer.

L'enveloppe de notre calorimètre est formée par un tissu de soie blanche de très faible masse (300 grammes), dans le but d'obtenir des indications aussi rapides que possible. Cette soie est maintenue à une forme cylindro-sphérique par quelques cercles en osier, de rayons convenablement choisis et reliés entre eux par des tiges de la même substance. La substitution de la soie blanche à la laine présente, en outre, l'avantage très appréciable pour des expériences d'une certaine durée, de permettre au sujet expérimenté d'être éclairé suffisamment pour lire.

L'appareil est entouré d'une solénoïde, comprenant vingt-quatre spires d'un mètre de diamètre destinées à donner passage aux courants dont nous voulons étudier l'action sur l'organisme.

**ÉTALONNAGE DE L'APPAREIL.** — Nos premiers résultats, obtenus en plaçant successivement à l'intérieur du calorimètre des sources constantes de chaleur d'intensités très différentes, nous ont montré que dans ces limites, très éloignées il est vrai, il n'existe pas de relation simple entre la quantité de

chaleur fournie dans un temps donné par une source constante et la vitesse du courant d'air indiquée par l'anémomètre. Il nous a donc été nécessaire de procéder d'une façon expérimentale à une sorte d'étalonnage de notre calorimètre. Le procédé employé a été le suivant :

Nous avons pris comme source un rhéostat constitué par du fil de maillechort de 1<sup>mm</sup>6 de diamètre, enroulé suivant une spirale cylindrique (140 spires) et présentant une hauteur de 60 centimètres et un diamètre de 40 centimètres. La résistance totale est de 40 ohms. Cette forme de rhéostat, fonctionnant comme source de chaleur, nous a paru la plus convenable, parce qu'elle peut être considérée comme ayant sensiblement la même surface d'émission qu'un sujet adulte. D'autre part, nous servant de la formule connue :  $jQ = I^2 R$ , nous avons choisi nos intensités de courant telles que la température du fil oscillât, dans nos mesures servant à la graduation, autour de 37°, afin de nous rapprocher le plus possible, sur ce point aussi, des conditions présentées par les sujets à expérimenter. Cette source, avec laquelle il était possible d'obtenir, à notre gré, telle ou telle quantité de chaleur, était placée à l'intérieur du calorimètre, sur un siège en bois, sensiblement à la hauteur à laquelle se trouve, dans l'appareil, la cage thoracique du sujet assis.

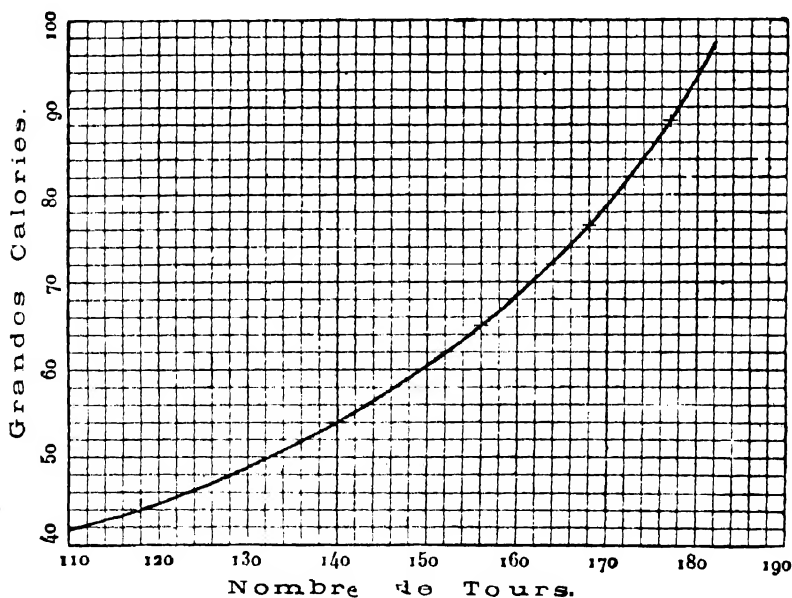
Dans une première série de déterminations, nous avons fait varier les quantités de chaleur dans les limites de celles que peut produire l'homme à l'état physiologique et à l'état pathologique.

Nous donnons ci-contre la courbe qui relie les quantités de chaleur produites *à l'heure* par la source au nombre de divisions parcourues en cinq minutes par l'aiguille de l'anémomètre.

Les quantités de chaleur à l'heure sont portées en ordonnées et les divisions de l'anémomètre en abscisses.

Le calorimètre était muni, en outre, de deux thermomètres, l'un placé au centre du tuyau d'appel et donnant la tempéra-

ture de l'air à la sortie ; le second, placé dans la pièce où nous expérimentions, donnait à chaque instant la température extérieure, d'ailleurs sensiblement constante. Il est important de faire remarquer que le critérium du moment où on doit commencer la lecture de l'anémomètre pour qu'elle soit exacte est indiqué par l'état d'équilibre du thermomètre intérieur. De plus, autre fait important à signaler, la lecture simultanée des deux thermomètres nous a montré qu'à une production donnée de chaleur correspond une différence sensiblement constante entre les deux températures intérieure et extérieure.



**EXPÉRIENCES CALORIMÉTRIQUES SUR L'HOMME SAIN.** — Nous avons expérimenté sur deux sujets, les mêmes qui doivent être soumis ultérieurement à l'action des courants de haute tension et de grande fréquence. L'expérience se fait, le sujet étant normalement vêtu et assis. Le premier (sujet A) est âgé de trente-huit ans. Pendant toute la durée des expériences, son poids a varié entre 72 kil. 500 et 73 kilogrammes. Sa tempé-

rature buccale a oscillé entre 36°7 et 36°9. C'est à lui que se rapporte le tableau suivant :

Température extérieure.	Divisions de l'anémomètre parcourues en 5 minutes.	Calorie par heure.
12°	161	69,50
12°6	163	71,50
13°5	160	68,50
13°6	159	67,50
14°	160	68,50
15°5	144	56,50
15°5	145	57,00

Le second sujet (sujet B) est âgé de vingt-neuf ans. Son poids, pendant toute la durée des expériences, a varié entre 69 kil. 800 et 70 kil. 500. Sa température buccale a oscillé entre 37°2 et 37°4. Il a fourni les chiffres suivants :

Température extérieure.	Divisions de l'anémomètre parcourues en 5 minutes.	Calorie par heure
11°8	169	77,50
13°6	171	80,00
13°6	172	81,00
14°4	169	77,50
15°6	160	68,50
15°4	154	63,50
15°4	154	63,50

L'examen de ces tableaux conduit aux conclusions suivantes :

1° On ne peut pas donner un chiffre unique représentant pour l'homme les quantités de chaleur par kilogramme et par heure. Chaque sujet a son coefficient calorimétrique propre ;

2° Même pour des variations légères dans la température extérieure, il y a des variations notables dans les quantités de chaleur mesurées au calorimètre. C'est ainsi que, dans les mêmes limites 11°8 — 15°6, nous avons obtenu :

Pour le sujet A.....	{ Maximum : 71,50 calories.
	{ Minimum : 56,50 —
Pour le sujet B.....	{ Maximum : 81,00 calories.
	{ Minimum : 63,50 —

3° D'une manière générale, les quantités de chaleur dégagées vont en augmentant à mesure que la température extérieure diminue. Si les expériences relatées ci-dessus sont trop peu nombreuses et faites à des températures trop peu différentes pour nous donner la loi du phénomène, elles en indiquent du moins le sens très nettement.

### Un problème d'arithmétique;

Par M. DE LAGRANDEVAL.

PROBLÈME. — Un certain nombre d'objets sont placés sur une table, ils doivent être partagés entre  $n$  personnes de la manière suivante : la première partage les objets en  $n$  parties égales, il doit rester un objet qu'elle jette, puis elle prend une part et s'en va. La deuxième entre à son tour, elle ignore que la première s'est servie, elle partage ce qui reste en  $n$  parties égales, il doit encore rester un objet qu'elle jette, puis elle prend une des parties et sort, ainsi de suite pour les autres personnes jusqu'à la  $n^{\text{ième}}$ . On demande combien il y a d'objets sur la table et la part de chacune des  $n$  personnes.

Ce problème présente pour chaque valeur de  $n$  une infinité de solutions. On peut trouver une formule très simple qui les renferme toutes.

Je représente par  $k$  la part de la personne qui s'est servie la  $n^{\text{ième}}$ . Avant qu'elle ait pris sa part, il y avait sur la table  $nk + 1$  objets; or, d'après l'énoncé du problème ces  $nk + 1$  objets représentent  $n - 1$  fois la part de l'avant-dernière, soit  $\frac{nk + 1}{n - 1}$ ; par suite, avant que cette avant-dernière se soit servie, il y avait sur la table  $\frac{n(nk + 1)}{n - 1} + 1$  objets. Par un raisonnement semblable, on trouverait que, avant que la  $(n - 2)^{\text{ième}}$  personne se serve, il y avait sur la table

$$\frac{n \left[ \frac{n(nk + 1)}{n - 1} + 1 \right]}{n + 1} + 1 \text{ etc...}$$

On voit que pour obtenir les résultats successifs, il suffit de multiplier le résultat précédent par  $\frac{n}{n-1}$  et ajouter au produit une unité. Si on effectue les calculs, on trouve facilement que :  
 avant que la  $(n-1)^{\text{ième}}$  se serve il y avait  $\frac{n^2 k + 2 n - 1}{n-1}$  objets  
 avant que la  $(n-2)^{\text{ième}}$  se serve il y avait  $\frac{n^3 k + 3 n^2 - 3 n + 1}{(n-1)^2}$   
 avant que la  $(n-3)^{\text{ième}}$  se serve il y avait  $\frac{n^4 k + 4 n^3 - 6 n^2 + 4 n - 1}{(n-1)^3}$   
 etc...

avant que la  $1^{\text{re}}$  se serve  $\frac{n^n k + C'_n n^{n-1} + C''_n n^{n-2} - C''_n n^{n-3} \pm 1}{(n-1)^{n-1}}$

ou en remarquant que  $C'_n = n$  et que  $C''_n n^{n-2} - C''_n n^{n-3} \dots = -(n-1)^n$  on a en appelant  $S_n$  le résultat la forme simple

$$S_n = \frac{n^n (k+1)}{(n-1)^{n-1}} - n + 1.$$

C'est la formule demandée.

REMARQUES. —  $S_n$  doit être un nombre entier et, comme  $n^n$  et  $(n-1)^{n-1}$  sont premiers entre eux, il faut que  $k+1$  soit un multiple de  $(n-1)^{n-1}$ , ce qui donne  $k = \text{multiple } (n-1)^{n-1} - 1$ ; par suite  $k$  aura une infinité de valeurs qui formeront une progression arithmétique dont la raison sera  $(n-1)^{n-1}$ .

Il est facile de voir que les valeurs de  $S_n$  correspondant à chaque valeur de  $k$  formeront aussi une progression arithmétique dont la raison sera  $n^n$  et le premier terme  $n^n - n + 1$ .

Ainsi, dans le cas où  $n = 3$  on a pour  $k$  et  $S_n$

Valeurs de  $k$  3, 7, 11, 15, ...;

Valeurs de  $S_n$  25, 52, 79, 106, ...;

de même pour  $n = 4$  on a

Valeurs de  $k$  26, 53, 90, ...;

Valeurs de  $S_n$  253, 509, 765, ....

On pourrait varier ce problème, en supposant qu'au lieu de



jeter un objet chaque fois, on en jette  $a$ . Rien n'est à changer au raisonnement précédent, on trouverait dans ce cas la formule suivante

$$S_n = \frac{n^n (k + 1)}{(n - 1)^{n-1}} - a(n - 1).$$

On peut encore varier le problème précédent en supposant que la 1<sup>re</sup> personne qui se sert jette un objet, que la 2<sup>e</sup> en jette 2, que la 3<sup>e</sup> en jette 3, etc., et la  $n^{\text{ième}}$  en jette  $n$  : en raisonnant comme précédemment, on trouverait

$$S_n = \frac{n^n k + n^n + (n - 1)(n - 1)^n}{(n - 1)^{n-1}}$$

ou

$$S_n = \frac{n^n (k + 1)}{(n - 1)^{n-1}} + (n - 1)^n.$$

Dans cette formule, on verrait comme précédemment que pour une même valeur de  $n$ , les valeurs de  $k$  et de  $S_n$  sont en progression arithmétique.

Ex.  $n = 3$

les valeurs de  $k$  sont 3, 7, 11, 15, ...;

celles de  $S_n$  sont 31, 58, 89, 116, ....

*Séance du 9 janvier 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANDEVAL.

M. Auger, professeur de chimie à la Faculté des sciences de Bordeaux, est élu membre titulaire.

## Sur la géométrie non euclidienne;

Par M. HADAMARD.

(Commentaire des idées émises par M. Poincaré dans la *Revue gén. des Sciences*, 15 décembre 1891.)

« Le postulat d'Euclide doit être considéré, en mathématiques pures, comme une définition et non comme une pro-

position à démontrer. Il n'y a lieu de chercher à le prouver qu'au point de vue de l'harmonie à établir entre les notions géométriques et l'expérience; et cette démonstration ne saurait être qu'expérimentale, puisque telle est la nature de la question qu'elle est appelée à trancher. »

Un échange d'observations a lieu entre plusieurs membres au sujet de cette communication.

*Séance du 23 janvier 1896.*

PRÉSIDENTE DE M. DE LAGRANDEVAL.

M. Favrel, préparateur du cours de chimie à la Faculté de médecine et de pharmacie de Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

M. Gayon, rapporteur de la Commission des finances, dit que la vérification de la comptabilité de la Société a montré que cette comptabilité était tenue dans un ordre parfait; puis, au nom de la Commission, il présente le projet de budget suivant :

Frais de recouvrements.....F.	70
Frais de convocations.....	50
Frais de correspondance.....	150
Entretien .....	300
Achats de livres pour compléter les collections....	200
Reliure .....	500
Impression.....	1,730
TOTAL.....F.	3,000

La Société accepte le projet de budget ci-dessus, et approuve les comptes du Trésorier auquel elle vote des remerciements pour le soin et le zèle qu'il apporte dans l'accomplissement de ses fonctions.

M. Morisot, au nom de la Commission des archives, annonce que celles-ci sont tenues dans un ordre excellent.

La Société vote des remerciements à M. l'Archiviste.

La Société Royale de Londres envoie une nouvelle circulaire relative à son projet d'organisation d'une conférence internationale, qui aurait pour but de dresser un catalogue de la littérature scientifique. Le Gouvernement français n'a fait aucune réponse aux propositions que lui avait adressées la Société Royale, bien que de nombreuses Sociétés et, en particulier la nôtre, aient fait un accueil favorable à ces propositions. Alors, la Société Royale demande aux Sociétés savantes françaises d'insister près de leur Gouvernement pour obtenir de lui la désignation de personnalités scientifiques compétentes comme membres de la conférence internationale.

## Sur les surfaces et les espaces à un seul côté;

Par M. G. BRUNEL.

La bande de papier de Möbius fournit un exemple simple d'une portion de surface à un seul côté, portion de surface limitée par un bord unique. Remarquons en passant que Listing, dans son *Census der räumlicher Complexe*, avait donné le dessin de cette bande de papier; il excluait de ses recherches la considération de surfaces de cette nature.

Dans ses études sur les polyèdres, Möbius avait étudié des polyèdres spéciaux fermés à un seul côté.

On connaît d'autre part des surfaces algébriques fermées, situées dans une portion limitée de l'espace et qui sont à un seul côté. En 1881, dans le Séminaire Mathématique de Leipzig, M. Klein nous montrait comme exemple d'une telle surface le modèle de la surface de Steiner. Une autre surface du quatrième degré, de forme très simple, est donnée par M. Dyck dans ses recherches sur l'Analysis situs publiées dans les *Mathematische Annalen*. Dans le numéro du *Journal de l'École polytechnique* qui vient de paraître, M. Poincaré, dans une étude analy-

tique remarquable sur l'Analysis situs arrive en particulier à cette conclusion que dans un espace à  $n$  dimensions il n'existe pas d'espace à  $n - 1$  dimensions qui soit fermé et à un seul côté. Cette proposition est en contradiction avec les faits que nous avons rappelés plus haut. Elle est aussi en contradiction avec des résultats qu'il est facile d'établir dans un espace d'un nombre de dimensions quelconques. On peut donner des expressions, en fonctions de  $n - 1$  variables, des coordonnées  $x_1, x_2, \dots, x_n$  telles que si on déplace sur la surface le point  $x$  le long d'un chemin fermé, la demi-normale à la surface change de direction quand on revient au point de départ.

Par exemple on obtient des espaces de cette nature par une déformation convenable de la généralisation du tore.

Les espaces ainsi obtenus, considérés au point de vue topologique, sont à un seul côté.

La contradiction signalée repose simplement sur la façon dont doit être compris le mot *fermé*. M. Poincaré indique d'une façon précise ce qu'il appelle espace fermé au point de vue analytique. Mais la définition ne concorde pas avec ce que l'on est en général convenu d'appeler fermé au point de vue topologique.

Une sphère est fermée, et cela indépendamment du procédé analytique employé pour la représenter. Si l'on emploie des coordonnées polaires, elle ne serait plus fermée au point de vue analytique.

M. Brunel termine sa communication en établissant l'existence des espaces à  $(n - 1)$  dimensions, fermés et à un seul côté, indiqués précédemment.

## Sur un nouvel antiseptique;

Par M. BARTHE.

L'oxycyanure de mercure a été recommandé par certains chirurgiens pour son pouvoir antiseptique puissant : il présen-

terait aussi l'avantage de ne pas attaquer les instruments de chirurgie. Il y a de nombreuses années, Dorvault avait donné une formule de préparation de cette substance chimique. En l'exécutant on obtient un oxycyanure se rapprochant beaucoup, comme composition, de l'oxycyanure  $\text{HgO}$ ,  $\text{HgCy}$  (équiv.) : il est très peu soluble dans l'eau, et sa solution attaque les instruments de fer ou de nickel au bout de quelques heures. Actuellement, on trouve dans le commerce de la droguerie des oxycyanures de mercure solubles : en les analysant par l'excellente méthode cyanométrique de M. Denigès, on voit qu'ils ont la composition  $\text{HgO}$ ,  $3\text{HgCy}$  (équiv.) et qu'ils renferment un léger excès de cyanure de mercure, ajouté dans le but d'augmenter leur solubilité. Mais si l'on vient à immerger dans leurs solutions des instruments de chirurgie, en moins de vingt minutes ils sont recouverts de mercure et d'oxyde mercurieux : en même temps il se dégage d'abondantes vapeurs d'acide cyanhydrique qui ne seraient pas sans inconvénient pour le chirurgien, ses aides et l'opéré. En résumé, l'oxycyanure de mercure n'est pas un antiseptique à recommander.

*Séance du 6 février 1896.*

PRÉSIDENT DE M. DE LAGRANVAL.

---

M. Gelblum, ingénieur agronome, est nommé membre titulaire de la Société.

M. le Président fait part à la Société de la mort d'un de ses membres fondateurs, M. Brochon, dont il rappelle les travaux botaniques et, en particulier, les recherches sur la flore du Sud-Ouest ; il se fait l'interprète des regrets que cette perte fait éprouver à la Société.

Il annonce ensuite la mort de M. Graindorge, professeur à l'université de Liège, membre correspondant de la Société.

## **Photographies obtenues à l'aide des rayons X;**

Par M. BERGONIÉ.

M. Bergonié présente des photographies qu'il a obtenues au moyen des rayons X. Ses expériences lui ont montré que ce nouveau genre de photographie était incapable de déceler les altérations des tissus organiques qui, bien que différents, sont à peu près également transparents aux rayons X; seuls les os et les objets métalliques donnent de bons clichés.

L'auteur dit qu'il a obtenu de meilleurs résultats avec la machine Wimshurst qu'avec la bobine d'induction.

## **Sur une action mécanique émanant des tubes de Crookes analogue à l'action photogénique découverte par Röntgen;**

Par MM. GOSSART et CHEVALLIER.

Il s'agit d'une force mécanique qu'on peut manifester dans le radiomètre de Crookes, lorsqu'on place ce dernier en face du tube de Crookes qui sert, depuis la découverte de M. Röntgen, à faire la photographie de l'invisible.

Nous avons voulu, dans un cours public sur les radiations des lampes électriques, introduire les rayons X de Röntgen, les rayons cathodiques de Crookes et la lumière stratifiée d'Abria qui, par l'agrandissement des strates, a conduit Crookes à sa découverte.

Quand nous avons voulu montrer au loin l'échauffement du tube de Crookes, au moyen de son radiomètre, nous avons été tout étonnés, ainsi que plusieurs personnes présentes, de voir les ailettes du radiomètre se caler devant le tube, avec orientation fixe et après des oscillations pendulaires indiquant un champ de force d'autant plus intense qu'on était plus près du tube.

Il y a plus, le champ, visqueux en quelque sorte, qui cale les

ailettes est modifié par les courants, surtout par celui de la bobine excitatrice du tube de Crookes, et aussi par les corps électrisés statiquement et, sur les conseils de MM. Brunel et Duhem, nous avons constaté enfin qu'il est perturbé fortement par un aimant.

Ainsi, sur les ailettes de ce radiomètre on peut faire entrer en action les rayons X, la chaleur, les forces électrostatiques, électrodynamiques et magnétiques.

Nous croyons avoir là un instrument commode pour étudier les radiations mystérieuses du tube de Crookes.

Nos expériences ont surtout porté jusqu'ici sur la comparaison de cette force et de l'action photographique.

Nous avons déterminé une première ligne de niveau du champ, en actionnant notre tube de Crookes à croix avec une grosse bobine Ruhmkorff et un courant primaire de 20 volts — et notant dans les diverses directions la cessation du calage; la direction d'équilibre d'une des paires d'ailettes était bien toujours normale à cette ligne de niveau. — En entourant le tube d'une sorte de muraille circulaire formée par une pellicule photographique dans un étui en carton, qu'on avait tapissée de lettres métalliques, nous avons vérifié approximativement la concordance des deux champs.

Il en a été de même jusqu'ici de nos expériences sur la transparence des diverses substances pour la force et l'action photographique.

Ainsi nous avons trouvé comme très transparents aux deux flux les corps suivants :

Carton, bois, ébonite, feutre, soufre, paraffine, ouate, etc. Suivant l'ordre de leur opacité décroissante nous citerons au contraire les substances suivantes :

Plomb, cuivre, aluminium, ivoire, charbon des cornues.

Nous espérons poursuivre cette étude du champ du tube de Crookes, faite avec le radiomètre de Crookes.

A la suite de cette communication, la Société se rend dans

les caves de la Faculté où MM. Gossart et Chevallier ont installé les appareils permettant de reproduire les expériences citées dans leur communication.

*Séance du 20 février 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL

---

M. Rivière, préparateur à la Faculté de Médecine de Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

M. Brunel présente une notice biographique sur M. Fournet, un des bienfaiteurs de notre Société, écrite par M. Micé, recteur de l'Académie de Clermont, et qui sera imprimée dans les Mémoires.

---

**La thermodynamique du frottement  
et les équilibres chimiques;**

Par M. DUHEM.

(Voir les *Mémoires*.)

---

**Dosage de l'huile de résine dans l'essence  
de térébenthine;**

Par MM. GOSSART et CROIZIER.

Le problème que nous croyons avoir résolu nous était posé, avec grande précision, dans la lettre suivante de M. Samanos, directeur à Bordeaux et Morcenx des agences de la Société anonyme des produits résineux, lettre adressée à M. Gossart :

« Votre méthode de distinction des alcools m'a inspiré la pensée de vous soumettre une question, qui pour notre pays des Landes a une importance considérable. Le commerce de l'essence de térébenthine est fait par certains vendeurs avec une déloyauté absolue. L'essence est mélangée par eux avec de l'huile de térébenthine obtenue par la distillation des brais, huile dont le prix est inférieur de 75 à 80 p. 100 à celui de l'essence,



» L'un comme l'autre de ces produits sont des carbures d'hydrogène dont les polymères sont extrêmement nombreux, ce qui rend leur distinction toujours fort difficile et souvent impossible.

» La densité de l'essence est 0,860 (moyenne), celle de l'huile de résine, 0,960. Cette différence limite les mélanges qui ne dépassent pas 8 à 10 p. 100 d'huile de résine. Au delà, un densimètre les révélerait. En raison de cet état moléculaire, le polarimètre ne donne des indications relativement précises que lorsque le mélange contient plus de 6 p. 100 d'huile de résine ; de plus, cet instrument exige des connaissances et une expérience qui en rendent l'usage difficile à d'autres qu'à des hommes de science.

» L'essence est siccative, l'huile ne l'est pas, et les produits fabriqués avec l'essence fraudée sont de très mauvaise qualité.

» Enfin, ce commerce déloyal a des conséquences déplorables pour notre pays ; notre produit est déprécié à l'étranger comme en France, et le commerce honnête est continuellement victime de ces mélanges frauduleux.

» Vous rendriez un bien grand service à nos Landes en recherchant un procédé pratique pour reconnaître ces fraudes... »

Grâce aux échantillons d'essence de térébenthine pure, d'essence commerciale d'origine certaine et d'huile de résine que M. Samanos a bien voulu nous fournir, et dont nous le remercions sincèrement, la solution du problème a pu être vite ébauchée, sous ses yeux mêmes, par l'homéotropie.

L'huile de résine a plongé brutalement dans l'essence pure, il en a été encore de même d'un mélange à 50 p. 100.

Un mélange à 25 p. 100 plongeait encore nettement, mais moins violemment, et roulait, au contraire, sur 5 p. 100 d'huile de résine, à toutes gouttes.

Nous avons étudié alors avec soin, et à nombreuses reprises, les conditions de roulements et plongeons de gouttes dont la composition variait degré par degré de 20 à 32 p. 100 d'huile

de résine sur des liquides synthétiques contenant de 0 à 8 p. 100 de la même huile.

Nous avons, en opérant sur 10 gouttes à chaque expérience, obtenu un tableau qui montre très bien la possibilité de faire le dosage de l'huile de résine dans l'essence de térébenthine à 2 p. 100 près, même sans précautions méticuleuses et très vite.

Les limites de la précision sont indiquées par ce fait que tous les roulements complets sont marqués 10, tous les plongeons complets marqués 0. Les chiffres de la zone intermédiaire, qui n'est pas bien large, et qui permet l'analyse, sont un résultat de moyennes prises sur 4 à 5 séries d'observations. Dans cette région il y a donc des écarts. Pour la mise en œuvre on pourrait se contenter de s'adresser au réactif-gouttes 24 p. 100 d'huile de résine qui plonge dans l'essence pure, roule à moitié gouttes sur 2 p. 100 d'huile de résine et roule à toutes gouttes sur 4 p. 100.

Mais, par excès de précaution, on fera bien d'employer les 3 réactifs 22 p. 100, 24 p. 100, 26 p. 100; avec leur ensemble on aura :

- 1° Quelques roulements, à peine de 5 à 8, sur l'essence pure;
- 2° De 15 à 18 roulements sur l'essence à 2 p. 100 d'huile;
- 3° 30 roulements, à très peu près, sur l'essence à 4 p. 100 d'huile de résine.

Puisqu'on peut caractériser facilement 2 p. 100 d'huile avec les 3 réactifs par 15 à 18 roulements sur 30 gouttes, rien n'est plus facile que de faire un dosage sur une essence surchargée. Il suffira de la diluer dans un volume 2, 3, ...,  $n$  fois plus grand avec de l'essence pure, jusqu'à ce qu'on obtienne ce roulement, limite caractéristique de 2 p. 100. La dose sera 2  $n$  p. 100.

Nous avons à ce point de vue étudié l'essence commerciale d'origine sûre que nous avons à notre disposition.

La courbe tracée se confond avec celle qui concerne l'essence pure par un déplacement de 2 centièmes des abscisses;

et l'emploi des 3 réatifs indique bien aussi cette dose normale d'huile dans l'essence commerciale employée.

*Séance du 5 mars 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL

---

### **Titrage de l'acide tartrique;**

Par M. CARLES.

M. Carles indique deux nouveaux procédés de titrage de l'acide tartrique dans les matières tartreuses : le procédé marseillais, et celui par l'acétate de chaux. Il montre les côtés fort et faible de chacun et prouve expérimentalement que si le second donne généralement des résultats voisins de la réalité théorique, le premier est toujours en déficit de plusieurs degrés. C'est un détail que les vendeurs ne doivent pas ignorer.

### **Étude des équilibres chimiques dans les espaces inégalement chauffés et du principe de Watt;**

Par M. DUHEM.

(Voir les *Mémoires*.)

*Séance du 19 mars 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. BAYSELLANCE.

---

M. Prévost, ingénieur civil des mines, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Théorie des explosions;**

Par M. DUHEM.

(Voir les *Mémoires*.)

M. Goguel présente à la Société plusieurs exemplaires d'un nouveau modèle de bec de gaz qu'il a établi pour l'éclairage avec l'acétylène. La lumière est remarquablement blanche et fixe, et le bec ne devient pas fumeux quelle que soit la pression du gaz, dans les limites des variations ordinaires de la pression du gaz d'éclairage.

### Polygones autoinscrits;

Par M. G. BRUNEL.

Un polygone est autoinscrit ou inscrit dans lui-même et par suite circonscrit à lui-même lorsque par tout sommet passe un côté différent des deux côtés qui viennent se rencontrer en ce sommet. Nous supposons que sur un côté du polygone il n'y ait, outre les deux sommets qui déterminent le côté, qu'un seul autre sommet. Les côtés partant de ce troisième sommet sont donc distincts du côté défini par les deux premiers sommets consécutifs. Soient  $0, 1, 2, \dots, n - 1$  les sommets successifs du polygone à  $n$  sommets, écrivons les côtés successifs du polygone dans  $n$  colonnes en marquant dans chaque colonne comme premier élément le sommet initial, comme second élément le second sommet, et enfin comme troisième élément le symbole du sommet qui se trouve sur le côté considéré. On a un tableau

$$T \quad \left\{ \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & n-2 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n-1 & 0 \\ k_0 & k_1 & k_2 & k_3 & \dots & k_{n-2} & k_{n-1} \end{array} \right.$$

Les différentes lettres  $k$  doivent être les nombres  $0, 1, 2, \dots, n - 1$  placés dans un certain ordre. Cet ordre doit être tel qu'une duade d'une colonne ne se trouve jamais répétée dans une autre colonne. Si l'on avait, en effet, deux colonnes contenant la duade  $mk$ , cela peut arriver de deux façons distinctes. Ou bien cela proviendrait de l'existence des colonnes

$$\begin{array}{cc} m-1 & m \\ m & m+1 \\ k & k \end{array}$$

et alors ces colonnes montrent que  $m$ ,  $k$  et  $m - 1$  d'une part,  $m$ ,  $k$  et  $m + 1$  de l'autre sont en ligne droite. Les quatre sommets  $m - 1$ ,  $m$ ,  $m + 1$ ,  $k$  seraient en ligne droite; nous avons exclu ce cas. Ou bien cela proviendrait de l'existence des colonnes

$$\begin{array}{cc} m & k \\ m \pm 1 & k \pm 1 \\ k & m \end{array}$$

et alors la ligne déterminée par les deux sommets  $k$  et  $m$  passerait par deux autres sommets  $m \pm 1$  et  $k \pm 1$ .

Les triades du tableau T ne contiennent aucune répétition de duades. Or, le nombre des duades formées avec  $n$  éléments est égal à  $\frac{n(n-1)}{2}$  et comme chaque triade contient trois duades, le nombre des triades que l'on peut former avec  $n$  éléments, sous les conditions indiquées, est au plus égal à

$$\frac{n(n-1)}{6}.$$

Il faut que ce nombre soit positif. Le nombre  $n$  est donc égal ou supérieur à 7.

Il est facile de former des tableaux de triades tels que T satisfaisant à la condition de ne répéter aucune duade.

Le système de triades relatif au cas de 7 éléments fournit un tel tableau

0	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	0
3	4	5	6	0	1	2

Sa constitution nous conduit à examiner si l'on peut, pour des valeurs de  $n$  supérieures à 7, former des tableaux dont les colonnes se déduisent de la première d'entre elles en y ajoutant successivement les nombres 0, 1, 2, ...,  $n - 1$ .

Soit un tableau

$$\begin{array}{ccc} a & & \\ a + 1 & a = 0, 1, 2, \dots, n - 1 & T' \\ a + p & & \end{array}$$

les nombres qui figurent dans le tableau étant pris relativement au module  $n$ .

Les triades qui contiennent  $a + p$  sont

$$\begin{array}{ccc} a & a + p - 1 & a + p \\ a + 1 & a + p & a + p + 1 \\ a + p & a + 2p - 1 & a + 2p \end{array}$$

et ces trois colonnes contiennent les duades où  $a + p$  figure comme élément. Il faut que les autres éléments de chaque duade soient tous différents et ne soient pas non plus égaux à  $a + p$ . On a donc les inégalités prises relativement au module  $n$  :

$$a \neq a + 1 \neq a + p - 1 \neq a + 2p - 1 \neq a + p + 1 \neq a + 2p \neq a + p$$

Cette série d'inégalités peut s'écrire, en évitant les répétitions :

$$\begin{array}{cccc} p \neq 0 & p \neq 1 & p \neq n - 1 & p \neq 2 \\ 2p \neq 0 & 2p - 2 \neq 0 & & \\ 2p - 1 \neq 0 & & & \end{array}$$

Les inégalités de la première ligne sont indépendantes de la forme du nombre  $n$ .

Si  $n$  est pair  $n = 2n'$ , l'inégalité de la dernière ligne est vérifiée et les inégalités de la dernière ligne donnent

$$p \neq n' \quad p \neq n' + 1.$$

Si  $n$  est impair,  $n = 2n' + 1$ ; les inégalités de la seconde ligne sont vérifiées et l'inégalité de la seconde ligne donne

$$p \neq n' + 1.$$

En résumé, si  $n$  est pair et égal à  $2n'$ ,  $p$  peut prendre les valeurs

$$3, 4, 5, \dots n' - 1, n' + 2, n' + 3, \dots 2n' - 2; \quad 2p = 0;$$

mais il faut que  $n' - 1 > 2$ , c'est-à-dire  $n = 2n' > 6$ . On obtient donc des tableaux acceptables pour  $n = 8, 10, \dots 2n'$ .

Si  $n$  est impair et égal à  $2n' + 1$ ,  $p$  peut prendre les valeurs

$$3, 4, 5 \dots n', n' + 2, \dots 2n' - 1;$$

mais il faut que  $n' > 2$ ,  $n = 2n' + 1 > 5$ . On obtient donc des tableaux acceptables pour  $n = 7, 9, \dots, 2n' + 1$ .

Le tableau relatif à une valeur déterminée de  $p$

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & n-2 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & n-1 & 0 \\ p & p+1 & p+2 & p-2 & p-1 \end{array}$$

présente le polygone  $0, 1, 2, \dots, n-1$  décrit dans un certain sens. Parcourons ses côtés, à partir du côté  $0\ 1$ , dans le sens contraire. Il suffira pour cela de permuter  $0$  et  $1$  et de changer  $2$  en  $n-1$ ,  $3$  en  $n-2$ , ...,  $k$  en  $n+1-k$ . Le tableau précédent devient alors

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & n-1 & n-2 & 3 & 2 \\ 0 & n-1 & n-2 & n-3 & 2 & 1 \\ n+1-p & n-p & n-p-1 & n-p-2 & n-p+3 & n-p+2 \end{array}$$

ou, en changeant de colonne de départ, permutant la première et la deuxième ligne et disposant les colonnes successives en sens inverse, opérations qui n'altèrent nullement le système de triades écrit

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & n-1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ n-p+1 & n-p+2 & n-p+3 & n-p+4 & n-p \end{array}$$

qui n'est autre que le tableau relatif à la valeur  $n-p$ .

Les deux tableaux relatifs à  $p$  et à  $n-p$  ne correspondent donc qu'à un seul et même polygone.

Nous arrivons donc à cette conclusion :

Pour des valeurs quelconques de  $n$  égales ou supérieures à  $7$ , il peut exister des polygones autocirconscrits pour lesquels le tableau des côtés est donné par

$$\begin{array}{l} a \\ a+1 \pmod{n} \quad a=0, 1, 2, \dots, n-1 \\ a+p, \end{array}$$

où  $p$  est l'un quelconque des nombres  $3, 4, 5, \dots, E\left(\frac{n+1}{2}\right)-1$ .

Il est à remarquer que l'existence du tableau des positions

relatives des sommets du polygone n'implique pas l'existence effective de polygones réels dont les côtés soient reliés, comme l'indique le tableau.

C'est ainsi que l'on sait par l'étude des configurations (33), et (33)<sub>s</sub>, qu'il n'existe pas de polygones réels autoinscrits de 7 et de 8 côtés. Mais nos tableaux nous permettent d'établir l'existence effective d'une infinité de tels polygones.

Soit, en effet,  $n = kp$ , où  $k$  et  $p$  sont au moins égaux à 3. Prenons un polygone de  $k$  côtés dont nous appellerons les sommets  $0, p, 2p, \dots (k-1)p$ ; inscrivons un second polygone de  $k$  côtés de sommets  $1, p+1, \dots (k-1)p+1$ ; inscrivons dans ce second polygone un troisième polygone  $2, p+2, \dots (k-1)p+2$ ; et ainsi de suite. Seul le dernier, où  $p^{\text{ième}}$  polygone sera assujéti à de nouvelles conditions : ses côtés devront respectivement passer par les sommets  $p, 2p, \dots, (k-1)p$  et  $0$ . On peut toujours disposer des polygones successifs, en sorte que le dernier polygone existe. Nous obtenons ainsi des polygones correspondant au tableau

$$\begin{array}{l} a \\ a + 1 \quad a = 0, 1, 2, \dots \quad (kp - 1) \\ a + p. \end{array}$$

M. Brunel présente à la Société une série de polygones tracés par le procédé qui vient d'être indiqué.

*Séance du 16 avril 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

M. Dupouy, préparateur à la Faculté de médecine de Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Sur l'inégalité de Clausius et l'extension du principe de Carnot aux corps vivants;**

Par M. DUHEM.

(Voir les *Mémoires*.)



## Sur les triades formées avec $6n - 1$ et $6n - 2$ éléments;

Par M. G. BRUNEL.

Dans le *Cambridge and Dublin Mathematical Journal* (t. II, p. 191-204, 1847), Kirkman a énoncé la proposition suivante :

Si l'on désigne par  $Q_x$  le nombre maximum de triades que l'on peut former avec  $x$  éléments, en sorte qu'il n'y ait aucune répétition des duades, le nombre  $Q_x$  est donné par l'expression

$$3 Q_x = x \frac{x-1}{2} - V_x,$$

où l'on doit faire

- |     |                               |                                |
|-----|-------------------------------|--------------------------------|
| (1) | $V_x = 6k + 4$                | pour $x = 6n - 1$ ,            |
| (2) | $V_x = \frac{1}{2}x + 3k + 1$ | $x = 6n - 2$ ,                 |
| (3) | $V_x = 0$                     | $x = 6n + 1$ et $x = 6n + 3$ , |
| (4) | $V_x = \frac{x}{2}$           | $x = 6n$ et $x = 6n + 2$       |

en posant

$$n = 2^m (2k + 1).$$

La proposition relative au cas (3) (et par suite au cas (4), qui en est une conséquence) est établie nettement par Kirkman. Reiss en a donné une démonstration identique au fond, mais plus étendue dans le tome LVI du *Journal de Crelle*. Netto est revenu sur cette question dans sa *Substitutionen Theorie* et dans les *Mathematische Annalen* (t. XLI), et a donné des constructions de systèmes de triades pour des valeurs particulières de  $6n + 1$  et de  $6n + 3$ . Les procédés de Netto ont été généralisés et complétés par H. Moore dans le tome suivant des *Mathematische Annalen*.

Les propositions relatives au cas (1) et (2) ne sont pas exactes. Kirkman donne un essai de démonstration. Il établit

l'existence de systèmes de triades contenant effectivement le nombre  $Q_x$  de triades fourni par la formule, mais il n'établit pas l'impossibilité de l'existence d'un nombre supérieur de triades. Il donne quelques raisons, mais ajoute qu'elles sont insuffisantes pour emporter la conviction et qu'elles « manquent de rigueur mathématique », et conclut en disant qu'il croit à la vérité de la proposition jusqu'à ce qu'on lui ait montré des cas où elle ne s'applique pas.

C'est ce que nous nous proposons de faire ici.

Considérons le cas de 16 éléments (cas 2)

$$x = 16 = 6.3 - 2, \quad n = 3, \quad k = 1, \quad V_x = 8 + 3 + 1 = 12,$$

et la proposition de Kirkman donne

$$Q_{16} = 36.$$

De même dans le cas de 17 éléments (cas 1) on trouve

$$Q_{17} = 42.$$

Partons d'un ensemble de 15 éléments, que nous représenterons par les chiffres 0, 1, 2, ..., 14. On peut écrire un système de 35 triades contenant toutes les duades que l'on peut former avec les 15 éléments et chacune d'elles une seule fois, par exemple sous la forme suivante (solution du problème connu des quinze jeunes filles) :

<u>0 1 2</u>	<u>3 7 10</u>	<u>5 13 4</u>	<u>9 11 6</u>	<u>8 12 14</u>	A
<u>0 3 4</u>	<u>5 9 12</u>	<u>7 1 6</u>	<u>11 13 8</u>	<u>10 14 2</u>	
<u>0 5 6</u>	<u>7 11 14</u>	<u>9 3 8</u>	<u>13 1 10</u>	<u>12 2 4</u>	
<u>0 7 8</u>	<u>9 13 2</u>	<u>11 5 10</u>	<u>1 3 12</u>	<u>14 4 6</u>	
<u>0 9 10</u>	<u>11 1 4</u>	<u>13 7 12</u>	<u>3 5 14</u>	<u>2 6 8</u>	
<u>0 11 12</u>	<u>13 3 6</u>	<u>1 9 14</u>	<u>5 7 2</u>	<u>4 8 10</u>	
<u>0 13 14</u>	<u>1 5 8</u>	<u>3 11 2</u>	<u>7 9 4</u>	<u>6 10 12</u>	

Les triades soulignées, en nombre égal à *neuf*, contiennent 27 duades.

0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6	0 7	0 8	0 11	B
0 12	1 2	3 4	5 6	7 8	11 12	3 7	3 10	7 10	
5 13	5 4	13 4	9 11	9 6	11 6	8 12	8 14	12 14	

Introduisons un seizième élément, que nous représenterons par 15, nous introduisons par là même 15 nouvelles duades :

$$\begin{array}{cccccccccccc} 15 & 0 & 15 & 1 & 15 & 2 & 15 & 3 & 15 & 4 & 15 & 5 & 15 & 6 & 15 & 7 \\ 15 & 8 & 15 & 9 & 15 & 10 & 15 & 11 & 15 & 12 & 15 & 13 & 15 & 14 & & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccccccc} 15 & 0 & 15 & 1 & 15 & 2 & 15 & 3 & 15 & 4 & 15 & 5 & 15 & 6 & 15 & 7 \\ 15 & 8 & 15 & 9 & 15 & 10 & 15 & 11 & 15 & 12 & 15 & 13 & 15 & 14 & & \end{array}} \right\} B'$$

et avec les duades B et B' nous pouvons former une série de triades, par exemple

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 15 & 1 & 2 & 15 & 7 & 10 & 15 & 5 & 13 & 15 & 6 & 9 & 15 & 8 & 14 & & \\ 15 & 3 & 4 & 15 & 11 & 12 & 0 & 6 & 11 & 0 & 4 & 5 & 0 & 3 & 7 & 0 & 8 & 12 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccccccccccc} 15 & 1 & 2 & 15 & 7 & 10 & 15 & 5 & 13 & 15 & 6 & 9 & 15 & 8 & 14 & & \\ 15 & 3 & 4 & 15 & 11 & 12 & 0 & 6 & 11 & 0 & 4 & 5 & 0 & 3 & 7 & 0 & 8 & 12 \end{array}} \right\} C$$

en nombre égal à *onze*, les duades non employées étant :

$$0 \ 1 \ 0 \ 2 \ 0 \ 15 \ 3 \ 10 \ 4 \ 13 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 11 \ 12 \ 14. \ D$$

Le tableau A, où l'on a supprimé les triades soulignées, et le tableau C ne contiennent aucune répétition de duade, et leur ensemble fournit un total de 37 triades. On n'a donc pas  $Q_{16} = 36$ , mais bien  $Q_{16} = 37$ .

Introduisons maintenant un dix-septième élément, que nous représentons par 16; nous introduisons par là même 16 nouvelles duades :

$$\begin{array}{cccccccccccc} 16 & 0 & 16 & 1 & 16 & 2 & 16 & 3 & 16 & 4 & 16 & 5 & 16 & 6 & 16 & 7 \\ 16 & 8 & 16 & 9 & 16 & 10 & 16 & 11 & 16 & 12 & 16 & 13 & 16 & 14 & 16 & 15 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{cccccccccccc} 16 & 0 & 16 & 1 & 16 & 2 & 16 & 3 & 16 & 4 & 16 & 5 & 16 & 6 & 16 & 7 \\ 16 & 8 & 16 & 9 & 16 & 10 & 16 & 11 & 16 & 12 & 16 & 13 & 16 & 14 & 16 & 15 \end{array}} \right\} D'$$

Avec les duades D et D', nous pouvons former une série de triades, par exemple

$$16 \ 3 \ 10 \ 16 \ 4 \ 13 \ 16 \ 5 \ 6 \ 16 \ 7 \ 8 \ 16 \ 9 \ 11 \ 16 \ 12 \ 14 \ 0 \ 16 \ 15 \ E$$

en nombre égal à sept, les duades non employées étant

$$0 \ 1 \ 1 \ 16 \ 16 \ 2 \ 2 \ 0$$

Le tableau A, où l'on a supprimé les triades soulignées, le tableau C et le tableau E ne contiennent aucune répétition de duade, et leur ensemble fournit un total de 44 triades. On n'a donc pas  $Q_{17} = 42$ , mais bien  $Q_{17} = 44$ .

En partant du système de 117 triades de 27 éléments donné par Kirkman dans le tome V du *Cambridge and Dublin Mathematical Journal* et en opérant d'une façon absolument semblable à celle indiquée précédemment, nous avons pu construire des systèmes maximum relatifs aux cas de 28 et

de 29 éléments contenant respectivement 121 et 134 triades, alors que la proposition de Kirkman donnerait les nombres 119 et 130.

La modification à apporter à l'énoncé de Kirkman est la suivante : on a

$$\begin{aligned} V_x &= 4 && \text{pour } x = 6n - 1, \\ V_x &= \frac{1}{2}x + 1 && x = 6n - 2. \end{aligned}$$

La démonstration doit être conduite comme celle de Kirkman-Reiss, mais demande trop d'espace pour trouver place ici.

---

*Séance du 30 avril 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

---

M. Gilles, inspecteur d'Académie à Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Sur les combinaisons salines du platine;**

Par M. M. VÈZES.

Les métaux précieux (or, platine), définis comme tels pour leur rareté, leur inaltérabilité et la facilité avec laquelle leurs composés peuvent être ramenés à l'état métallique, se distinguent aussi de tous les autres métaux par la nature de leurs principales combinaisons. Leurs oxydes ne sont point en effet des oxydes basiques, et l'on ne connaît point de sels, stables et bien cristallisés comme les sels ordinaires des autres métaux, dans lesquels l'or ou le platine remplace l'hydrogène d'un acide.

Il existe cependant des combinaisons de ces deux métaux qui présentent au plus haut degré les caractères des sels; mais toutes ces combinaisons contiennent, outre l'or ou le platine, un autre métal, et résultent de la substitution de ce métal à l'hydrogène dans des acides complexes renfermant de l'or ou du platine; de sorte que l'or et le platine jouent, dans ces combinaisons, le rôle d'un métalloïde. C'est ainsi que, en ce qui concerne l'or, les principales de ses combinaisons salines

sont l'aurate de potassium  $\text{AuO}^{\cdot}\text{K}$  et le chloroaurate  $\text{AuCl}^{\cdot}\text{K}$ , sels alcalins de l'acide aurique  $\text{AuO}^{\cdot}\text{H}$  et de l'acide chloroaurique  $\text{AuCl}^{\cdot}\text{H}$ .

Dans le cas du platine, on connaît un assez grand nombre de combinaisons salines de ce genre : chloroplatinites et chloroplatinates, bromoplatinites et bromoplatinates, iodoplatinates, platonitrites, platocyanures, platosulfocyanates et platisulfocyanates, platosulfites, platohyposulfites, platoxalates ; chacune de ces séries comprenant plusieurs sels de divers métaux. Ce sont là, par la netteté de leur caractère salin comme par leurs applications, les plus importantes des combinaisons du platine ; ce sont elles, et non pas des oxydes ou des chlorures mal définis, qu'il conviendrait de placer au premier rang dans l'étude chimique de ce métal. Mais il faudrait pour cela que ces combinaisons puissent être présentées comme un groupe homogène de composés analogues, ayant entre eux des relations expérimentales faciles à symboliser par des relations de formules. Or, dans la plupart des cas, ces relations n'ont pas encore été établies, chacun des expérimentateurs qui ont étudié ces combinaisons s'étant attaché à une seule série, et s'étant efforcé d'en obtenir tous les sels possibles, bien plutôt que de rechercher les liens qu'elle peut présenter avec les autres séries. D'ailleurs les modes de préparation indiqués jusqu'à présent pour beaucoup de ces combinaisons, prenant comme point de départ soit le platine métallique, soit des oxydes mal définis de ce métal, sont peu propres à mettre en évidence les relations de composition que ces combinaisons peuvent présenter entre elles.

Il n'est donc pas sans intérêt de reprendre l'étude de ces combinaisons, en suivant une méthode toute différente de celle qui a été employée jusqu'à présent : au lieu de préparer tous les sels possibles d'une série unique, préparer, pour chaque série, le sel d'un seul métal, celui de potassium par exemple : étudier les relations expérimentales que présentent entre eux ces divers sels de potassium, et traduire enfin ces relations expérimentales par des relations de formules.

Les résultats déjà obtenus dans cette voie permettent d'édifier de la façon suivante la théorie probable des combinaisons salines du platine.

Les combinaisons salines du platine appartiennent à deux types fondamentaux :

1° Sels platineux ou platosels, pour lesquels la formule générale des sels de potassium est  $PtX^4K^2$  ;

2° Sels platiniques ou platisels, de formule générale  $PtX^6K^2$  ;  
X étant, dans ces formules, défini de la façon suivante :

*Premier cas.* — En général, X est un radical acide monovalent, dérivant d'un sel de potassium KX par perte d'un atome de potassium :

SEL KX.	RADICAL X.	PLATOSELS $PtX^4K^2$ .	PLATISELS $PtX^6K^2$ .
Chlorure. KCl	Cl	Chloroplatinites. $PtCl^4K^2$	Chloroplatinates. $PtCl^6K^2$
Bromure. KBr	Br	Bromoplatinites. $PtBr^4K^2$	Bromoplatinates. $PtBr^6K^2$
Iodure. KI	I	,	Iodoplatinates. $PtI^6K^2$
Azotite. $AzO^3K$	$AzO^3$	Platonitrites. $Pt(AzO^3)^4K^2$	,
Cyanure. KCAz	CAz	Platocyanures. $Pt(CAz)^4K^2$	,
Sulfocyanate. $CAzSK$	$CAzS$	Platosulfocyanates. $Pt(CAzS)^4K^2$	Platisulfocyanates. $Pt(CAzS)^6K^2$
Séleniocyanate. $CAzSeK$	$CAzSe$	,	Platiséleniocyanates. $Pt(CAzSe)^6K^2$
Sulfite. $SO^3K^2$	$SO^3K$	Platosulfites. $Pt(SO^3K)^4K^2$	,
Hyposulfite. $S^2O^3K^2$	$S^2O^3K$	Platohyposulfites. $Pt(S^2O^3K)^4K^2$	,

*Second cas.* — Quelque fois  $X^2$  est un radical acide divalent, dérivant d'un sel de potassium  $K^2 X^2$  par perte de deux atomes de potassium :

Oxalate. $CO^2K.CO^2K$	$CO^2.CO^2$	Platooxalates. $Pt(CO^2)^4K^2$	,
---------------------------	-------------	-----------------------------------	---

Citons quelques exemples de relations expérimentales d'ordre chimique qui justifient les relations de formules précédentes :

1° On peut passer de l'un à l'autre de ces sels par des réac-

tions simples de double décomposition saline : c'est ainsi que le platonitrite de potassium peut être obtenu par la réaction de l'azotite de potassium sur le chloroplatinite, le bromoplatinite, le platooxalate; que le platocyanure résulte de l'action du cyanure de potassium sur le chloroplatinite, le bromoplatinite, le platonitrite; que le platosulfocyanate s'obtient par le sulfocyanate de potassium et le platonitrite, le platooxalate par l'acide oxalique et le platonitrite, etc., etc.; toutes ces réactions se produisant en solution aqueuse, dans des conditions déterminées de concentration, de température et de proportions relatives.

2° A côté de ces sels, il existe des composés mixtes intermédiaires, appartenant aux deux mêmes types platinéux et platinique, mais contenant des radicaux X différents; les combinaisons de ce genre actuellement connues sont les suivantes :

	PLATOSELS.	PLATISELS.
		$\text{PtCl}^5\text{BrK}^2$
		$\text{PtCl}^4\text{Br}^2\text{K}^2$
Chlorobromures.....	,	$\text{PtCl}^3\text{Br}^3\text{K}^2$
		$\text{PtCl}^2\text{Br}^4\text{K}^2$
		$\text{PtCl Br}^5\text{K}^2$
	,	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^4\text{Cl}^2\text{K}^2$
Chloronitrites.....	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^3\text{ClK}^2$	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^3\text{Cl}^3\text{K}^2$
	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^2\text{Cl}^2\text{K}^2$	,
	,	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)\text{Cl}^5\text{K}^2$
	,	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^4\text{Br}^2\text{K}^2$
Bromonitrites.....	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^3\text{BrK}^2$	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^3\text{Br}^3\text{K}^2$
	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^2\text{Br}^2\text{K}^2$	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^2\text{Br}^4\text{K}^2$
	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^2\text{I}^2\text{K}^2$	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)^2\text{I}^4\text{K}^2$
Iodonitrites.....	,	$\text{Pt}(\text{AzO}^2)\text{I}^5\text{K}^2$
Chlorocyanures.....	,	$\text{Pt}(\text{CAz})^4\text{Cl}^2\text{K}^2$
Bromocyanures.....	,	$\text{Pt}(\text{CAz})^4\text{Br}^2\text{K}^2$
Iodocyanures.....	,	$\text{Pt}(\text{CAz})^4\text{I}^2\text{K}^2$
Chlorosulfites.....	$\text{PtCl}^3(\text{SO}^3\text{K})\text{K}^2$	,
Oxalonitrites.....	$\text{Pt}(\text{CO}^2)^2(\text{AzO}^2)^2\text{K}^2$	,

L'étude de ce dernier corps, signalé ici pour la première fois, et des relations qui existent entre les platonitrites et les platooxalates, fera l'objet d'un prochain Mémoire.

**Action du chlorure de diazo-benzène sur les cyanacétates de propyle, de butyle et d'amylo sodés;**

Par M. G. FAVREL.

(Voir les *Mémoires*.)

---

**Une propriété des mouvements sur une surface;**

Par M. HADAMARD.

Lorsqu'un point pesant est mobile sans frottement sur une surface sphérique, il est aisé de voir que sa trajectoire doit nécessairement passer dans l'hémisphère inférieur.

Une loi analogue peut être énoncée dans le mouvement sur une surface quelconque, sous l'action de forces quelconques (dérivant d'une fonction de forces  $U$ ). Dans ce cas, il existe encore une région de la surface, *assignable à priori*, où toute trajectoire doit nécessairement passer.

Il suffit, pour le voir, de considérer le maximum de  $U$  sur la trajectoire en question : celle-ci est alors tangente à une ligne de niveau et, avant comme après le contact, coupe les lignes de niveau précédentes (correspondant à des valeurs moindres de  $U$ ). Or, comme on sait que la concavité géodésique de la trajectoire est tournée dans le sens de la force projetée sur le plan tangent, *cela exige que la concavité de la ligne de niveau soit elle-même tournée dans le sens de la force* (ou des  $U$  croissants).

La région  $R$  dans laquelle cette circonstance se produit est donc en quelque sorte une *région attractive*.

Lorsqu'on change de signe la fonction  $U$  (autrement dit lors-



qu'on passe du mouvement primitif à son conjugué), la région  $R$  est changée en sa complémentaire  $R'$ . Les lignes géodésiques, qui sont des trajectoires limites pour chacun des deux mouvements, doivent passer dans chacune des deux régions : elles traversent nécessairement leur ligne de séparation (qui est le lieu des points d'inflexion des courbes de niveau).

La région  $R$  contient le ou les points qui rendent  $U$  maximum, c'est-à-dire les positions d'équilibre stable; mais elle ne contient pas les positions pour lesquelles  $U$  est minimum; il est dès lors évident que ces positions correspondent à des équilibres instables.

Les résultats précédents se généralisent dans une certaine mesure aux cas des systèmes dont la position dépend de plus de deux paramètres. En particulier on voit encore, dans ce cas, que le minimum de  $U$  correspond à un équilibre instable. On voit également que, lorsque les surfaces de niveau tournent leur convexité dans le sens de la force, les trajectoires ne sont jamais fermées.

---

*Séance du 21 mai 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

---

M. Carde, ingénieur civil, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Sur l'instabilité de l'équilibre:**

Par M. HADAMARD.

Le raisonnement présenté dans une communication précédente sur *une propriété des mouvements sur une surface* (séance du 30 avril 1896) est sujet à une objection : il suppose en effet que la fonction  $U$  admet un minimum, ce qui n'a pas nécessairement lieu. Il peut arriver, en effet, que  $U$ , à partir d'un certain moment, varie toujours dans le même sens.

Cette objection se réfute aisément : si en effet, comme nous

le supposerons, la surface est fermée et la fonction  $U$  partout finie, la circonstance dont nous venons de parler exige que  $U$  tende vers une limite. On constate alors que, à partir d'un certain moment, la trajectoire passe dans la région que j'ai désignée par  $R$  dans la communication citée. Il n'y a, en général, d'exception que si cette trajectoire tend asymptotiquement vers une position d'équilibre. Cette position d'équilibre est d'ailleurs nécessairement instable, car il suffit de suivre la trajectoire en sens inverse pour la voir passer dans la région  $R$ .

Le théorème énoncé dans ma communication précédente peut d'ailleurs se généraliser, en supposant toutefois que l'on connaisse la constante des forces vives. On peut alors assigner une région  $R$  où se trouve nécessairement le maximum d'une quantité quelconque  $V$ , le minimum se trouvant nécessairement dans la région complémentaire  $R'$ . Dans le cas où  $V$  tend vers une limite, la trajectoire tend asymptotiquement vers la ligne de séparation des deux régions,

A l'aide de ce nouveau théorème, on peut démontrer que toute position d'équilibre qui ne correspond pas à un maximum de  $U$  est instable (du moins en supposant que le développement de  $U$  autour de la position d'équilibre contienne des termes du second degré) et étendre la démonstration au cas d'un nombre quelconque de paramètres.

A cet effet, supposant les paramètres choisis de manière que, autour de la position d'équilibre considérée, la force vive et la fonction  $U$  soient décomposées en sommes de carrés, nous appellerons  $u_+$  les variables dont les carrés entreront dans  $U$  avec le signe  $+$ ,  $u_-$  celles dont les carrés entreront avec le signe  $-$ ,  $u_0$  celles dont les carrés n'entreront point, et nous poserons

$$V = (1 + h) \sum u_+^2 + \sum u_-^2 - K \sum u_0^2,$$

$h$  et  $K$  étant deux nombres positifs tels que  $K < 1 + h$ . On trouve alors que les conditions  $U \geq 0$  (nous supposons que  $U$  soit seul au point d'équilibre).  $V > 0$  entraînent  $\frac{d^2 V}{dt^2} > 0$  dans

toute une région avoisinant le point d'équilibre. Si alors nous déterminons la position initiale et les vitesses initiales de manière que : 1° la constante des forces vives soit nulle; 2°  $V > 0$ ; 3°  $\frac{dV}{dt} \geq 0$ , il est clair que le système ainsi lancé devra sortir de la région en question.

---

M. Hadamard présente à la Société l'appareil dit de la *chute du chat*.

---

### **Extension de la réaction de Legal aux corps renfermant le groupe acétyle ou ses dérivés;**

Par M. G. DENIGES.

En 1888, Legal a publié une réaction de l'acétone vraiment sensible et considérée comme spécifique pour ce corps. Elle consiste à additionner le liquide où l'on recherche l'acétone de quelques gouttes d'une solution de nitroprussiate de soude, puis d'un alcali caustique : il se produit une coloration rouge qui tend à s'affaiblir peu à peu, mais dont la caractéristique est de passer au carmin par sursaturation avec de l'acide acétique cristallisable.

Je me suis demandé si, de même que la réaction colorée du perchlorure de fer est commune aux corps présentant les

groupes  $\begin{array}{c} \text{CH}^3 \\ | \\ \text{CO.OX} \end{array}$  ou  $\begin{array}{c} \text{CH}^3 \\ | \\ \text{CO.AzX}^2 \end{array}$  modifiés ou non par substitution

dans le noyau  $\text{CH}^3$ , la réaction de Legal ne caractérisait pas un groupe atomique déterminé ou une certaine fonction chimique.

J'ai, pour vérifier cette hypothèse, tenté la réaction d'abord avec divers corps acétoniques, puis un certain nombre de composés aldéhydiques, enfin des dérivés de l'acide acétique, toutes substances renfermant le groupement carbonyle  $\text{CO}$ .

Je suis ainsi arrivé aux résultats suivants :

1° Tous les corps donnant la réaction de Legal présentant le groupement  $\begin{array}{c} \text{CH}^3 \\ | \\ \text{CO} \end{array}$  (dont le carbonyle est en outre en relation

avec H ou un noyau hydrocarboné) ou un dérivé de ce groupement par substitution carbonée dans  $\text{CH}^3$  ;

2° Les corps renfermant un groupe  $\begin{array}{c} \text{CH}^3 \\ | \\ \text{CO} \end{array}$  dont le carbonyle est en relation avec un noyau aromatique, donnant avec le réactif de Legal une coloration bleue, fait qui doit être rapproché de ce qui se passe dans la série des matières colorantes du groupe rosanilique, dans lesquelles l'introduction de groupements phénylés fait voir la coloration vers le bleu ;

3° Les corps renfermant un groupement  $\begin{array}{c} \text{CH}^3 \\ | \\ \text{CO} \end{array}$  simp' ou modifié en  $\text{CH}^3$ , dont CO est en relation avec OH, OR, OM ou  $\text{AX}^2$ ,

Ne donnent pas la réaction de Legal.

### **Autorégulateurs à tubes capillaires pour lampes portatives et gazogènes à acétylène ;**

Par MM. GOSSART et CHEVALLIER.

Dans ces lampes et gazogènes, l'eau versée dans un récipient supérieur ne peut être mise en communication avec le carbure de calcium du réservoir inférieur que par l'intermédiaire d'un ou de plusieurs tubes capillaires qui laissent tomber le liquide goutte à goutte.

C'est la goutte elle-même qui est l'agent de régulation.

Au début elle tombe sous l'action d'une pression hydrostatique de 12 à 20 centimètres d'eau, qui reste la pression normale du dégagement du gaz acétylène.

Dès que la pression du gaz s'accroît très peu dans l'appareil, elle maintient la goutte suspendue, ou même la refoule dans les tubes capillaires.

En un mot la goutte, emprisonnée dans sa membrane superficielle, est en équilibre d'une part sous l'action des forces suivantes qui tendent à la faire tomber : son poids, la pression hydrostatique et la pression atmosphérique, d'autre part sous

l'action des forces qui tendent à la soulever, c'est-à-dire sa pression capillaire et la force élastique du gaz intérieur.

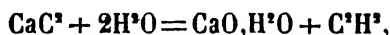
La vitesse de chute des gouttes est donc absolument réglée par la vitesse de combustion du gaz, par le débit du bec, et la flamme reste fixe.

La lampe peut être secouée et renversée sans aucun danger d'explosion.

Le plus gros inconvénient qui puisse résulter des secousses serait une petite surproduction du gaz, qui alors sortirait par les tubes capillaires faisant fonction de soupape mathématiquement réglable et viendrait se dégager en bulles à la surface de l'eau du réservoir supérieur.

Pour que la lampe puisse être fermée et ouverte à volonté, il faut qu'il n'y ait jamais d'excès d'eau à l'intérieur.

Le moyen sûr d'atteindre ce résultat est que la consommation d'eau soit toujours réglée par l'équation :



c'est-à-dire que l'on ne dépense en eau que les 6/10 du poids du carbure à tout moment.

On ne forme ainsi que le premier hydrate de chaux qui seul n'est pas attaqué par le carbure. Ce résultat est atteint par un panier de distribution du carbure à trois étages, disposé de telle sorte que la couche intermédiaire soit attaquée en haut par les gouttes d'eau, en bas par la vapeur qui n'a pas été absorbée par la couche du fond. Les gazogènes ne sont que des lampes de modèle agrandi et simplifié.

*Séance du 4 juin 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

---

M. Gabriel Saint-Martin est nommé membre titulaire de la Société.

## Déviation locales des vents ;

Par M. HAUTREUX.

Les observations montrent que, dans chaque lieu, les mouvements généraux de l'atmosphère sont déviés d'après les conditions orographiques de la localité, et que ces déviations sont différentes dans la matinée et dans la soirée.

Pour s'en rendre compte, le procédé graphique le plus simple, c'est de tracer chaque jour une ligne suivant la direction du vent et de longueur proportionnelle à la force de la brise.

La notation adoptée sur les bulletins météorologiques, de 0 à 10, suffit pour une construction approchée, laquelle, pour une décade, pour un mois, pour une année, donne la notion de l'écoulement de l'air, soit dans la matinée, soit dans la soirée.

Nous présentons les résultats donnés par ces graphiques pour les localités suivantes :

Biarritz, Arcachon, La Coubre, Lorient, Toulon, dont le tableau ci-joint fait ressortir les dominantes.

Partout on note des différences notables entre le matin et le soir, entre les mois chauds et les mois froids.

Le matin, les vents descendent des sommets voisins pendant les mois froids; le soir, ils soufflent vers les plaines échauffées par le soleil pendant les mois chauds.

Ainsi à Biarritz, le matin, la dominante vient du Sud, et dans la soirée elle vient du N.-W.

A Arcachon, le matin, la dominante vient de l'E.-S.-E. pendant les mois froids, et de l'W.-N.-W. pendant l'été; le soir, c'est du N.-W. pendant les mois chauds, et les vents deviennent variables pendant l'hiver.

A la Coubre, le matin, les vents viennent de l'Est en hiver; ils sont variables le reste de l'année; mais, le soir, la dominante vient du N.-W., pendant les mois chauds, comme à Arcachon et Biarritz.

A Lorient, à l'autre extrémité du golfe de Gascogne, le



## Les glaces de l'Atlantique et le climat de Bordeaux;

Par M. HAUTREUX.

L'année dernière 1895, au mois d'août, j'avais annoncé que l'hiver de 1895-96 ne serait probablement pas rigoureux, parce que les glaces du Banc de Terre-Neuve étaient fondues en grande partie dès le 15 juin, et que les glaces restantes stationnaient au nord de Terre-Neuve.

L'hiver ne fut pas rigoureux; il n'a donné à Bordeaux que vingt-neuf jours de gelée.

Je signalais la relation qui semble exister entre l'état glaciaire de l'Atlantique et le climat de Bordeaux. Nos hivers rigoureux de 1887, 1889, 1890 et 1894 avaient suivi des étés glacés sur le Grand-Banc.

En cette année 1896, les glaces sont arrivées sur le Banc vers le 15 avril, en retard de deux mois. Ce sont des conditions analogues à celles du printemps de 1892, qui fut relativement sec comme celui de cette année.

## Sur les lignes géodésiques des surfaces spirales et les équations différentielles qui s'y rapportent;

Par M. J. HADAMARD.

Dans le tome III de ses *Leçons sur la théorie des surfaces* (p. 82 et suiv.), M. Darboux étudie la détermination des lignes géodésiques pour des éléments linéaires de la forme

$$(1) \quad ds^2 = V d\sigma^2,$$

où  $d\sigma^2$  représente l'élément linéaire d'un plan,  $V$  une fonction des coordonnées de ce plan telle que les lignes  $V = \text{const.}$  soient des lignes droites (en général, les tangentes d'une



courbe déterminée). Il ramène cette détermination à l'intégration de l'équation différentielle

$$(2) \quad \lambda^2 + \left(\frac{d\lambda}{dx}\right)^2 = f(x),$$

sur laquelle il revient dans une note du tome IV, pour montrer que cette même équation est susceptible de différentes formes appartenant au type

$$y' = \frac{a + by + cy^2 + dy^3}{a' + b'y + c'y^2}$$

( $a, b, c, d, a', b', c'$  étant des fonctions de  $x$ ).

Il me paraît intéressant de signaler une manière toute différente de ramener le problème à une équation du premier ordre. Le principe invoqué est le suivant :

Soit à intégrer l'équation aux dérivées partielles

$$(3) \quad F(a, p, q) = 0,$$

où  $p, q$  sont les dérivées de la fonction inconnue, par rapport aux variables indépendantes  $x, y$ , et  $a$  est le coefficient angulaire de la tangente menée par le point  $x, y$  à une courbe tracée dans le plan des  $xy$ , déterminé en fonction de  $x$  et  $y$  par l'équation

$$(4) \quad y - ax = \varphi(a).$$

*Il suffit, pour obtenir une intégrale complète de l'équation (3), d'intégrer l'équation différentielle ordinaire du premier ordre*

$$(5) \quad F\left(-\frac{dp}{dq}, p, q\right) = 0.$$

Effectivement, d'après l'équation (4), la fonction  $a$  vérifie l'équation aux dérivées partielles

$$\frac{\partial a}{\partial x} + a \frac{\partial a}{\partial y} = 0,$$

et l'on obtiendra par suite une solution de l'équation (3) en

prenant pour  $p$  et  $q$  deux fonctions de  $a$  satisfaisant à cette équation et à la condition

$$\frac{dp}{da} + a \frac{dq}{da} = 0,$$

problème qui revient manifestement à l'intégration de l'équation (5). La constante arbitraire introduite dans cette intégration donnera à la solution ainsi trouvée le caractère d'intégrale complète.

Les lignes géodésiques de l'élément linéaire (1) se déterminent par une équation aux dérivées partielles du type qui vient d'être considéré. Si, par exemple, on emploie les coordonnées symétriques, de sorte que  $ds^2 = dx dy$ , l'équation aux dérivées partielles sera

$$pq = V,$$

où  $V$  sera une fonction de  $a$ , et l'équation différentielle (5) sera ici

$$(6) \quad pq = \psi \left( -\frac{dp}{dq} \right).$$

Il est remarquable que les équations différentielles (2) et (6) correspondent ainsi au même problème et soient, par suite, réductibles l'une à l'autre. En étudiant les relations qui existent entre les variables que nous avons prises et celles qui ont servi à M. Darboux à l'endroit cité, on conclut que le passage de l'une des équations à l'autre s'opère par les formules

$$p = \left( \lambda + i \frac{d\lambda}{dx} \right) e^{ix}, q = \left( \lambda - i \frac{d\lambda}{dx} \right) e^{-ix}, \psi(z) = f \left( \frac{1}{2i} \log(-z) \right).$$

De même, si l'on avait pris l'élément linéaire du plan sous la forme  $dx^2 + dy^2$ , l'équation différentielle aurait été

$$(6') \quad p^2 + q^2 = \psi \left( -\frac{dp}{dq} \right),$$

le passage s'opérant par les formules

$$p = \lambda \cos x - \frac{d\lambda}{dx} \sin x, q = \lambda \sin x + \frac{d\lambda}{dx} \cos x, \psi(z) = f(\operatorname{arctg} z).$$

Il est aisé de trouver directement des équations des types (6) ou (6') que l'on sache intégrer par quadratures, par exemple pour le type (6) :

$$\frac{dp}{dq} = Apq + B(pq)^\alpha,$$

$$\frac{dp}{dq} = -\frac{\alpha+2}{\alpha}(pq)^{\alpha+1} + \frac{\alpha+4}{\alpha}pq - \frac{2}{\alpha(pq)^{\alpha+1}}$$

( $\alpha$  étant un exposant constant); pour le type (6') :

$$\frac{dp}{dq} = i + \mu(p^2 + q^2),$$

$$\frac{dp}{dq} = 3i + \mu(p^2 + q^2),$$

etc., etc.

*Séance du 18 juin 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. LAPORTE.

## **Sur la construction des systèmes de quadri-cycles de $8n + 1$ éléments;**

Par M. G. BRUNEL.

Dans l'étude des systèmes de triades contenant toutes les duades formées avec  $6n + 1$  ou  $6n + 3$  éléments, les triades se présentent comme contenant trois duades : la triade  $abc$  est considérée comme comprenant les trois duades  $ab$ ,  $ac$  et  $bc$ . Un problème, qui est la généralisation du précédent, consiste à déterminer, pour des valeurs convenablement choisies de  $N$ , des systèmes de tétrades, de pentades, d'hexades contenant toutes les duades de  $N$  éléments et chacun d'eux une seule fois. Une  $\nu$ -ade est considérée comme contenant toutes les duades formées avec les lettres qui y apparaissent.

Si nous figurons les éléments par des points et les duades par des lignes joignant ces points deux à deux, le système de duades considéré est représenté par un réseau, et le problème de la construction d'un système de triades revient à la construction d'un ensemble de triangles dont les côtés sont des

arêtes du réseau, une arête apparaissant dans l'un des triangles, mais dans un seul triangle.

Ainsi considéré, le problème se prête à un autre mode de généralisation. Si l'on considère le réseau des duades de  $N$  éléments, peut-on le considérer comme obtenu en traçant, sans répétition d'arêtes, des polygones à quatre, cinq, six, etc., côtés. Nous appellerons quadricycle une figure contenant quatre côtés consécutifs du réseau, et nous le représenterons par le symbole

$$a\ b\ c\ d.$$

Un quadricycle contient quatre arêtes, correspond aux quatre duades  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ ,  $da$  obtenues en prenant deux lettres consécutives qui apparaissent dans son symbole.

Il n'y a pas lieu de parler des tricycles; ils sont identiques aux triades. Mais il y aurait lieu d'étudier les  $\nu$ -cycles pour  $\nu$  quelconque supérieur à 3.

Nous allons montrer l'existence de systèmes de quadricycles contenant toutes les duades de  $N$  éléments et chaque duade une seule fois pour des valeurs simples convenablement choisies du nombre  $N$ .

Le nombre des duades de  $N$  éléments est égal à

$$\frac{N(N-1)}{2}.$$

Dans un quadricycle, un élément est relié à deux autres seulement; pour que le système soit tel que toutes les duades y figurent, il faut que les arêtes issues d'un sommet arbitrairement choisi soient toutes employées, et comme deux des arêtes apparaissent dans un quadricycle, le nombre total des arêtes issues du sommet considéré est nécessairement pair; on a donc

$$N = 2p + 1.$$

Enfin, comme un quadricycle contient quatre duades, le nombre des duades doit être divisible par 4. Par suite,

$$\frac{N(N-1)}{8} = \frac{(2p+1)2p}{8} = k.$$

Le nombre  $2p + 1$  est pair; donc,  $p$  doit être divisible par 4, et l'on a

$$N = 8n + 1,$$

le nombre total des cycles étant égal à

$$k = n(8n + 1).$$

Soit, par exemple,  $N = 9$ ; écrivons le tableau

0	1	8	5
1	2	0	6
2	3	1	7
3	4	2	8
4	5	3	0
5	6	4	1
6	7	5	2
7	8	6	3
8	0	7	4

les lignes se déduisent de la première d'entre elles en ajoutant aux symboles qui y figurent successivement 1, 2, 3, ..., 8 et en prenant les résidus (mod. 9).

Il est facile de vérifier que toutes les duades formées avec les éléments 0, 1, 2, ..., 8 apparaissent dans le tableau; il suffirait d'ailleurs, par suite du mode de construction employé, de vérifier le fait pour les duades comprenant un des symboles, 0 par exemple. Mais cela résulte de la façon même dont a été obtenu le premier quadricycle

0	1	8	5
1	7	6	4
8	2	3	5

Écrivons, en effet, au-dessous de ce symbole les différences entre les symboles des duades voisines, on obtient relativement, à deux symboles consécutifs, deux différences, suivant qu'on fait la soustraction (en ajoutant 9 s'il y a lieu) dans un sens ou dans l'autre. Toutes les différences obtenues sont distinctes; s'il y avait plusieurs différences égales entre elles, la construction faite comme pour le tableau A aurait fourni des répétitions de duades; de plus, deux différences placées l'une au-dessous de l'autre ont une somme égale à 9, et la

somme des différences qui apparaissent dans une même ligne est égale à un multiple de 9; mais en formant la somme des chiffres successifs, on n'obtient pas de multiple de 9 avant d'arriver au dernier. Les différences permettent alors de reconstituer le quadricycle. Au lieu de prendre la première ligne, on aurait pu employer la seconde, qui donne comme quadricycle de départ

0 8 1 4

Soit maintenant  $N = 17$ ; écrivons les nombres de 1 à 16 sur deux lignes, de la façon suivante :

1 2 3 4 5 6 7 8  
16 15 14 13 12 11 10 9

et formons des suites de quatre nombres, pris soit dans la première, soit dans la seconde ligne, et dont la somme soit égale à un multiple de 17; nous trouvons, par exemple,

1 2 3 11 4 12 10 8  
16 15 14 6 13 5 7 9

Les chiffres de la première ligne nous fourniront des différences permettant d'écrire un système de quadricyles de 17 éléments

0	1	3	6	0	4	16	9
1	2	4	7	1	5	0	10
2	3	5	8	2	6	1	11
3	4	6	9	3	7	2	12
4	5	7	10	4	8	3	13
5	6	8	11	5	9	4	14
6	7	9	12	6	10	5	15
7	8	10	13	7	11	6	16
8	9	11	14	8	12	7	0
9	10	12	15	9	13	8	1
10	11	13	16	10	14	9	2
11	12	14	0	11	15	10	3
12	13	15	1	12	16	11	4
13	14	16	2	13	0	12	5
14	15	0	3	14	1	13	6
15	16	1	4	15	2	14	7
16	0	2	5	16	3	15	8

On pourrait remplacer la première colonne par une autre colonne ayant comme quadricycle initial 0 16 14 11, et la seconde par une autre de quadricycle initial 0 13 1 8.

Soit encore  $N = 25$ ; nous formerons de la même façon trois colonnes

0 1 3 6      0 4 9 16      0 17 2 13

...

...

...

c'est-à-dire un ensemble de  $3.25 = 75$  quadricycles épuisant les  $\frac{25.24}{2} = 4.3.25$  duades de 25 éléments.

*Séance du 2 juillet 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANDEVALL.

## **Construction d'un réseau donné à l'aide d'un nombre déterminé de traits;**

Par M. G. BRUNEL.

Étant donné un réseau quelconque composé de sommets en nombre égal à  $S$  et d'arêtes reliant ces sommets entre eux en nombre égal à  $A$ , on sait que le nombre des sommets impairs, c'est-à-dire des sommets d'où partent un nombre impair d'arêtes, est pair. C'est d'ailleurs ce qui peut être établi facilement de la façon suivante :

Soit  $s_i$  le nombre des sommets d'où partent  $i$  arêtes; en comptant les arêtes aboutissant à tous les sommets, on compte chaque arête deux fois; on a donc :

$$s_1 + 2s_2 + \dots + is_i + \dots = 2A;$$

d'où l'on conclut

$$s_1 + s_3 + \dots = 2k.$$

Nous supposerons en général dans ce qui suit que l'on a devant soi un réseau connexe, c'est-à-dire tel que l'on puisse aller d'un point quelconque du réseau à un autre point quelconque du réseau en suivant des arêtes du réseau.

Si le réseau contient des sommets impairs, nous introdui-

sons des arêtes auxiliaires, ou arêtes fictives, qui relient deux à deux les sommets impairs. Si  $2k$  est le nombre des sommets impairs, l'introduction de  $k$  arêtes suffira pour transformer le réseau donné en un réseau ne possédant plus que des sommets pairs.

On sait que tout réseau à sommets pairs peut être décrit sans répétition d'un trait continu comprenant toutes les arêtes.

Si un réseau contient  $2k$  sommets impairs, l'introduction des arêtes fictives et l'application de la proposition précédente nous montre que le tracé du réseau proposé peut se faire en  $k$  traits continus. Nous voyons, en outre, que les traits commencent et finissent aux points impairs, le premier trait partant d'un point pris au hasard parmi les points impairs et aboutissant en tel sommet impair que l'on voudra, et ainsi de suite pour les autres traits.

Considérons dans un réseau à sommets pairs l'un quelconque des sommets et soient  $a_1, a_2, \dots, a_{2k}$  les arêtes qui y aboutissent, proposons-nous de construire tous les circuits continus possibles formés d'un nombre quelconque de traits qui comprennent toutes les arêtes du réseau. L'arête  $a_1$  peut être reliée à l'une quelconque des  $2k - 1$  autres arêtes, par exemple à l'arête  $a_2$ ; l'un des traits passant au sommet considéré sera formé de l'arête  $a_1$ , puis de l'arête  $a_2$ . L'arête  $a_2$  doit être employée, elle le sera avec une des  $2k - 3$  autres arêtes, d'où un nouveau facteur de composition  $2k - 3$ . En continuant ainsi, on reconnaît que le tracé peut présenter en un sommet impair d'ordre  $2k$  un nombre d'aspects différents égal à

$$(2k - 1)(2k - 3)(2k - 5) \dots 3.1 = \frac{(2k)!}{2^k k!}.$$

Il est évident que dans un réseau donné, deux ou plusieurs arêtes peuvent fort bien se présenter dans les mêmes conditions; nous ne tiendrons pas compte ici des symétries du réseau.

De ce qui précède, il résulte que, en général, si un réseau à



sommets pairs possède  $s_k$  sommets d'où partent deux arêtes, ...,  $s_{2p}$  sommets d'où partent  $2p$  arêtes, le nombre de tracés différents du réseau est égal à

$$\prod_k \left[ \frac{(2k)!}{2^k k!} \right]^{s_{2k}}.$$

Soit, par exemple, à déterminer de combien de façons on peut arranger les dominos d'un jeu (dont on a ôté les doubles) en cycles fermés. On sait que l'on peut faire correspondre les dominos aux arêtes d'un heptagone complet, aux sommets duquel on attribue des chiffres 0, 1, 2, ..., 6. (Si l'on voulait introduire les doubles, il suffirait en chaque sommet d'introduire une arête issue de ce sommet et aboutissant à ce sommet).

Les sommets sont en nombre égal à 7, et tous les sommets sont alors de même indice 6, puisque les arêtes qui en partent vont aboutir aux six autres sommets. Le nombre cherché est donc égal à

$$(5.3.1)^7 = 15^7 = 170\,859\,375 = N.$$

Ce nombre  $N$  est la somme des nombres  $n_1, n_2, \dots, n_7$  de tracés d'un, de deux, ..., de sept traits. Il n'existe pas de tracés d'un nombre de circuits supérieur à 7; en effet, on ne peut former un circuit de deux traits, puisqu'il n'y a pas deux arêtes ayant les deux mêmes extrémités; un circuit contient au moins trois arêtes, et comme il y a 21 arêtes, il y a au plus sept circuits.

Ces tracés de sept circuits existent effectivement; ils correspondent aux systèmes de triades que l'on peut former avec 7 éléments. Ils sont du type suivant :

$a$	$b$	$c$
$a$	$d$	$e$
$a$	$f$	$g$
$b$	$d$	$f$
$b$	$e$	$g$
$c$	$d$	$g$
$c$	$e$	$f$

où l'on attribue aux lettres  $a b \dots f$  les valeurs 0 1 ... 6 prises dans un ordre quelconque. On a donc  $n_7 = 7! = 5040$ .

Le nombre  $n_1$  a été déterminé par Reiss dans les *Annali di Matematica*.

Tarry (Association française) a donné une méthode simple pour retrouver le nombre de Reiss. La méthode de Tarry se prête à la détermination des nombres  $n_1, \dots, n_7$ .

Il est facile de voir comment la méthode employée doit être modifiée pour la détermination des différents tracés relatifs aux réseaux à sommets impairs.

### **Sur un problème d'arithmétique;**

Par M. DE LAGRANVAL.

Résolution du problème suivant : Trouver les triangles rectangles dont les côtés sont des nombres entiers et la surface égale à  $n$  fois le périmètre.

*Séance du 16 juillet 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

M. Mounet, maître de conférences à la Faculté libre des sciences de Lille, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Sur les termites;**

Par M. PEREZ.

On sait que Lespès a distingué deux sortes de nymphes, les unes à longs étuis alaires, devenant les sexués qui forment les essaims du printemps, les autres à courts étuis, destinées, suivant ce naturaliste, à fournir en été des essaims secondaires, qu'il suppose exister, mais qu'il n'a point observés. Ces essaims secondaires n'existent pas.

Fritz Müller a supposé que les nymphes de la seconde forme donnaient des sexués dépourvus d'ailes et ne quittant point

le nid, ne formant jamais d'essaims. Leur raison d'être, selon lui, était de subvenir, en cas de nécessité, au remplacement du roi et de la reine de la colonie, lorsque des sexués provenant des essaims n'avaient pu rentrer dans le nid.

L'hypothèse de Fritz Müller est ingénieuse, mais ne repose sur aucune donnée positive.

Il résulte des observations de M. Pérez que les nymphes de la seconde forme ne sont, comme celles de la première, qu'une des phases de l'évolution des sexués des essaims. Les nymphes à courts étuis se transforment par une mue en nymphes à longs étuis. Il existe même deux formes de plus que Lespès n'en a observé. Les nymphes à longs étuis, loin de donner directement des individus ailés, subissent préalablement deux mues et deviennent des nymphes présentant des fourreaux alaires, toujours plus longs à chaque changement de peau, et qui jusqu'ici n'avaient pas été observées.

Il n'existe donc point, chez les termites, deux sortes de nymphes ayant des rôles différents à remplir. Il n'y en a qu'une, passant par des mues et des formes successives et aboutissant toutes à la forme ailée des essaims. L'évolution de ces insectes se trouve ainsi débarrassée des singularités qui la compliquaient et ramenée à une formule très simple.

### **Sur l'hiver de 1896-97;**

Par M. HAUTREUX.

M. le Président fait part à la Société, au nom de M. Hauteux empêché, des prévisions que suggère l'examen du dernier numéro des pilot-charts; ces prévisions sont toutefois subordonnées aux indications que donneront les pilot-charts pour les mois de juillet et d'août.

L'absence presque complète de glace au banc de Terre-Neuve pendant le mois de juin ferait prévoir un hiver doux, pluvieux, avec un nombre très faible de jours de gelée.

**PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES**  
**DE LA SOCIÉTÉ DES**  
**SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES**  
**DE BORDEAUX**



PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES  
DE LA SOCIÉTÉ  
**DES SCIENCES**

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

---

Année 1896-1897

---

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & FILS  
IMPRIMEURS-LIBRAIRES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU  
DES LONGITUDES, SUCCESSIONS DE MALLET-BACHELIER,  
Quai des Augustins, 55.

---

A BORDEAUX  
CHEZ FERET & FILS, LIBRAIRES  
15, cours de l'Intendance, 15

---

1897



# LISTE

DES

PRÉSIDENTS ET VICE-PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ

de 1853 à 1897

---

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1853-1854	BAZIN.	DELBOS.
1854-1855	BAZIN.	»
1855-1856	BAZIN.	✓
1856-1857	ORÉ.	»
1857-1858	BAUDRIMONT.	»
1858-1859	BAZIN.	»
1859-1860	BAUDRIMONT.	»
1860-1861	ABRIA.	»
1861-1862	LESPIAULT.	ORÉ.
1862-1863	BAUDRIMONT.	ROYER
1863-1864	ORÉ.	AZAM.
1864-1865	AZAM.	ROYER.
1865-1866	ROYER.	H. GINTRAC.
1866-1867	H. GINTRAC.	O. DE LACOLONGE.
1867-1868	O. DE LACOLONGE.	GLOTIN.
1868-1869	GLOTIN.	JEANNEL.
1869-1870	LINDER.	DELFORTERIE.
1870-1871	LINDER.	DELFORTERIE.
1871-1872	DELFORTERIE.	ABRIA.
1872-1873	ABRIA.	RATHEAU.
1873-1874	BAUDRIMONT.	SERRÉ-GUINO.
1874-1875	SERRÉ-GUINO.	BAYSSELLANCE.
1875-1876	BAYSSELLANCE.	LOQUIN.



ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1876-1877	LOQUIN.	HAUTREUX.
1877-1878	HAUTREUX.	E. BOUTAN.
1878-1879	E. BOUTAN.	MICÉ.
1879-1880	DUPUY.	MILLARDET.
1880-1881	MILLARDET.	DE LAGRANDEVAL.
1881-1882	DE LAGRANDEVAL.	G. RAYET.
1882-1883	G. RAYET.	FOURNET.
1883-1884	G. RAYET.	FOURNET.
1884-1885	G. RAYET.	FOURNET.
1885-1886	G. RAYET.	BOUCHARD.
1886-1887	G. RAYET.	BOUCHARD.
1887-1888	G. RAYET.	AZAM.
1888-1889	G. RAYET.	TANNERY.
1889-1890	TANNERY.	GAYON.
1890-1891	AZAM.	GAYON.
1891-1892	DUPUY.	GAYON.
1892-1893	DROGUET.	BLAREZ.
1893-1894	BAYSSELLANCE.	BLAREZ.
1894-1895	BLAREZ.	HAUTREUX
1895-1896	DE LAGRANDEVAL.	HAUTREUX.
1896-1897	DURÈGNE.	BOULOUCH.

# LISTE DES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

pendant l'année 1896-1897.

## Composition du Bureau pour l'année 1896-1897.

MM. DURÈGNE, *Président.*

BOULOUC, *Vice-Président.*

RAYET, O. ✱, *Secrétaire général.*

CROIZIER, ✱, { *Secrétaires adjoints.*

HUGOT,

BRUNEL, *Archiviste.*

CHEVALLIER, *Trésorier.*

GAYON, ✱,

MILLARDET, ✱,

FIGUIER,

PÉREZ, ✱,

BAYSSELLANCE, O. ✱,

BOUCHARD, O. ✱,

DE LAGRANDEVAL, ✱.

JOLYET,

LESPIAULT, O. ✱,

ELLIE,

BLAREZ,

DROGUET, ✱,

*Membres du Conseil.*

## Membres titulaires <sup>(1)</sup>.

MM. AIGNAN, inspecteur d'Académie, à Vannes.

\*ASTOR, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

AUGER, professeur à la Faculté des Sciences.

AUGIS, ✱, ingénieur de la Compagnie du Midi en retraite.

AVRIL, ✱, ingénieur de la Compagnie du Gaz.

BARCKHAUSEN, O. ✱, professeur à la Faculté de Droit.

BARTHE, professeur à la Faculté de Médecine.

BAYSSELLANCE, O. ✱, ingénieur des Constructions navales en retraite, ancien maire de Bordeaux.

BERGONIÉ, professeur à la Faculté de Médecine.

BICHON, licencié ès sciences.

BLAREZ, professeur à la Faculté de Médecine.

BORDIER, docteur-médecin, à Lyon.

BOUCHARD, O. ✱, professeur à la Faculté de Médecine.

BOULOUC, professeur au Lycée.

BOUTINEAU, pharmacien-major de 1<sup>re</sup> classe.

BOYER, préparateur à la Faculté des Sciences.

(<sup>1</sup>) Les membres dont le nom est précédé d'un astérisque sont membres à vie.

**MM. BRUNEL**, professeur de calcul infinitésimal, doyen de la Faculté des Sciences.

**CARDE**, ingénieur civil.

**CARLES**, agrégé à la Faculté de Médecine.

**CARMIGNAC-DESCOMBES**, ingénieur des Manufactures de l'État à Morlaix.

**CARON**, professeur de Mathématiques au Lycée en retraite.

**CAUBET**, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

**CHADU**, professeur de Mathématiques au Lycée.

**CHENEVIER**, chimiste au Chemin de fer du Midi.

**CHEVALLIER**, préparateur à la Faculté des Sciences.

**CHEVASTELON**, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

**COLOT**, licencié ès sciences, professeur de Mathématiques.

**CROIZIER**, \*, capitaine en retraite.

**DELMAS**, \*, docteur en médecine, direct. de l'hydrothérapie des Hôpitaux.

**DELMAS**, ancien élève de l'École polytechnique.

**DENIGÈS**, professeur à la Faculté de Médecine.

**DEVAUX**, professeur à la Faculté des Sciences.

**DOUBLET**, aide-astronome à l'Observatoire.

**DROGUET**, \*, directeur des postes et télégraphes en retraite.

**DUBOURG**, chimiste des Douanes.

**DUHEM**, professeur à la Faculté des Sciences.

**DUPOUY**, préparateur à la Faculté de Médecine.

**DURÈGNE**, ingénieur des Télégraphes.

**ELGOYHEN**, négociant-propriétaire.

**ELLIE**, ingénieur civil.

**FALLOT**, professeur de géologie à la Faculté des Sciences.

**FÉRAUD**, astronome adjoint à l'Observatoire.

**FIGUIER**, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

**GADEN**, négociant.

**GAULNE (DE)**, propriétaire.

**GAYON**, \*, correspondant de l'Institut, professeur de Chimie à la Faculté des Sciences, chimiste en chef à la Douane.

**GELBLUM**, ingénieur-agronome.

**GENDRON**, électricien.

**GILLES**, inspecteur d'Académie à Bordeaux.

**GOGUEL**, maître de conférences à la Faculté des Sciences.

**GOUTTES**, inspecteur divisionnaire du travail à Bordeaux.

**GOSSART**, professeur à la Faculté des Sciences.

**GRUVEL**, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

**GUESTIER (Daniel)**, négociant.

**GUIMARAËS**, officier du Génie portugais.

**HADAMARD**, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences.

**HAUTREUX**, \*, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port en retraite.

**HUGOT**, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

**HUGRON**, ingénieur des Télégraphes.

**ISSALY (l'abbé)**, licencié ès sciences mathématiques.

**JOANNIS**, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

**MM. JOLYET**, professeur à la Faculté de Médecine.

**JOUET**, propriétaire.

**KOWALSKI**, professeur de Mathématiques.

**KUNSTLER**, professeur à la Faculté des Sciences.

**LABORDE**, préparateur de la Station agronomique.

**LACROIX**, professeur de Mathématiques en retraite.

**LAGACHE**, ingénieur des Arts et Manufactures.

**LAGRANDVAL (DE)**, \*, professeur honoraire de Mathématiques spéciales au Lycée.

**LANDE**, \*, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.

**LAPORTE (Michel)**, ancien professeur de Mathématiques.

**LASSERRE**, chimiste des Douanes.

\***LESPIAULT, O.** \*, doyen honoraire de la Faculté des Sciences.

**MALUS**, agrégé de l'Université, préparateur à la Faculté des Sciences.

**MARCHIS**, professeur à la Faculté des Sciences.

**MICÉ, O.** \*, recteur de l'Académie de Clermont.

**MILLARDET**, \*, correspondant de l'Institut, professeur de Botanique à la Faculté des Sciences.

**MONNET**, maître de conférences à la Faculté libre des Sciences de Lille.

**PACHON**, professeur agrégé à la Faculté de Médecine.

**PALMADE**, professeur au Lycée.

**PÉREZ**, \*, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences.

**PETIT**, docteur ès Sciences naturelles, chef des travaux de botanique à la Faculté des Sciences.

**PICART**, astronome adjoint à l'Observatoire, maître de conférences à la Faculté des Sciences.

**PIÉCHAUD**, professeur à la Faculté de Médecine.

**PIONCHON**, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

**PITARD**, préparateur à la Faculté des Sciences.

**PRÉVOST**, ingénieur civil des Mines.

**PUIG**, professeur au Lycée.

**RAGAIN**, licencié ès sciences, professeur de dessin graphique au Lycée.

**RAYET (G.)**, O. \*, correspondant de l'Institut, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.

**RIVIÈRE**, préparateur à la Faculté de Médecine.

**ROCH**, chimiste.

**RODBERG**, ingénieur-directeur de la Compagnie du Gaz.

**RODIER**, professeur au Lycée.

**ROZIER**, professeur de Mathématiques.

**SANSON**, professeur de Mathématiques au Lycée.

**SARRAN**, professeur au Lycée.

**SAINT-MARTIN (DE)**, propriétaire.

**STROHL**, ingénieur en chef du Service maritime.

\***TANNERY (P.)**, ingénieur des Manufactures de l'État, à Paris.

**TURPAIN**, préparateur à la Faculté des Sciences.

**VALLANDÉ (DE)**, licencié ès sciences.

**VÈNE**, ingénieur civil.

MM. VERGELY, \*, professeur à la Faculté de Médecine.  
VÈZES, professeur à la Faculté des Sciences.

### Membres honoraires.

MM. DARBOUX (G.), \*, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences de Paris.  
DE TILLY, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.  
FORTI (Angelo), ancien profess. de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.  
FRÈNET, \*, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à Périgueux.  
KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan (Russie).  
LINDER, O. \*, inspecteur général des Mines, à Paris.  
RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.

### Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.  
ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de Milan.  
ARIÈS, capitaine du Génie.  
BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.  
CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.  
DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.  
ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.  
ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.  
GARBIGLIETTI, docteur en médecine, à Turin.  
GAUTHIER-VILLARS, O. \*, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire éditeur, à Paris.  
GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coimbre.  
GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.  
GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.  
HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.  
HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.  
IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Petersbourg.  
LAISANT, \*, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.  
MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres, directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).  
PEAUCELLIER, O. \*, général du génie.  
PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).  
PONSOT (M<sup>me</sup>), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.  
ROIG Y TORRES (D. Rafael), naturaliste à Barcelone, directeur de la *Crónica Científica*.  
ROUX, \*, docteur en Médecine, à Paris.  
TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.  
WEYR (Éd.), professeur à l'Université de Prague.

---

# TABLE DES MATIÈRES DES PROCÈS-VERBAUX

ANNÉE 1896-1897

	Pages
PÉREZ. — Sur une forme nouvelle de l'appareil buccal des hyménoptères.....	3
BRUNEL. — Sur les configurations régulières tracées sur des surfaces fermées quelconques.....	4
PÉREZ. — Des effets des actions mécaniques sur le développement des œufs non fécondés du ver à soie.....	9
LABORDE. — Sur la casse des vins.....	11
CARLES. — Sur la casse des vins.....	14
MONNET. — Sur l'étude calorimétrique complète d'un sel....	15
BRUNEL. — Sur la décomposition de deux figures géométriques équivalentes en un nombre fini d'éléments superposables chacun à chacun.....	18
DUHEM. — Conditions nécessaires et suffisantes pour la stabilité de l'équilibre d'un corps flottant.....	21
HADAMARD. — Sur les notions d'aire et de volume.....	25
DEVAUX. — Recherches sur les lenticelles.....	27
LAPORTE. — Sur des sections du cube.....	29
BRUNEL. — Sur un groupe d'opérations.....	30
DEVAUX. — Dissociation cellulaire des filaments de spirogyres.....	34
BRUNEL. — Sur un problème combinatoire de Steiner.....	37
HADAMARD. — Sur les séries de Dirichlet.....	41
DUHEM. — Sur les déformations permanentes du verre (étude théorique).....	45
MARCHIS. — Sur les déformations permanentes du verre (étude expérimentale).....	50
KUNSTLER et GRUVEL. — Sur le développement d'éléments particuliers de la cavité générale du Siponcle.....	57
HADAMARD. — Sur les lignes géodésiques des surfaces à courbures opposées.....	60
BRUNEL. — Sur une surface à courbures opposées.....	62
STROHL. — Sur le fondement expérimental de la mécanique rationnelle.....	64

	Pages
HADAMARD. — Sur les principes fondamentaux de la mécanique.....	67
GRUVEL. — Contribution à l'histologie des muscles.....	70
DUHEM. — Sur les faux équilibres chimiques.....	75
HADAMARD. — Sur la démonstration d'un théorème d'algèbre.....	84
BRUNEL. — Sur une suite remarquable d'opérations.....	86
DURÈGNE. — Sur la forme type des dunes primaires.....	91
FÉRAUD. — Expression des coefficients du développement de $(1 - x)^k \log^n (1 - x)$ .....	93
WILLM. — Procédé d'agrandissement direct des négatifs au gélatino-bromure d'argent par dilatation de la gélatine....	97
HADAMARD. — Sur les conditions de décomposition d'une forme ternaire.....	100
RAYET. — Sur les mesures d'étoiles doubles faites par M. S. de Glasenapp.....	102
PICART. — Sur l'équation de Gylden-Linstedt généralisée....	103
HAUTREUX. — Dominante des vents dans le bassin occidental de la Méditerranée.....	108
HADAMARD. — Sur les séries entières.....	110
DUHEM. — Théorèmes sur la distillation.....	112
HADAMARD. — Sur les lignes géodésiques.....	115
DUHEM. — Sur le problème général de la statique chimique.	118
DENIGÈS. — Sur quelques combinaisons mercuriques obtenues avec certaines fonctions organiques.....	124
BRUNEL. — Des contours tracés sur les surfaces.....	128
HADAMARD. — Sur les lignes géodésiques.....	131
LABORDE. — De l'absorption d'oxygène dans la casse du vin.	132
CARLES. — A propos de la casse des vins.....	135
MARCHIS. — Sur les déformations permanentes du verre et le déplacement du zéro des thermomètres.....	137
BARTHE. — Nouvelles synthèses opérées à l'aide de l'éther cyanosuccinique.....	158
BRUNEL. — Décomposition d'un carré en quatre parties superposables.....	161
HADAMARD. — Sur une surface à courbures opposées.....	163

# PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES DE BORDEAUX

---

ANNÉE 1896-1897.

---

*Séance du 26 novembre 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANVAL.

---

M. le Président fait part à la Société de la perte douloureuse qu'elle a faite pendant les vacances en la personne de M. Morisot, professeur de physique expérimentale à la Faculté des sciences de Bordeaux, l'un des plus anciens membres de notre Société et l'un des plus assidus à nos séances. Il rappelle combien notre collègue était aimable et sûr dans ses relations. C'était l'homme bon par excellence.

Il indique ensuite la tournure générale de ses travaux dont la liste suit :

## COMMUNICATIONS FAITES PAR M. MORISOT

à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.

- 1<sup>o</sup> *Note sur une nouvelle disposition de pile.* (Insérée dans le tome IV, 1<sup>er</sup> cahier.) — 7 février 1867.
- 2<sup>o</sup> *Note sur l'ozone* (en collaboration avec M. Serré-Guino) *et sur la décomposition des corps par la pile.* (Tome IV, 1<sup>er</sup> cahier.) — 2 mai 1867.
- 3<sup>o</sup> *Note sur la difficulté du mélange de deux liquides.* (Tome II, 2<sup>e</sup> cahier.) — 18 avril 1886.
- 4<sup>o</sup> *Note sur de nouvelles dispositions de piles permettant d'obtenir une plus grande force électromotrice.* (Tome IV, 3<sup>e</sup> série.) — 22 décembre 1887.



- 5° Suite de la précédente. — 19 janvier 1888.
- 6° *Note sur quelques résultats relatifs à différentes combinaisons de piles.* (Tome IV, 3<sup>e</sup> série.) — 15 mars 1888.
- 7° *Note sur une nouvelle pile conservant pendant plus d'un jour une force électromotrice supérieure à celle d'un couple Bunsen.* (Tome V, 1<sup>er</sup> cahier.) — 25 juillet 1889.
- 8° *Note sur la polarisation des électrodes.* — 17 décembre 1891.
- 9° *Mémoire sur la polarisation des électrodes dans l'intérieur des piles.* (Tome V, 4<sup>e</sup> série.) — 1895.
- 10° *Sur un élément de pile possédant une grande force électromotrice.* (Tome V, de 1894-95.) — 27 juin 1895.

### NOTES DE M. MORISOT

publiées dans les Comptes rendus de l'Académie des Sciences.

- 1° *Sur la chaleur spécifique et la conductibilité des corps.* — 5 avril 1880.
- 2° Suite et compléments. — 17 décembre 1883.
- 3° Suite et compléments. — 1886.
- 4° *Sur la mesure des conductibilités intérieures.* — 27 juin 1887.
- 5° *Sur un nouvel élément de pile.* — 29 juillet 1895.

Le Bureau de la Société est ainsi constitué pour l'année 1896-97.

Président.....	M. DURÈGNE.
Vice-Président.....	M. BOULOUCH.
Secrétaire général.....	M. RAYET.
Secrétaires adjoints.....	MM. CROIZIER et HUGOT.
Archiviste.....	M. BRUNEL.
Trésorier.....	M. CHEVALLIER.

### Membres du Conseil d'administration :

1 <sup>re</sup> SÉRIE	2 <sup>e</sup> SÉRIE	3 <sup>e</sup> SÉRIE
MM. MILLARDET.	MM. BLAREZ.	MM. LESPIAULT.
PÉREZ.	DE LAGRANVAL.	GAYON.
FIGUIER.	JOLYET.	DROGUET.
BOUCHARD.	BAYSSELLANCE.	ELLIE.

La Société décide d'envoyer aux membres résidant à Bordeaux le compte rendu imprimé de chaque séance; en conséquence, elle invite les auteurs à remettre leurs communications, au plus tard, le samedi qui suit la séance, faute de quoi la communication ne sera indiquée que par son titre.

### **Sur une forme nouvelle de l'appareil buccal des hyménoptères;**

Par M. J. PÉREZ.

La forme dont il s'agit ici consiste essentiellement dans une modification remarquable de la structure normale de la langue des abeilles à langue courte de la subdivision des *acutilingues*. La languette, de dimensions très réduites, et dénuée de villosité, n'est plus un pinceau propre à absorber les liquides, mais un simple spicule recourbé. Les palpes labiaux, ordinairement plus courts que la languette et déjetés sur les côtés, sont ici extrêmement développés, au point que chacun de leurs quatre articles est plus long que la languette. Le premier est le plus long de tous; le deuxième et le troisième sont très aplatis, et leur surface interne, aplanie, présente dans sa longueur un sillon d'une grande ténuité, qui forme avec son congénère un conduit, lorsque les deux palpes sont appliqués l'un contre l'autre. Le quatrième article est grêle, flexible, sa surface molle et inégale.

Cette curieuse organisation peut s'interpréter, au point de vue fonctionnel, de la manière suivante. La languette, si courte, ne peut évidemment servir à l'absorption directe des liquides. Ce rôle est dévolu aux palpes sept à huit fois plus longs, dont le dernier article paraît très apte à cet usage.

Le liquide qui a imprégné cet article trouve, à l'extrémité du troisième, l'orifice du canal formé par cet article et le

deuxième qu'il parcourt dans sa longueur par un effet de capillarité. Arrivé à la base du deuxième article, par conséquent au bout du premier, le liquide atteint la languette, et par suite la cavité buccale. Une étude plus complète dira comment s'opère ce dernier trajet.

La conformation qui vient d'être décrite ne constitue pas seulement une forme de l'appareil buccal absolument nouvelle chez les insectes. Elle est encore intéressante par ce fait, que l'espèce qui la présente appartient par tous ses autres caractères au genre *Andrena* : elle se rattache particulièrement au type de l'*A. Julliani*, déjà remarquable par la longueur de ses palpes, plus courts cependant que la languette. Bien plus, elle s'y relie par l'intermédiaire d'une espèce algérienne, dont les palpes, plus longs que chez l'*A. Julliani*, dépassent de près de moitié la languette déjà spiculiforme, et se substituent par conséquent à elle pour l'absorption, sans présenter toutefois la conformation spéciale qui vient d'être décrite.

Il me paraît légitime d'établir un genre nouveau pour cette espèce, que je me plais à dédier à M. Ch. Ferton, capitaine d'artillerie, qui l'a découverte, et je l'appellerai *Solenopalpa Fertoni*.

## **Sur les configurations régulières tracées sur des surfaces fermées quelconques ;**

Par M. G. BRUNEL.

J'ai déjà eu l'occasion, à plusieurs reprises, d'entretenir la Société de la question des configurations régulières tracées sur des surfaces fermées quelconques. Si l'on considère une configuration sur une surface et si l'on désigne par  $S$  le nombre des sommets, par  $A$  le nombre des arêtes et par  $F$  le

nombre des faces supposées simplement connexes, on a entre ces nombres une relation de la forme

$$(1) \quad F + S = A - \lambda$$

où  $\lambda$  est un nombre caractéristique dépendant de la surface considérée et qui, pour une surface donnée, a une valeur déterminée. Le nombre  $\lambda$  est égal à  $-2$  pour les surfaces qui peuvent être déformées en une sphère. On peut construire des surfaces pour lesquelles le nombre  $\lambda$  a une valeur quelconque supérieure à  $-2$ . Si le nombre  $\lambda$  est impair, la surface est nécessairement unilatérale. Pour les surfaces bilatérales, le nombre  $\lambda$  est pair, et en posant

$$\lambda = 2(p - 1)$$

$p$  est le genre de cette surface.

Si la configuration est telle, que de chaque sommet parte le même nombre  $n$  d'arêtes et que chaque face soit un polygone du même nombre de côtés  $m$ , on dit que la configuration est régulière. On a alors les relations

$$(2) \quad mF = nS = 2A.$$

Dans la séance du 9 avril 1891, j'avais considéré en particulier les cas où  $p = 1$  et  $p = 2$ , c'est-à-dire où  $\lambda = 0$  et  $\lambda = 2$ . J'avais déterminé alors toutes les solutions en nombres entiers des équations (1) et (2).

Le résultat avait été le suivant :

Sur les surfaces de genre 1, il y a deux types de configurations régulières, c'est-à-dire deux systèmes de valeurs acceptables pour les nombres  $m$  et  $n$ . Mais ici l'équation (1) se trouve être homogène, les nombres  $F$ ,  $S$  et  $A$  correspondant aux valeurs acceptables des nombres  $m$  et  $n$  ne sont pas déterminés. En fait, il y a alors une infinité de configurations régulières correspondant à chacun des deux systèmes de valeurs.

Sur les surfaces de genre 2 et les surfaces de genre plus

élevé, les choses ne se passent plus de la même façon. Il y a dans chaque cas un nombre fini de systèmes de valeurs pour  $m$  et  $n$ . A chaque système de valeurs correspondent pour F, S et A des valeurs déterminées. Nous avons donné pour le cas des surfaces de genre 2 les 25 systèmes de configurations algébriquement possibles.

Dans un tableau qui a figuré à l'Exposition de Bordeaux en 1895, nous avons représenté ces diverses configurations, ou plutôt, pour chacun des 25 systèmes, nous avons dessiné une des configurations correspondantes.

Dans la session de la Société Mathématique américaine, qui a eu lieu à Buffalo le 31 août 1896, M. White est revenu sur la question et il résulte du résumé de sa communication tel qu'il est contenu dans le *Bulletin of the American mathematical Society* d'octobre 1896, que M. White a retrouvé nos résultats, et que des modèles analogues à ceux qui avaient figuré à l'Exposition de Bordeaux ont été également reconstruits, d'une façon indépendante, par M. Basquin.

En outre, M. White distingue les configurations régulières en deux espèces : les configurations spéciales et les configurations dérivées. C'est ce que nous avons appelé les configurations premières et les configurations composées. Soient  $m$  et  $n$  deux nombres quelconques, considérons les trois nombres

$$mn \quad 2n \quad 2m$$

et soit  $\rho$  le plus grand commun diviseur commun de ces trois nombres. Posons

$$\frac{mn}{\rho} = A, \quad \frac{2n}{\rho} = F, \quad \frac{2m}{\rho} = S; \quad A - F - S = \lambda.$$

Les nombres  $m$ ,  $n$ , A, F, et S correspondent à une configuration régulière première de caractéristique  $\lambda$ . Les nombres  $m$ ,  $n$ ,  $kA$ ,  $kF$ ,  $kS$  correspondent à une configuration régulière composée de caractéristique  $k\lambda$ .

*Tableau des couples de valeur de  $m$  et  $n$  correspondant  
à des configurations régulières premières.*

$\lambda =$	$m.n =$									
1	3.7	3.8	3.9	3.12	4.5	4.6	4.8	5.5	6.6	
2	3.10	3.18	4.12	5.10	8.8					
3	3.15	3.24	4.7	4.10	4.16	6.12	7.7	10.10		
4	3.24	3.30	4.20	5.6	6.9	7.14	12.12			
5	3.11	3.16	3.21	3.36	4.9	4.14	4.24	5.20	6.8	6.18
	8.16	9.9	14.14							
6	3.42	4.28	9.18	16.16						
7	3.13	3.20	3.27	3.48	4.11	4.18	4.32	5.8	5.15	6.10
	6.24	8.12	10.20	11.11	18.18					
8	3.22	3.54	4.36	5.30	6.7	6.15	8.24	11.22	20.20.	
9	3.33	3.60	4.13	4.22	4.40	6.30	7.28	12.24	13.13	22.22
10	3.26	3.66	4.44	10.15	13.26	24.24				
11	3.17	3.28	3.39	3.72	4.15	4.26	4.48	5.7	5.40	6.14
	6.36	8.10	8.32	9.12	10.30	14.28	15.15	26.26		
12	3.78	4.52	6.21	15.30	28.28					
13	3.19	3.32	3.45	3.84	4.17	4.30	4.56	5.12	5.25	6.16
	6.42	7.8	7.21	8.20	9.36	12.18	16.32	17.17	30.30	
14	3.34	3.90	4.60	5.50	7.42	8.40	12.36	17.34	32.32	
15	3.51	3.96	4.19	4.34	4.64	6.48	10.40	18.36	19.19	34.34
16	3.38	3.102	4.68	5.14	6.11	6.27	14.21	19.38	36.36	
17	3.23	3.40	3.57	3.108	4.21	4.38	4.72	5.9	5.60	6.20
	6.54	8.14	8.48	12.16	14.42	20.40	21.21	38.38		
18	3.114	4.76	7.10	10.25	21.42	40.40				
19	3.25	3.44	3.63	3.120	4.23	4.42	4.80	5.16	5.35	6.22
	6.60	7.56	8.9	8.28	9.27	10.12	10.50	12.48	16.24	22.44
	23.23	42.42								

$\lambda =$	$m, n =$										
20	3.46	3.126	4.84	5.70	6.13	6.33	8.56	9.54	16.48	23.46	
	44.44										
21	3.69	3.132	4.25	4.46	4.88	6.66	13.52	24.48	25.25	46.46	
22	3.50	3.138	4.92	5.18	12.20	18.27	25.50	48.48			
23	3.29	3.52	3.7	3.144	4.27	4.50	4.96	5.11	5.80	6.26	
	6.72	7.35	7.12	8.18	8.64	10.14	10.60	12.30	14.56	15.20	
	18.54	26.52	27.27	50.50							
24	3.150	4.100	6.39	7.70	12.60	27.54	52.52				

Un couple de valeurs  $p, q$  correspond à deux systèmes

$$m = p \quad n = q \quad \text{et} \quad m = q \quad n = p$$

à moins que  $p$  ne soit égal à  $q$ .

On obtient ainsi pour  $m$  et  $n$ , lorsque  $\lambda$  varie de 1 à 24, 477 systèmes de valeurs.

Le nombre des configurations premières et composées qui s'en déduisent entre les mêmes limites est égal à 1373.

Si l'on se borne à ne considérer que les surfaces bilatérales, on reconnaît ainsi que sur les surfaces de genre

$$2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 11 \quad 12 \quad 13 \dots$$

il peut exister des configurations régulières en nombres respectivement égaux à

$$25 \quad 38 \quad 46 \quad 55 \quad 60 \quad 68 \quad 70 \quad 72 \quad 75 \quad 94 \quad 74 \quad 98 \dots$$

*Séance du 10 décembre 1896.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANDEVAL.

Le procès-verbal de la dernière séance est lu et adopté.

M. le Président a le plaisir d'annoncer à la Société que trois de ses membres sont au nombre des lauréats de l'Académie des Sciences :

M. Joannis a obtenu le prix Houllevigue (5,000 fr.), pour ses travaux de chimie faits à la Faculté de Bordeaux;

M. Hadamard, le prix Bordin (3,000 fr.), pour son mémoire inscrit sous le n° 2 du concours sur la théorie des lignes géodésiques;

Et M. Auger, une partie du prix Jecker (2,000 fr.), pour ses travaux de chimie.

M. Marchis, maître de conférences à la Faculté des sciences de Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Des effets des actions mécaniques sur le développement des œufs non fécondés du ver à soie;**

Par M. J. PÉREZ.

On sait que, par des actions mécaniques ou autres (frictions, lavage à l'acide sulfurique, etc.), on peut hâter le développement des œufs du ver à soie et faire éclore, peu de temps après leur ponte, des œufs destinés à n'éclore qu'au printemps de l'année suivante.

La cause de ce développement précoce peut être attribuée à l'ablation, par suite des manipulations susdites, de cette sorte de vernis, produit d'une sécrétion, dont l'œuf est recouvert au moment où il est pondu, et qui sert à le faire adhérer à la surface où la pondeuse le dépose. C'est donc en facilitant, par la détersion de la coque, les échanges gazeux entre l'œuf et l'air extérieur, par suite en excitant son énergie vitale, que ces actions mécaniques activent l'évolution embryonnaire.

On sait, d'autre part, que des œufs de femelles séquestrées, partant non fécondées, subissent quelquefois un degré plus



ou moins avancé de développement, et, dans des cas extrêmement rares, un développement complet, comme les œufs fécondés.

J'ai depuis longtemps reconnu que des femelles saines et robustes sont plus particulièrement aptes à fournir des œufs qui, sans fécondation, peuvent présenter ce processus embryonnaire. Il est donc naturel d'attribuer ce développement parthénogénétique à un surcroît d'énergie vitale communiqué aux œufs par la mère.

En suite de ces considérations, je me suis demandé si les actions mécaniques ne favoriseraient pas le développement dans les œufs non fécondés et n'augmenteraient pas le nombre de ceux qui, souvent, prennent une coloration plus ou moins intense, signe d'un travail embryogénique plus ou moins avancé.

Le résultat a dépassé mon attente. Les pontes de deux femelles de ver à soie n'ayant pas subi les approches du mâle ont été partiellement soumises à un brossage énergique, plusieurs fois répété pendant quelques jours, avec un morceau d'étoffe de laine. Pour que l'expérience portât en elle-même sa contre-épreuve, la friction s'exerça toujours sur les mêmes œufs, les autres étant réservés. Au bout de quelques jours, une teinte rousse prononcée se manifesta sur un assez grand nombre des œufs soumis au traitement, à l'exclusion des autres, qui sont tous restés jaune clair, comme au moment de la ponte.

Ainsi, une action purement mécanique, de même qu'une plus grande somme d'énergie vitale transmise par une mère robuste, peut, dans les œufs non fécondés du ver à soie, favoriser l'évolution embryonnaire, et suppléer, jusqu'à un certain degré, l'action propre de l'élément fécondateur.

## Sur la casse des vins;

Par M. LABORDE.

L'altération de la matière colorante des vins qui constitue la maladie de la casse prend cette année une importance qui menace d'être très préjudiciable aux intérêts de beaucoup de viticulteurs.

L'origine de cette altération n'est pas encore nettement déterminée; mais le mécanisme de l'action chimique paraît devoir être assimilé à une oxydation de la matière colorante. M. Gouiraud a montré le premier qu'il y a un agent, appartenant au groupe des diastases, qui sert d'intermédiaire entre l'oxygène de l'air et la matière colorante; en effet, un chauffage à 70° environ arrête l'action chimique. Les diastases étant produites par les cellules vivantes, la source de celle qui détermine la casse des vins peut être variable.

M. Martinaud a trouvé que le grain de raisin et, par suite, le moût, avant fermentation, contient une petite quantité d'une diastase, de l'espèce des diastases oxydantes découverte par M. Bertrand, qui se retrouve dans le vin. Toutefois, il est difficile d'admettre que les variations de la production de cette diastase soient suffisantes pour expliquer les altérations importantes que l'on constate dans beaucoup de cas.

L'influence des levures qui déterminent la fermentation, et celle des microbes qui engendrent les maladies du vin à l'abri de l'air, doivent être écartées *a priori*, quant à la production d'une diastase oxydante; le rôle de ces cellules étant essentiellement réducteur, elles ne peuvent sécréter une diastase oxydante. M. Gouiraud a écarté d'ailleurs le rôle de la levure; quant à celui des germes morbides, il n'est pas nul, mais constitue un cas particulier qui présente des caractères différent de ceux de la maladie de la casse proprement dite. Dans ce cas particulier, la matière colorante est attaquée par le microbe lui-même; son oxydation et sa précipitation au con-

tact de l'air ne sont pas empêchées par un chauffage préalable du vin.

L'origine de la diastase oxydante paraît être très différente de celles qui viennent d'être examinées ; elle est dans le développement sur le raisin d'un champignon bien connu, le *Botrytis cinerea*. Il se cultive très facilement sur des raisins ou sur du moût de raisin stérilisés, et le liquide d'une culture pure, mélangé à du vin sain, détermine la casse complète de la matière colorante avec tous ses caractères. Ce liquide perd toute activité lorsqu'il a été porté à 100°. On lui reconnaît la plupart des autres propriétés attribuables à une diastase oxydante, dont les principales sont : coloration bleue intense (disparaissant par l'ébullition), qui apparaît presque instantanément avec la teinture de résine de gaïac ; coloration rouge et précipité rouge avec le gaïacol ; noircissement de la solution de tannin, etc.

M. Bourquelot a montré que ces propriétés sont celles du liquide cellulaire d'un grand nombre de champignons supérieurs ; mais, jusqu'à présent, le *Botrytis cinerea* est, parmi les champignons inférieurs, le seul que l'on sache qui sécrète une diastase oxydante en quantité sensible. La présence de cette diastase a été cherchée dans le liquide de culture d'autres moisissures telles que l'*Aspergillus niger*, l'*Aspergillus glaucus*, le *Penicillium glaucum*, l'*Eurotiosis Gayoni*, et on ne l'a pas constatée.

Si l'on étudie l'action de la chaleur sur les propriétés oxydantes du liquide de culture du *Botrytis cinerea*, on trouve que, porté même à 80° pendant une minute, son activité n'est pas complètement détruite ; ce n'est qu'aux environs de 85° que cet effet est atteint. Les variations de l'acidité, dans les limites de celles que l'on trouve dans le moût de raisin, ne paraissent pas avoir d'influence importante sur l'action de la chaleur.

Après la fermentation du sucre qui peut rester dans le liquide de culture, ses propriétés oxydantes ne sont que très

peu atténuées; par suite, la diastase oxydante peut se retrouver dans les vins. C'est elle qui provoque, au contact de l'air, le brunissement bien connu des vins de Sauternes et du Rhin, qui doivent, comme on sait, leurs qualités spéciales au développement sur les raisins du *Botrytis cinerea*, constituant alors une *pourriture noble*.

C'est généralement le même champignon qui, dans les années froides et humides comme 1876, détermine la pourriture des raisins rouges. Par conséquent, toutes les fois qu'on introduira dans la cuve de vendange des raisins ainsi altérés, on sera exposé à voir le vin qui en résultera présenter plus ou moins les caractères de la casse.

Les raisins rouges complètement moisissés ne donnent qu'un vin presque incolore, car la matière colorante de la pellicule est devenue à peu près insoluble avant la fermentation.

Les remèdes que l'on a proposés pour empêcher la casse des vins sont de deux sortes :

1° Introduction dans le vin d'un corps susceptible de s'oxyder plus facilement que la matière colorante. On emploie d'habitude l'acide sulfureux ou les bisulfites, qui paraissent suffisants dans les cas ordinaires.

2° L'action de la chaleur. Cette action est plus énergique lorsqu'il s'agit du vin que pour le liquide de culture de la moisissure; mais il est prudent d'aller au moins jusqu'à 70° dans les cas ordinaires, et au delà si le mal a beaucoup de gravité.

M. Gayon ajoute que les vins cassés récoltés cette année dans la Gironde sont généralement pauvres en acide tartrique et en tannin, parce que ces corps sont partiellement oxydés dans le raisin par le *Botrytis*. Il est donc bon de les restituer au vin provenant de ces raisins et d'élever l'acidité totale à sa valeur normale, qui est de 4 grammes par litre environ.

M. Gayon préconise aussi le chauffage contre les effets de

la casse et propose de porter le vin à 70° au minimum. Des essais faits par lui sur des vins du Midi de la récolte de 1893, atteints de cette affection, ont prouvé que ce minimum était nécessaire pour conserver leur couleur.

## **Sur la casse des vins ;**

Par M. P. CARLES.

J'étudiais en même temps que M. Laborde la casse des vins, et j'ai écrit ce matin même dans les journaux vinicoles une note à ce sujet.

Comme remède, j'ai proposé la pasteurisation à 65° et un emploi judicieux d'acide sulfureux sous la forme bien dosable de bisulfite de potasse. Comme mes essais sont basés sur des expériences de laboratoire, dans lesquelles le vin était longtemps soumis à une chaleur progressive jusqu'à 65°, je crois que M. Gayon a raison de craindre que cette température soit insuffisante au pasteurisateur, et j'estime prudent avec cet appareil d'atteindre 70-75°. Avec le bisulfite, à la dose de 10 grammes par barrique, la couleur n'est pas trop atteinte, et cependant, sous son action, la couleur du vin conserve à l'air une fixité remarquable.

Je n'ai pas constaté que l'acidité totale du vin eût considérablement baissé sous l'influence de la moisissure ; néanmoins, j'ai conseillé l'acidulation avec l'acide tartrique, qui donne de la tenue à la couleur et favorise au pasteurisateur l'action de la chaleur.

Si la casse est, en général, préjudiciable aux vins, dans quelques cas elle peut être utilisée pour les vieillir. Exemple : Quand il s'agit d'un gros vin commun qu'on a hâte de livrer à la consommation de détail, la teinte bleue de ce vin est nuisible à sa vente. Si on veut la faire disparaître hâtivement, il n'y a qu'à ajouter à ce vin un peu de vin cassé, à aérer le

mélange et à le surveiller attentivement. La teinte bleue est insolubilisée la première. Dès qu'on estime que l'effet produit est suffisant, il ne reste plus qu'à pasteuriser le vin pour paralyser la diastase, agent efficient de la casse.

*Séance du 24 décembre 1896.*

PRÉSIDENTE DE M. DURÈGNE.

M. le Président remercie ses collègues de l'honneur qu'ils lui ont fait en l'appelant à ses nouvelles fonctions; il est heureux de rendre hommage à son prédécesseur, M. de Lagrandval, dont la longue carrière, si bien remplie, a toujours été entourée de l'affectueux attachement de tous ceux qui l'ont approché; enfin, il fait appel plus particulièrement aux ingénieurs qui font partie de la Société, en vue d'apporter le plus grand développement possible aux travaux de sciences appliquées qui ne peuvent que contribuer, par leurs côtés pratiques, à la prospérité de l'œuvre commune de la Société déjà si appréciée de tous.

M. Strohl, ingénieur en chef des ponts et chaussées, est nommé membre titulaire de la Société.

**Sur l'étude calorimétrique complète d'un sel;**

Par E. MONNET.

(Mémoire présenté par P. DUHEM.)

Depuis un Mémoire célèbre publié par G. Kirchhoff en 1858, on s'est souvent occupé des relations établies par la thermo-

dynamique entre les propriétés d'un sel et de ses dissolutions. Dans ces relations, figurent les éléments suivants :

Solubilité du sel dans l'eau aux diverses températures.

Tension de la vapeur émise par la dissolution saline en diverses conditions de température et de concentration.

Tension de dissociation d'un sel hydraté.

Point de congélation d'une dissolution de concentration variable.

Chaleur de dissolution d'un sel dans l'eau.

Chaleur d'hydratation d'un sel anhydre.

Chaleur de dilution d'une dissolution.

Chaleur spécifique d'une dissolution.

Chaleur spécifique d'un sel.

Il serait vivement à désirer que l'on pût avoir, pour un certain nombre de sels, une étude complète de tous ces éléments; que tous ceux qui se rapportent à la dissolution du sel, soient étudiés entre les limites les plus étendues de concentration, de la dilution extrême à la concentration extrême.

M. E. Monnet s'est proposé de discuter les méthodes par lesquelles on peut réaliser la partie calorimétrique d'une semblable monographie. Il a choisi un exemple particulièrement intéressant, l'acétate de sodium, et, par des méthodes d'une précision minutieuse, décrites dans le travail complet qui sera inséré dans les Mémoires de la Société, il a pu déterminer toutes les données calorimétriques relatives à l'acétate de sodium anhydre ou hydraté, et à ses dissolutions.

1° *Chaleur de dissolution de l'hydrate normal*

à 13°,4.

Soient :  $s$  le poids d'hydrate normal dissous dans 1 gramme d'eau libre ;

$D_{(h)}$  la chaleur absorbée (en petites calories) par la dissolution de 1 gramme d'hydrate normal dans  $\frac{1}{s}$  gramme d'eau libre.

On a (avec une erreur qui ne dépasse pas 0<sup>cal</sup>,01)

$$D_{(h)} = 34,63 + \frac{36 (s - 0,041)}{3,4 + 35 (s - 0,041)}$$

formule valable jusqu'à  $s = 0,201$ .

2° *Chaleur de dissolution du sel anhydre*  $\text{C}^2\text{H}^3\text{NaO}^3$  à 13°,4.

Soient :  $\sigma$  le poids de sel anhydre dissous dans 1 gramme d'eau libre  $\left(\sigma = \frac{82 s}{136 + 54 s}\right)$  ;

$D_{(a)}$  la chaleur dégagée par la dissolution de 1 gramme de sel anhydre dans  $\frac{1}{\sigma}$  gramme d'eau libre.

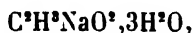
On a

$$D_{(a)} = 48,27 - \frac{19 (s - 0,043)}{1,163 + 11 (s - 0,043)},$$

formule valable jusqu'à  $s = 0,219$ .

3° *Chaleur dégagée par l'hydratation de 1 gramme de sel anhydre à 13°,4*

$$\lambda = 105^{\text{cal}}, 736.$$

4° *Chaleurs spécifiques des sels solides entre 15° et 50°*

$$C = 0,42356,$$



$$C = 0,30046.$$



5° *Chaleur de dilution de la dissolution à 15°, 1.*

Soit  $\delta$  la chaleur absorbée par la dissolution d'une dissolution de concentration  $s$  dans une masse d'eau infinie; on a

$$\delta = \frac{19,72 s}{3,87 + s}.$$

Toutefois, cette formule donne des nombres un peu trop forts de  $s = 0$  à  $s = 4,949$ . Elle s'applique de  $s = 4,949$  à  $s = 40,881$  avec une erreur qui n'atteint pas 0<sup>o</sup><sub>1</sub>,3.

On remarquera que les recherches de M. Monnet ont poussé jusqu'à l'extrême concentration  $s = 40,881$ , tandis que celles de M. Thomsen s'arrêtaient à  $s = 1,079$ .

6° *Chaleur de dissolution de l'acétate de M. Gernez, C<sup>2</sup>H<sup>3</sup>NaO<sup>2</sup>, 3/2H<sup>2</sup>O.*

Cette chaleur est sensiblement nulle.

7° *Chaleur spécifique de la dissolution entre 15° et 100°.*

$$\gamma = 1,005 - \frac{0,259259 s}{0,641 + s}.$$

Cette formule s'applique, avec une erreur inférieure à 0<sup>o</sup><sub>o</sub>,003 de  $s = 0$  à  $s = 40,881$ . Les recherches de Marignac s'arrêtaient à  $s = 0,3434$  et celles de M. Thomsen à  $s = 0,4444$ . Dans ces limites elles s'accordent bien avec celles de M. Monnet.

**Sur la décomposition de deux figures géométriques équivalentes en un nombre fini d'éléments superposables chacun à chacun;**

Par M. G. BRUNEL.

Si deux figures A et B sont respectivement décomposables en éléments  $a_1, a_2, \dots, a_n$  et  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , tels que l'élément  $b_k$

est superposable à un élément correspondant  $a_*$ , les deux figures A et B sont égales.

On emploie bien souvent en géométrie élémentaire des décompositions de cette nature pour établir l'égalité de deux figures. C'est le procédé auquel on a recours, par exemple, pour montrer qu'un parallépipède oblique est équivalent à un parallépipède droit.

Bolyai, dans son *Tentamen juventutem studiosam*, a nettement distingué le cas où deux figures équivalentes peuvent être ainsi décomposées en un nombre fini d'éléments superposables chacun à chacun (*æqualitas terminata*), du cas où il faut avoir recours à un nombre infini d'éléments (*æqualitas interminata*). Il montre, en particulier, comment on peut faire une telle décomposition pour les parallélogrammes et pour les triangles de bases égales et de hauteurs égales, pour les parallélogrammes ayant un angle en commun et tels que le produit des côtés adjacents est constant, pour les prismes de mêmes bases et de hauteurs égales; mais il n'était arrivé à aucune conclusion relativement à la pyramide :

« *At pyramidem triangularem æqualitate terminata ad prisma reduci posse vel non posse adhucdum non liquet.* »

La question non résolue par Bolyai était restée sans réponse jusqu'à ces derniers temps. Le numéro de juillet 1896 des *Nouvelles Annales de Mathématiques* contient une Note de M. Bricard des plus intéressantes au point de vue que nous signalons ici. M. Bricard se propose d'établir qu'il est impossible, en général, de décomposer deux polyèdres équivalents en un nombre fini d'éléments superposables chacun à chacun. La démonstration de M. Bricard n'est peut-être pas à l'abri de toute objection. C'est ce qui résulte d'une remarque de M. Hadamard, que je me propose de développer.

Soient  $P_1$  et  $P_2$  deux figures polyédrales quelconques, et supposons que l'on puisse décomposer  $P_1$  en polyèdres élémentaires  $p_{11}, p_{12}, \dots$  et  $P_2$  en des polyèdres  $p_{21}, p_{22}, \dots$ , le polyèdre  $p_{1k}$  étant superposable au polyèdre  $p_{2k}$ . Désignons par  $A_1$

une arête du polyèdre  $P_1$ , par  $A'_1$  une arête d'un des polyèdres  $p_1$ , arête qui se trouve sur l'une des faces de  $P_1$ , et par  $A''_1$  une arête d'un des polyèdres  $p_1$ , arête qui est située à l'intérieur de  $P_1$ .

Les polyèdres  $p_1$  détachant sur une arête  $A_1$ ,  $A'_1$  ou  $A''_1$  des segments consécutifs, voyons ce qui a lieu pour l'un de ces segments, pour l'une de ces arêtes partielles, et évaluons les angles dièdres que forment les plans qui se rencontrent le long de cette arête partielle.

La somme des angles dièdres est égale à l'angle dièdre du polyèdre, angle correspondant à l'arête  $A_1$ , et que nous désignerons par  $\alpha_1$ , si on considère un segment pris sur une arête  $A_1$ . La même somme est égale à  $\pi$  si l'on considère une arête partielle prise sur une arête  $A'_1$ ; elle est égale à  $2\pi$  si l'on considère une arête partielle prise sur une arête  $A''_1$ . En opérant de même pour toutes les arêtes partielles, on voit que la somme de tous les dièdres qui apparaissent dans l'ensemble des polyèdres de décomposition est, à un multiple près de  $\pi$ , de la forme :

$$\Sigma m_{1p} \alpha_{1p}$$

où le signe  $\Sigma$  se rapporte à toutes les arêtes du polyèdre  $P_1$  et où le nombre  $m_{1p}$  est un entier qui indique en combien de segments l'arête  $A_{1p}$  a été coupée par la construction des polyèdres partiels.

Relativement au polyèdre  $P_2$ , on peut raisonner de même façon et l'on obtient une somme

$$\Sigma m_{2p} \alpha_{2p}.$$

Mais nous ne pouvons pas conclure de ce qui précède que l'on ait la relation

$$\Sigma m_{1p} \alpha_{1p} = \Sigma m_{2p} \alpha_{2p} \pmod{\pi}$$

la somme de tous les angles dièdres qui figurent dans les polyèdres  $p_1$  et dans les polyèdres  $p_2$ , est bien la même, mais, dans les deux expressions trouvées plus haut, chaque dièdre

peut fort bien apparaître plusieurs fois. D'autre part, si l'on fait directement la somme de tous les dièdres des polyèdres, l'existence d'arêtes partielles peut fort bien être telle que, dans la somme, il y ait des dièdres intérieurs qui subsistent.

En résumé, nous ne voyons pas comment il est possible d'établir entre les dièdres des polyèdres  $P_1$  et  $P_2$ , de relation de la forme

$$\sum v_{1p} x_{1p} = \sum v_{2p} x_{2p},$$

c'est-à-dire d'arriver à la proposition fondamentale sur laquelle repose la démonstration de M. Bricard.

Ajoutons cependant que la direction dans laquelle a cherché M. Bricard nous a paru si naturelle, que nous avons été content d'y trouver, sous une forme toute simple, une solution heureuse d'une importante question de méthode. C'est peut-être réellement là la voie qu'il faut poursuivre pour arriver à un résultat.

### *Séance du 7 janvier 1897.*

PRÉSIDENTE DE M. DURÈGNE.

—

Sont élus membres titulaires de la Société :

M. Sarran, professeur de physique au Lycée de Bordeaux;

M. Vène, ingénieur civil;

M. Malus, préparateur de physique à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

### **Conditions nécessaires et suffisantes pour la stabilité de l'équilibre d'un corps flottant;**

Par P. DUHEM.

Un corps solide C flotte à la surface d'un fluide L, compressible suivant une loi quelconque. Le fluide est soumis à des

forces extérieures dépendant d'une fonction potentielle  $V$ . Le système est contenu dans une enceinte indéformable.  $S$  est la surface terminale du fluide;  $n$  la normale à cette surface vers l'extérieur du fluide;  $\sigma$  est la surface du contact du solide et du fluide;  $N$  la normale à cette surface vers l'intérieur du fluide;  $\rho$  est la densité du fluide.

Donnons au système un déplacement virtuel quelconque; le solide éprouve trois rotations:  $\delta l$ ,  $\delta m$ ,  $\delta n$ , autour des axes coordonnés et trois translations:  $\delta f$ ,  $\delta g$ ,  $\delta h$ , suivant ces axes; en un point du fluide, la densité varie de  $\delta \rho$ ; la surface  $S$  se déforme:  $\epsilon$  est la distance, comptée suivant la normale  $n$ , de la surface primitive à la surface déformée; la surface  $\sigma$  se déplace:  $e$  est la distance, comptée suivant la normale  $N$ , de la surface primitive à la surface déformée.

La masse du fluide doit demeurer invariable, ce qui impose au déplacement virtuel la seule condition

$$(1) \quad \int_L \delta \rho dv + \int_S \rho \epsilon dS - \int_\sigma \rho e d\sigma = 0.$$

Nous avons démontré dans notre *Mémoire sur la Stabilité des corps flottants* (*Journal de Mathématiques*, 1895) que, pour que l'équilibre du système soit stable, il est nécessaire et suffisant que tout déplacement virtuel assujéti à la condition (1) vérifie l'inégalité

$$(2) \quad \int_L \frac{d^2 \varphi(\rho)}{d\rho^2} (\delta \rho)^2 dv + \int_S \rho \frac{\partial V}{\partial n} \epsilon^2 dS + Q > 0,$$

$Q$  étant une forme quadratique en  $\delta f$ ,  $\delta g$ ,  $\delta h$ ,  $\delta l$ ,  $\delta m$ ,  $\delta n$ , dont nous avons donné l'expression.

On a, d'ailleurs,

$$(3) \quad \frac{d^2 \varphi(\rho)}{d\rho^2} > 0, \quad \frac{\partial V}{\partial n} > 0.$$

Soit  $\theta$  une quantité indépendante de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , associée au

déplacement virtuel le plus général du solide par l'égalité

$$(4) \quad \left( \int_L \frac{dv}{\frac{d^2 \varphi(\rho)}{d\rho^2}} + \int_s \frac{\rho dS}{\frac{\partial V}{\partial n}} \right) \theta - \int_\sigma \rho e d\sigma = 0.$$

Il est clair que  $\theta$  est, comme  $e$ , une forme linéaire et homogène en  $\delta f, \delta g, \delta h, \delta l, \delta m, \delta n$ .

Il est clair que si nous prenons comme valeur particulière de  $\delta \rho$  et de  $\varepsilon$

$$(5) \quad D\rho = \frac{\theta}{\frac{d^2 \varphi(\rho)}{d\rho^2}}, \quad \eta = \frac{\theta}{\frac{\partial V}{\partial n}},$$

l'égalité (4) deviendra

$$(6) \quad \int_L D\rho dv + \int_s \rho \eta dS - \int_\sigma \rho e d\sigma = 0,$$

en sorte que les égalités (5) définissent un déplacement virtuel du fluide, compatible avec le déplacement  $\delta f, \delta g, \delta h, \delta l, \delta m, \delta n$  du solide. Nous dirons que c'est le déplacement du fluide associé au déplacement du solide.

Il est évidemment *nécessaire* que l'inégalité (2) soit vérifiée lorsqu'on donne au solide un déplacement virtuel quelconque et au fluide le déplacement *associé*. Nous obtiendrons une *condition nécessaire pour la stabilité* du système en écrivant que, quels que soient  $\delta f, \delta g, \delta h, \delta l, \delta m, \delta n$ , on a

$$(7) \quad \int_L \frac{d^2 \varphi(\rho)}{d\rho^2} (D\rho)^2 dv + \int_s \rho \frac{\partial V}{\partial n} \eta^2 dS + Q > 0,$$

ou bien, en vertu des égalités (5),

$$(8) \quad \left( \int_L \frac{dv}{\frac{d^2 \varphi(\rho)}{d\rho^2}} + \int_s \frac{\rho dS}{\frac{\partial V}{\partial n}} \right) \theta^2 + Q > 0.$$

Or, il est clair que le premier membre de l'inégalité (8) est une forme quadratique en  $\delta f, \delta g, \delta h, \delta l, \delta m, \delta n$ .

*Il est nécessaire, pour la stabilité, que cette forme soit une forme définie positive.*

*Cette condition est en même temps suffisante.*

Donnons au solide un déplacement virtuel et au fluide un déplacement *quelconque*  $(\delta\rho, \varepsilon)$  compatible avec ce déplacement du solide. L'égalité (1) est vérifiée.

D'autre part, le déplacement du fluide *associé*  $(D\rho, \eta)$  au déplacement du solide vérifie l'égalité (6).

On a donc

$$\int_L \delta\rho dv + \int_s \rho \varepsilon dS = \int_L D\rho dv + \int_s \rho \eta dS.$$

Multiplions les deux membres de cette égalité par 0, introduisons ce facteur constant sous le signe  $\int$  et tenons compte des égalités (5). Nous trouverons l'égalité

$$\begin{aligned} \int_L \frac{d^2\varphi(\rho)}{d\rho^2} \delta\rho D\rho dv + \int_s \rho \frac{\partial V}{\partial n} \varepsilon \eta dS \\ = \int_L \frac{d^2\varphi(\rho)}{d\rho^2} (D\rho)^2 dv + \int_s \rho \frac{\partial V}{\partial n} \eta^2 dS. \end{aligned}$$

Moyennant cette égalité, l'inégalité (2) pourra s'écrire

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} & \int_L \frac{d^2\varphi(\rho)}{d\rho^2} (\delta\rho - D\rho)^2 dv + \int_s \rho \frac{\partial V}{\partial n} (\varepsilon - \eta)^2 dS \\ & + \int_L \frac{d^2\varphi(\rho)}{d\rho^2} (D\rho)^2 dv + \int_s \rho \frac{\partial V}{\partial n} \eta^2 dS + Q > 0. \end{aligned} \right.$$

Si l'inégalité (8), ou, ce qui revient au même, l'inégalité (7), est vérifiée, les termes de la seconde ligne sont positifs.

Quant aux termes de la première ligne, en vertu des inégalités (3), ils sont nuls si le déplacement du fluide est *associé* au déplacement du solide et positifs dans tout autre cas. L'inégalité (9) ou, ce qui revient au même, l'inégalité (2), est donc une conséquence forcée de l'inégalité (8).

La méthode que nous venons d'indiquer ne s'étend pas au cas où le solide flotte à la surface de séparation de deux

*fluides compressibles*, car les déplacements virtuels sont alors assujettis à deux conditions analogues à la condition (1). Mais elle s'étend sans peine au cas où le solide flotte à surface de séparation de *deux fluides incompressibles*; la condition (1) exprime alors que le volume de l'un des fluides est invariable; elle entraîne comme conséquence la condition analogue relative à l'autre fluide.

On peut également l'étendre aux deux cas suivants :

1° *Un solide, dont une cavité est partiellement remplie d'un fluide compressible quelconque, flotte à la surface d'un fluide, compressible suivant une loi quelconque; le vide surmonte les deux fluides;*

2° *Les deux fluides du cas précédent sont incompressibles et surmontés d'un fluide incompressible.*

Cette méthode justifie comme étant à la fois *nécessaire et suffisante* la condition de stabilité d'un navire portant un chargement liquide que l'on indique dans les traités d'architecture navale (1), bien que les démonstrations connues jusqu'ici établissent la nécessité, mais non la suffisance, de cette condition.

*Séance du 24 janvier 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

## **Sur les notions d'aire et de volume;**

Par M. HADAMARD.

La notion d'aire d'un polygone plan peut être considérée comme définie par les deux propriétés suivantes :

I. *Deux polygones égaux ont la même aire.*

(1) Pollard et Dudebout, *Théorie du navire*, t. II, p. 55.



II. *Lorsqu'on juxtapose deux polygones, le polygone total ainsi formé a pour aire la somme des aires des deux premiers.*

Dans le IV<sup>e</sup> livre de géométrie, tel qu'il est exposé universellement, on part de ces propriétés, *supposées vérifiées*, pour en déduire la mesure des aires. On admet, par conséquent, un *postulat*, à savoir qu'à tout polygone plan on peut faire correspondre une grandeur nommée AIRE et possédant les propriétés I et II.

Or ce postulat est superflu et, par suite, doit être rejeté. Il y a lieu de *prouver* l'existence d'une grandeur satisfaisant aux conditions demandées. Il suffit d'ailleurs, pour cela, des propositions que nous allons énumérer et dont la démonstration est trop évidente pour qu'il soit utile d'y insister :

1<sup>o</sup> *Dans tout triangle, le produit d'un côté par la hauteur correspondante est le même, quel que soit le côté choisi.*

La moitié du produit ainsi défini est dite l'*aire du triangle*; elle possède évidemment la propriété I.

Quant à la propriété II, elle est représentée, pour le triangle, par le théorème suivant :

2<sup>o</sup> *Étant donnés un triangle et un point quelconque dans son plan, joignons ce point aux trois sommets et considérons les triangles ainsi formés comme additifs ou comme soustractifs suivant qu'ils sont ou non du même côté que le proposé par rapport à leurs côtés communs : la différence entre la somme des aires des triangles additifs et celle des triangles soustractifs est égale à l'aire du triangle donné.*

Dès lors, il est aisé de définir l'aire d'un polygone quelconque par la proposition suivante :

3<sup>o</sup> *Étant donné un polygone quelconque, décomposons le en triangles et soit S la somme des aires de ces triangles; d'autre part, considérons les triangles qui ont pour bases*

*respectives les côtés et pour sommet commun un point O du plan : soit  $\Sigma$  la différence entre la somme des aires des triangles additifs (au sens du théorème précédent) et celle des aires des triangles soustractifs. On a :  $S = \Sigma$ .*

COROLLAIRE. — *La valeur commune des sommes S et  $\Sigma$  ne dépend ici ni du mode de décomposition du polygone en triangles, ni du choix du point O.*

Cette différence est l'aire du polygone considéré; elle possède, évidemment, d'après sa définition, les propriétés requises.

Ce que nous venons de dire pour l'aire d'un polygone s'applique immédiatement au volume d'un polyèdre; la théorie ainsi présentée a même, sur la théorie ordinaire, un notable avantage au point de vue de la simplicité. En particulier, elle ne nécessite pas l'emploi, déguisé ou non, de la notion de limite.

Quant à la théorie ordinaire, elle a en réalité pour but de démontrer que les aires (ou les volumes) ne peuvent être définis que *d'une seule manière* : proposition évidemment bien moins nécessaire que la première.

## **Recherches sur les lenticelles;**

Par M. DEVAUX.

Depuis Stahl il existe une description classique du développement de la lenticelle. Une assise génératrice existe à une certaine profondeur; c'est un véritable phellogène capable de se cloisonner vers l'extérieur en donnant du liège et vers l'intérieur en donnant du phelloderme. Seulement les couches ainsi formées diffèrent du liège et du phelloderme ordinaire en ce qu'elles sont poreuses, laissant des méats entre elles. Dans le cours de la période végétative, surtout au printemps,

les cellules de liège sont même séparées par de très grands méats; elles sont grandes, à parois minces, arrondies, ne subérifiant pas ou très tardivement leurs parois. Elles sont produites en abondance par le phellogène en dedans, et meurent en dehors en brunissant. En automne, une couche de liège à cellules serrées et polyédriques se forme et forme la lenticelle. Souvent de semblables fermetures apparaissent dans le cours de la belle saison. Il se produit ainsi une alternance de couches de liège et de cellules arrondies, et tous les auteurs sont d'accord pour attribuer cette alternance à un simple changement de forme et de subérification des cellules produites extérieurement par le phellogène.

Il résulte de mes recherches qu'en réalité le liège seul est toujours produit vers l'extérieur. *Les cellules arrondies représentent des cellules du phelloderme qui se sont plus ou moins agrandies et séparées les unes des autres*; ces cellules provenaient d'un phellogène situé à la limite interne de la couche de liège qui les surmonte. Mais ce phellogène est disparu, ses cellules s'étant arrondies comme celles du phelloderme sous-jacent. Quant à l'assise génératrice que l'on trouve au-dessous des cellules arrondies, c'est une *assise nouvelle*, un *nouveau phellogène*, entaillé dans le phelloderme, et régénérant celui-ci. On voit donc que *les cellules de remplissage des lenticelles sont des inclusions de phelloderme par des péridermes successifs* analogues aux inclusions de tissus dans le rhytidome. Les lenticelles qui présentent ces cellules arrondies, c'est-à-dire la très grande majorité des lenticelles, sont dès lors un bel exemple de productions locales abondantes de rhytidome. Et les tissus ainsi produits sont d'ordres de plus en plus élevés, secondaires à l'origine, puis tertiaires, quaternaires, etc... Dans les vieilles lenticelles on compte parfois jusqu'à quarante couches de liège dans les lèvres latérales: les tissus les plus récents pourraient y être du quarantième ordre.

## Sur des sections du cube;

Par M. LAPORTE.

(Présenté par M. DE LAGRANDEVAL.)

M. de Lagrandval présente à la Société plusieurs cubes que M. Laporte a découpés en pyramides d'une façon ingénieuse, de manière à mettre en évidence un théorème de Legendre. Par une série d'autres coupes, l'auteur a détaché le tétraèdre inscrit dans le cube.

*Séance du 4 février 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. DROGUET.

M. de Lagrandval, rapporteur de la Commission des finances, annonce que la vérification à laquelle vient de procéder cette Commission a montré que la comptabilité était tenue dans un ordre parfait, puis il présente le projet de budget suivant pour l'exercice 1897-98 :

Frais de recouvrements.....F.	70
Frais de convocations.....	50
Frais de correspondance.....	150
Traitement des agents, entretien.....	300
Reliure .....	500
Impression.....	<u>2,000</u>
TOTAL.....F.	3,070

Ce projet de budget est adopté.

M. l'Archiviste, au nom de la Commission des archives, exprime le désir de voir la réalisation des projets d'agrandissement de la Faculté des sciences permettre le plus tôt possible d'augmenter le local de notre bibliothèque, aujourd'hui absolument insuffisant.

Sur la proposition de la Commission des archives, la Société vote l'échange de nos publications avec les universités suivantes : Université d'Ithaca (*Journal of physical Chemistry* et *Physical Review*), Universités de Grenoble, de Marseille et de Toulouse.

La Société décide que des remerciements seront adressés au Trésorier et à l'Archiviste pour le dévouement avec lequel ils remplissent leur fonction.

### Sur un groupe d'opérations;

Par M. G. BRUNEL.

Considérons un cube placé sur un plan en sorte que l'une de ses faces, la face inférieure, vienne s'appliquer sur un carré de même dimension que la face et tracé sur le plan. Le cube pourra occuper vingt-quatre positions différentes. En effet, une quelconque de ses six faces peut être prise comme face inférieure; d'autre part, la superposition de la face inférieure avec le carré tracé sur le plan peut se faire de quatre manières distinctes.

Le cube possède trois axes quaternaires; une rotation autour d'un axe quaternaire d'un ou de plusieurs angles droits amène le cube d'une position dans une autre. Désignons par  $\alpha$  une rotation d'un angle droit autour de l'axe quaternaire parallèle au plan de la table et à l'un des côtés du carré tracé dans le plan, par  $\alpha''$  une rotation de  $p$  angles droits autour du même axe. Désignons de même par  $\beta$  et par  $\beta''$  des rotations autour de l'axe parallèle au second côté du carré. Désignons enfin par  $\gamma$  et  $\gamma''$  des rotations autour de l'axe perpendiculaire au plan de la table. Les rotations se font dans un sens déterminé choisi à l'avance.

On a évidemment

$$\alpha^4 = \beta^4 = \gamma^4 = 1.$$

Nous représenterons par

$$\dots \beta^r \gamma^q \beta^p \alpha^m$$

l'opération résultant de l'application successive de  $m$  rotations  $\alpha$ , de  $p$  rotations  $\beta$ , de  $q$  rotations  $\gamma$ , de  $r$  rotations  $\beta$ , etc.

Il est évident que l'on peut, par des opérations de cette nature, amener le cube d'une position initiale à une position quelconque, définie à l'avance. Mais le même résultat peut être obtenu sans avoir recours à des rotations  $\gamma$ . On a en effet

$$(1) \quad \alpha^3 \beta \alpha = \gamma, \quad \alpha \beta \alpha^3 = \gamma^3;$$

le sens correspondant ici à la rotation  $\gamma$  étant déterminé par la nature des rotations  $\alpha$  et  $\beta$ . On peut donc, avec les seules rotations parallèles au plan de la table, amener le cube d'une position initiale à une position quelconque.

Imaginons maintenant que l'on considère non pas un seul cube, mais quatre cubes disposés sur le plan en deux lignes de deux cubes et en deux colonnes de deux cubes. Les axes quaternaires parallèles au plan coïncident pour deux cubes de la même ligne ou pour deux cubes de la même colonne.

Nous considérerons des rotations autour de ces axes et de ces axes seulement; nous désignerons par  $\alpha$ , une rotation d'un angle droit autour de l'axe quaternaire commun aux deux cubes de la première ligne, par  $\alpha_2$ , une rotation de deux cubes de la seconde ligne, par  $\beta_1$ , une rotation des deux cubes de la première colonne, par  $\beta_2$ , une rotation des deux cubes de la seconde colonne.

Introduisons dans l'examen de l'effet d'une suite quelconque de rotations  $\alpha$  et  $\beta$  la considération des rotations  $\gamma_{ik}$  autour de l'axe quaternaire du cube de la  $i^{\text{ème}}$  ligne et de la  $k^{\text{ème}}$  colonne.

On a alors

$$\begin{aligned} \alpha_2^3 \alpha_1^3 \beta_1 \alpha_2 \alpha_1 &= \gamma_{11} \gamma_{21} \\ \alpha_2^3 \alpha_1 \beta_1 \alpha_2 \alpha_1^3 &= \gamma_{11}^3 \gamma_{21}, \end{aligned}$$

c'est-à-dire que des rotations  $\alpha$  et  $\beta$  convenablement choisies ont pour effet de faire tourner simultanément de 90 degrés

autour de leurs axes verticaux deux cubes voisins, les rotations étant de même sens ou de sens contraire.

L'emploi de plusieurs déplacements consécutifs de cette nature aura pour effet de remplacer une position initiale donnée, où les cubes présentent comme faces supérieures des faces déterminées, par une autre position où les faces supérieures sont les mêmes, mais diversement placées.

Si nous désignons symboliquement la première position par

$$\gamma_{11}^0 \gamma_{12}^0 \gamma_{21}^0 \gamma_{22}^0,$$

le symbole de la position finale sera

$$\gamma_{11}^p \gamma_{12}^q \gamma_{21}^r \gamma_{22}^s$$

où l'on a

$$p + q + r + s \equiv 0 \pmod{2},$$

puisque, pour les opérations indiquées comme opérations fondamentales, cette relation est satisfaite.

Nous remarquerons, d'autre part, qu'on peut toujours, avec des rotations  $\alpha$  et  $\beta$  convenablement choisies, amener à devenir supérieure une face quelconque d'un des cubes en laissant en évidence, une fois l'opération faite, les faces des autres cubes qui étaient d'abord en évidence. Ici encore ce sont les opérations du type (1) qui sont fondamentales. S'il s'agit, par exemple, d'amener à la partie supérieure une des faces du cube de la première ligne et de la première colonne, il suffira d'effectuer les opérations indiquées par l'un des symboles

$$\alpha_2^3 \beta_1^p \alpha_2 \quad \text{ou} \quad \beta_2^3 \alpha_1^p \beta_2.$$

Nous pouvons donc, avec des rotations  $\alpha$  et  $\beta$ , disposer les cubes en sorte que des faces indiquées à l'avance deviennent les faces supérieures. Puis, des opérations convenablement conduites amèneront des rotations simultanées autour d'axes verticaux de deux cubes voisins, mais une série d'opérations de cette nature laissera invariable ce que nous pouvons appeler la *parité* de l'ensemble des cubes.

Il est facile d'établir ce fait que toute opération  $\alpha$  ou  $\beta$  ne

change pas la parité du système. Les  $24^4$  positions possibles des quatre cubes se distribuent donc en deux classes d'un même nombre de positions chacune, les positions d'une même classe étant réductibles les unes aux autres par des rotations telles que celles que nous avons admises.

Soient quatre cubes de même arête, chacun des cubes a un des angles d'une de ses faces marqué d'un signe déterminé, par exemple, à l'aide d'une flèche venant du centre de la face au sommet en question.

Les quatre cubes sont rangés sur une table de façon à former un parallépipède à base carrée formé de deux lignes de deux cubes et de deux colonnes de deux cubes. Chacun des cubes étant placé au hasard, on effectue, sur le parallépipède, des déplacements obtenus par des rotations simultanées des deux cubes d'une même ligne et d'une même colonne, et l'on veut amener les quatre flèches en évidence sur la partie supérieure du parallépipède total, les quatre flèches convergeant vers le centre du parallépipède.

Il y a un à parier contre un que le résultat demandé ne pourra pas être obtenu.

L'opération (1) qui nous a servi dans le cas étudié se présente également comme fondamentale dans le cas où on a un nombre quelconque de cubes distribués en lignes et en colonnes.

### *Séance du 18 février 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

---

M. le Dr Pachon, professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.



## **Dissociation cellulaire des filaments de spirogyres;**

Par M. DEVAUX.

Dans les expériences de physiologie que je poursuis, j'ai eu l'occasion, l'an dernier, de faire passer un courant d'eau très lent, au contact d'une masse considérable de spirogyres, renfermées en tubes clos, à la lumière. Au bout de peu de jours, j'observai des changements notables dans l'apparence de ces algues. C'est la description de ces changements et l'explication probable de leurs causes que je désire présenter ici.

Les filaments de spirogyres étaient, au début, très longs, la plupart avaient plusieurs décimètres et formaient des masses soyeuses très allongées quand on les retirait de l'eau. Après quelques jours passés dans l'eau lentement renouvelée, on n'avait plus qu'une masse pulvérulente de tronçons très courts : les plus longs mesuraient quelques centimètres ; avec beaucoup de cellules ils étaient rares. Un grand nombre ne comptaient que quelques cellules, le plus grand nombre n'en comprenaient qu'une seule.

La masse des filaments pluricellulaires s'était donc presque tout entière dissociée en cellules isolées ou associées en très petit nombre.

En examinant les fragments ainsi isolés, on voyait que les extrémités étaient arrondies en hémisphères suivant le cas normal. Mais on voyait aussi une membrane en collerette formant ceinture à la base de chaque coupole terminale, collerette à bords libres irréguliers semblant provenir d'une déchirure.

Ceci montre que les cellules se sont libérées par gélification de la lamelle moyenne, suivie d'une dissolution et d'un arrondissement de chaque demi-membrane, avec déchirure concomitante de la membrane externe qui forme alors la collerette signalée. C'est un phénomène connu.

Du reste, presque tous les filaments, unicellulaires ou non, sont bien verts, bien turgescents, et par conséquent bien vivants. Toutefois, en les traitant par l'iode, on reconnaît qu'ils ne contiennent plus d'amidon, ou très peu, tandis qu'ils en contenaient beaucoup à l'origine. L'iode donne, en revanche, une coloration rose, indice d'une substance dissoute d'apparition récente et qui semble être de la dextrine. Cette coloration est plus marquée près des extrémités de chaque cellule, et plus abondante dans les tronçons unicellulaires. L'existence de cette dextrine est due probablement à une transformation de l'amidon, ce que confirme la disparition partielle ou totale de ce dernier.

Quelles peuvent être les causes de ces changements?

Si nous remarquons que l'eau circulait très lentement, que la masse des algues était grande et que leurs filaments étaient trop rapprochés pour recevoir assez de lumière et fonctionner chlorophylliennement d'une manière efficace, nous pouvons admettre sans difficulté que les algues subissaient un commencement d'asphyxie. Or on sait, depuis les beaux travaux de Pasteur et de ses élèves, comment les organismes vivants résistent à l'asphyxie, et par quelles adaptations particulières les plus résistants s'accommodent aux conditions de la vie sans oxygène libre. L'un des plus remarquables à ce titre, le *Mucor circinelloïdes*, étudié en particulier par notre savant collègue M. Gayon<sup>(1)</sup>, peut très bien vivre et se développer dans une liqueur sucrée. Il fait fermenter celle-ci à la manière de la levure de bière, consommant du glucose et donnant de l'alcool, de l'acide carbonique et quelques autres produits. En même temps, le thalle filamenteux de ce champignon se transforme, il s'émiette en chapelets de cellules arrondies qui s'isolent et complètent ainsi la ressemblance avec une levure.

L'observation actuelle a plus d'un rapport avec les faits présentés par le *Mucor circinelloïdes* : Ici aussi une plante fila-

(1) Gayon, *Fermentation par les Mucorinées* (Annales de chimie et de physique, 5<sup>e</sup> série, 1878, t. XIV).

menteuse, respirant normalement de l'oxygène libre, est tout à coup privée de cet oxygène; aussitôt, le filament se dissocie en cellules qui arrondissent leurs extrémités et se disséminent; en même temps, un hydrate de carbone disparaît. Mais c'est ici que semblent s'arrêter les ressemblances : l'amidon, qui est l'hydrate de carbone disparu, semble remplacé par un autre hydrate de carbone, par de la dextrine. En réalité, la dextrine apparue ne représente qu'une portion de l'amidon disparu : une autre portion était nécessairement représentée par du *maltose*, sucre dont la formation apparaît toujours pendant la dislocation de la molécule d'amidon. Ce serait ce sucre, ou bien ses deux molécules de glucose finalement séparées, qui vraisemblablement aurait servi à la respiration intramoléculaire des cellules de l'algue. Nous aurions donc ici un nouvel et bel exemple de *fermentation propre*.

Le fait spécialement intéressant ici est la dissociation des cellules de l'algue. On a déjà observé des exemples divers d'algues pluricellulaires se dissociant en cellules isolées. Mais, à ma connaissance, cette dissociation n'avait pas été indiquée, chez les algues vertes, comme pouvant être due au manque d'oxygène. Gay, qui l'a signalée sur un assez grand nombre d'algues, l'attribue surtout au manque d'eau disponible : les cellules s'isolent plus ou moins, épaississent leurs parois, et donnent de véritables *kystes* <sup>(1)</sup>. Le phénomène auquel nous avons affaire est d'un tout autre ordre : c'est le manque d'oxygène et non pas d'eau qui a provoqué la séparation des cellules. Quant au mécanisme de cette séparation, il doit être dû alors à un grand excès de turgescence bien vraisemblable, étant donnée la production de substances solubles abondantes à l'intérieur de la cellule.

(1) F. Gay, *Sur la formation des kystes chez les Chlorosporées* (Bull. Soc. Bot. de France, t. XXXIII, 1886, session extraordinaire de Millau, p. 11). On sait aussi que chez beaucoup de Palmellacées, les cellules, vivant associées sur la terre humide, vivent séparées dans l'eau. C'est un phénomène de dissociation par excès d'eau, inverse du précédent.

## Sur un problème combinatoire de Steiner;

Par M. G. BRUNEL.

En 1852, Steiner a proposé le problème suivant (*Journal de Grelle*, t. XLV, p. 181) :

a) *Le nombre N étant convenablement choisi, quels sont les divers systèmes de triades qui contiennent toutes les duades que l'on peut former avec les N éléments, et chacune une seule fois?*

b) *On considère les triades des N éléments qui ne figurent pas dans un système (a) et on demande d'en former un système de tétrades où apparaisse chacune de ces triades, et l'une d'elles une fois seulement.*

c) *On considère les tétrades qui ne contiennent aucune triade figurant dans le système (a), qui sont distinctes des tétrades du système (b), et on demande d'en former un système de pentades où apparaisse chacune de ces tétrades, et l'une d'elles une fois seulement.*

d) *On considère les pentades qui ne contiennent aucune triade figurant dans le système (a), aucune triade figurant dans le système (b), qui sont distinctes des pentades du système (c), et on demande d'en former un système d'hexades où apparaisse chacune de ces pentades, et l'une d'elles une fois seulement.*

*Et ainsi de suite.*

Le problème a) avait déjà fait l'objet des recherches de Kirkman; il a été repris ensuite par Reiss; depuis, Netto et Moore ont étudié à nouveau cette question d'une façon indépendante. Nous avons déjà, en plusieurs circonstances, signalé certaines propriétés des systèmes a) ou des systèmes obtenus par suite d'une généralisation du problème a) due à Kirkman.

Nous nous proposons ici de montrer l'existence effective de

systèmes  $a)$ ,  $b)$  et  $c)$  pour quelques valeurs particulières du nombre  $N$ .

Pour  $N = 7$ , les duades en nombre égal à  $\frac{7.6}{1.2} = 21$  peuvent être distribuées en  $\frac{21}{3} = 7$  triades, que l'on peut écrire, en désignant les éléments par 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, sous la forme

$$a) \quad 0 \ 1 \ 2 \quad 0 \ 3 \ 4 \quad 0 \ 5 \ 6 \quad 1 \ 3 \ 5 \quad 1 \ 4 \ 6 \quad 2 \ 3 \ 6 \quad 2 \ 4 \ 5.$$

Des  $\frac{7.6.5}{1.2.3} = 35$  triades de 7 éléments, il y en a 7 dans le système  $a)$ ; les 28 autres peuvent être distribuées en 7 tétrades :

$$b) \quad \left\{ \begin{array}{cccc} 3 \ 4 \ 5 \ 6 & 1 \ 2 \ 5 \ 6 & 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\ 0 \ 2 \ 4 \ 6 & 0 \ 2 \ 3 \ 5 & 0 \ 1 \ 4 \ 5 & 0 \ 1 \ 3 \ 6. \end{array} \right.$$

Toutes les tétrades de 7 éléments peuvent être considérées ou comme provenant d'une triade de  $a)$  par adjonction d'un quatrième élément, ou comme contenus dans  $b)$ . La question est donc épuisée en ce qui concerne le nombre 7.

Pour  $N = 9$ , les duades en nombre égal à  $\frac{9.8}{1.2} = 36$  peuvent être distribuées en  $\frac{36}{3} = 12$  triades, que l'on peut écrire, en désignant les éléments par 0, 1, ..., 8, sous la forme

$$a) \quad \left\{ \begin{array}{cccc} 0 \ 1 \ 2 & 0 \ 3 \ 6 & 0 \ 4 \ 8 & 0 \ 5 \ 7 \\ 3 \ 4 \ 5 & 1 \ 4 \ 7 & 1 \ 5 \ 6 & 1 \ 3 \ 8 \\ 6 \ 7 \ 8 & 2 \ 5 \ 8 & 2 \ 3 \ 7 & 2 \ 4 \ 6. \end{array} \right.$$

Des  $\frac{9.8.7}{1.2.3} = 84$  triades de 9 éléments, il y en a 12 dans le système  $a)$ ; les 72 autres peuvent être distribuées en 18 tétrades :

$$b) \quad \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 \ 1 \ 4 \ 5 & 3 \ 4 \ 7 \ 8 & 1 \ 2 \ 6 \ 7 & 0 \ 3 \ 5 \ 8 & 1 \ 3 \ 4 \ 6 & 2 \ 4 \ 5 \ 7 \\ 1 \ 2 \ 3 \ 5 & 4 \ 5 \ 6 \ 8 & 0 \ 2 \ 7 \ 8 & 2 \ 3 \ 6 \ 8 & 0 \ 4 \ 6 \ 7 & 0 \ 1 \ 3 \ 7 \\ 0 \ 2 \ 3 \ 4 & 3 \ 5 \ 6 \ 7 & 0 \ 1 \ 6 \ 8 & 0 \ 2 \ 5 \ 6 & 1 \ 5 \ 7 \ 8 & 1 \ 2 \ 4 \ 8. \end{array} \right.$$

Le système *a*) fournit, lorsqu'on ajoute un élément aux triades qu'il contient,  $12.6 = 72$  tétrades; le système *b*) contient 18 tétrades; des  $\frac{9.8.7.6}{1.2.3.4} = 126$  tétrades de 9 éléments, il n'en reste alors que  $126 - 72 - 18 = 36$  non employées. Une pentade contient 5 tétrades; les 36 tétrades ne peuvent donc pas être disposées en un système de pentades.

Pour  $N = 13$ , il y a deux systèmes *a*), et deux seulement. Nous n'avons point pu obtenir alors de système *b*).

Pour  $N = 15$ , il est facile de former des systèmes *a*), *b*) et *c*) par un procédé semblable à celui employé dans le cas de  $N = 7$ , procédé qui peut être étendu au cas de  $N = 2^k - 1$ :

*a*)

0 1 2	0 11 12	1 8 10	2 7 10	3 8 12	4 9 14	5 10 12
3 4	13 14	11 13	8 9	9 13	10 13	6 7 14
5 6	1 3 5	12 14	11 14	10 14	5 7 13	8 13
7 8	4 6	2 3 6	12 13	4 7 12	8 14	9 12
9 10	7 9	4 5	3 7 11	8 11	9 11	10 11

*b*)

0 1 3 6	0 3 9 14	1 2 3 4	1 5 7 11
4 5	10 13	5 6	8 12
7 10	0 4 7 11	7 8	9 13
8 9	8 12	9 10	10 14
11 14	9 13	11 12	1 6 7 12
12 13	10 14	13 14	8 11
0 2 3 5	0 5 7 14	1 3 7 13	9 14
4 6	8 13	8 14	10 13
7 9	9 12	9 11	2 3 7 14
8 10	10 11	10 12	8 13
11 13	0 6 7 13	1 4 7 14	9 12
12 14	8 14	8 13	10 11
0 3 7 12	9 11	9 12	2 4 7 13
8 11	10 12	10 11	8 14

40)

## PROCÈS-VERBAUX

2 4 9 11	3 4 11 12	4 5 11 14	7 8 13 14
10 12	13 14	12 13	7 9 11 13
2 5 7 12	3 5 7 9	4 6 7 9	12 14
8 11	8 10	8 10	7 10 11 14
9 14	11 13	11 13	12 13
10 13	12 14	12 14	8 9 11 14
2 6 7 11	3 6 7 10	5 6 7 8	12 13
8 12	8 9	9 10	8 10 11 13
9 13	11 14	11 12	12 14
10 14	12 13	13 14	9 10 11 12
3 4 5 6	4 5 7 10	7 8 9 10	13 14
7 8	8 9	11 12	11 12 13 14
9 10			

c)

0 1 3 7 14	0 2 4 9 12	0 4 6 7 10	1 2 5 9 12
8 13	10 11	8 9	10 11
9 12	0 2 5 7 11	11 14	1 2 6 7 13
10 11	8 12	12 13	8 14
0 1 4 7 13	9 13	0 7 9 11 14	9 11
8 14	10 14	12 13	10 12
9 11	0 2 6 7 12	0 7 10 11 13	1 3 4 7 10
10 12	8 11	12 14	8 9
0 1 5 7 12	9 14	0 8 9 11 13	11 14
8 11	10 13	12 14	12 13
9 14	0 3 5 7 10	0 8 10 11 14	1 3 6 7 8
10 13	8 9	12 13	9 10
0 1 6 7 11	11 14	1 2 3 7 12	11 12
8 12	12 13	8 11	13 14
9 13	0 3 6 7 9	9 14	1 4 5 7 8
10 14	8 10	10 13	9 10
0 2 3 7 13	11 13	1 2 4 7 11	11 12
8 14	12 14	8 12	13 14
9 11	0 4 5 7 9	9 13	1 5 6 7 10
10 12	8 10	10 14	8 9
0 2 4 7 14	11 13	1 2 5 7 14	11 14
8 13	12 14	8 13	12 13

1 7 8 11 14	2 5 6 7 9	3 5 6 7 12	4 8 9 10 12
12 13	8 10	8 11	4 8 12 13 14
1 7 10 11 12	11 13	9 14	4 9 11 12 13
13 14	12 14	10 13	4 10 11 12 14
1 8 9 11 12	2 7 8 11 13	3 7 8 9 14	5 7 8 9 12
13 14	12 14	10 13	10 11
1 9 10 11 14	2 7 9 11 12	3 7 9 10 12	5 7 9 10 14
12 13	13 14	3 7 12 13 14	5 7 11 12 14
2 3 4 7 9	2 8 10 11 12	3 8 9 10 11	5 8 9 10 13
8 10	13 14	3 8 11 13 14	5 8 11 12 13
11 13	2 9 10 11 13	3 9 11 12 14	5 9 12 13 14
12 14	12 14	3 10 11 12 13	5 10 11 13 14
2 3 5 7 8	3 4 5 7 14	4 5 6 7 11	6 7 8 9 11
9 10	8 13	8 12	10 12
11 12	9 12	9 13	6 7 9 10 13
13 14	10 11	10 14	6 7 11 12 13
2 4 6 7 8	3 4 6 7 13	4 7 8 9 13	6 8 9 10 14
9 10	8 14	10 14	6 8 11 12 14
11 12	9 11	4 7 9 10 11	6 9 11 13 14
13 14	10 12	4 7 11 13 14	6 10 12 13 14

## Sur les séries de Dirichlet;

Par M. HADAMARD.

On sait qu'à tout entier  $k$ , dont la décomposition en facteurs premiers est

$$(1) \quad k = 2^\lambda p^\alpha p'^{\alpha'} \dots \quad (\lambda \geq 0; p, p', \dots > 0)$$

correspondent  $\phi(k)$  séries de Dirichlet, définies de la manière suivante :

Ayant choisi pour chacun des nombres  $p^\alpha, p'^{\alpha'}, \dots$  une racine primitive, soient  $g, g', \dots$ , on peut représenter chaque entier  $l$  premier avec  $k$  par ses indices  $\alpha, \beta, \gamma, \gamma', \dots$ , nombres



qui sont définis par les congruences

$$(2) \quad \begin{cases} l \equiv (-1)^{\alpha} 5^{\beta}, & (\text{mod. } 2^{\lambda}), \\ l \equiv g^{\gamma}, & (\text{mod. } p^{\omega}), \\ l \equiv g'^{\gamma'}, & (\text{mod. } p'^{\omega'}), \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Ces congruences définissent les nombres  $\alpha, \beta, \gamma, \gamma' \dots$ , aux modules  $a, b, c, c' \dots$  près :  $c, c' \dots$  désignent respectivement  $\varphi(p^{\omega}), \varphi(p'^{\omega'}) \dots$ ; quant à  $a, b$ , ils ont tous deux la valeur 1 pour  $\lambda = 0, 1$ ; ils sont au contraire égaux respectivement à 2 et  $\frac{1}{2} \varphi(2^{\lambda})$  si  $\lambda \geq 2$ .

Réciproquement, la reconnaissance des indices  $\alpha, \beta, \gamma, \gamma' \dots$  fait connaître le nombre  $l$ , au module  $k$  près.

Désignant alors par  $\theta, \eta, \omega, \omega'$  respectivement une des racines  $a^{\frac{1}{k}\text{ième}}, b^{\frac{1}{k}\text{ième}}, c^{\frac{1}{k}\text{ième}}, \text{etc.}$ , de l'unité, autrement dit posant :

$$(3) \quad \begin{cases} \theta = \pm 1, \\ \eta = e^{\frac{2i\pi\mu}{b}}, \\ \omega = e^{\frac{2i\pi\tau}{c}}, \\ \omega' = e^{\frac{2i\pi\tau'}{c'}}, \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

on forme la fonction numérique

$$\psi(l) = \begin{cases} 0 & \text{si } l \text{ n'est pas premier avec } k, \\ \theta^{\alpha} \eta^{\beta} \omega^{\gamma} \omega'^{\gamma'} \dots & \text{si } l \text{ est premier avec } k, \end{cases}$$

qui jouit de la propriété fondamentale  $\psi(nn') = \psi(n) \psi(n')$  et l'on en déduit la série de Dirichlet

$$(4) \quad L(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi(l)}{l^s} = \sum_{r=1}^k \psi(r) \xi_r(s)$$

en posant

$$(5) \quad \xi_r(s) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(mk+r)^s}.$$

La série  $L$  est réelle lorsque toutes les racines  $\eta$ ,  $\omega$ ,  $\omega'$  sont égales à  $\pm 1$ , imaginaires dans le cas contraire; elles sont alors conjuguées deux à deux, le passage d'une série à sa conjuguée correspondant au changement de  $\psi(l)$  en  $\frac{1}{\psi(l)}$ .

Entre  $L(s)$  et  $L'(1-s)$ , où  $L'$  est la conjuguée de  $L$ , existe une importante relation qui a été établie pour la première fois, dans toute sa généralité, par M. Lipschitz. Toutefois, ce géomètre emploie, pour arriver au résultat, un détour qui me paraît inutile. Je vais faire voir que ce détour peut être évité.

La démonstration de la relation en question repose, en effet, sur les relations qui lient les fonctions  $\xi_r(s)$  aux fonctions  $\xi_r(1-s)$  et qui peuvent s'écrire

$$(6) \quad \frac{1}{\Gamma(1-s)} \sum_{l=1}^k \sigma^{lr} \xi_l(s) = \left(\frac{2\pi}{k}\right)^{s-1} \left[ e^{(s-1)\frac{i\pi}{2}} \xi_{k-r}(1-s) + e^{-(s-1)\frac{i\pi}{2}} \xi_r(1-s) \right]$$

$$\text{où } \sigma = e^{\frac{2i\pi}{k}}.$$

Si, de ces relations, on tire les valeurs de  $\xi_l(s)$  en fonction des  $\xi_r(1-s)$ , puisqu'on change  $s$  en  $(1-s)$ , on trouve que  $L(1-s)$  se compose à l'aide des deux sommes

$$(7) \quad \sum_r \sum_l \psi(l) \sigma^{-lr} \xi_r(s)$$

et

$$\sum_r \sum_l \psi(l) \sigma^{-lr} \xi_{k-r}(s).$$

La seconde de ces sommes est égale à la première, multipliée par  $\psi(-1)$ , comme on le voit, en y changeant simultanément  $l$  en  $k-l$  et  $r$  en  $k-r$ . Nous n'avons donc à examiner que la première. Dans celle-ci,  $l$  ne peut prendre que des valeurs premières à  $k$ ; supposons qu'il en soit de même de  $r$ . Alors, en posant

$$A = \sum \psi(l) \sigma^{-l}$$

on aura

$$\sum_l \psi_l \sigma^{-lr} = \frac{1}{\psi(r)} A,$$

ce qui donnera, pour la somme (7) la valeur

$$A \sum_r \frac{\xi_r(s)}{\psi(r)} = AL'(s)$$

et démontrera, par suite, le théorème. Toute la difficulté consiste donc maintenant à prouver que la somme  $\sum_l \psi(l) \sigma_{lr}$  est nulle pour  $r$  non premier avec  $k$ .

Or, le fait est constaté (du moins sous certaines hypothèses restrictives qui sont réellement indispensables pour l'exactitude de notre théorème), dans le travail de M. Lipschitz, lorsqu'il n'y a qu'un facteur premier (d'exposant quelconque d'ailleurs). Il est facile de passer de là au cas général. Soient en effet

$$x \text{ une racine de la congruence } \frac{k}{2^\lambda} x \equiv 1 \pmod{2^\lambda};$$

$$y \text{ une racine de la congruence } \frac{k}{p^\varpi} y \equiv 1 \pmod{p^\varpi};$$

$$y' \text{ une racine de la congruence } \frac{k}{p'^{\varpi'}} y' \equiv 1 \pmod{p'^{\varpi'}};$$

.....

les congruences (2) donneront :

$$l \equiv (-1)^\alpha 5^\beta x + g^\gamma y + g'^{\gamma'} y' + \dots \pmod{k}$$

et la somme  $\sum_l \psi(l) \sigma^{-lr}$  deviendra

$$\begin{aligned} & \sum_\alpha \sum_\beta \sum_\gamma \sum_{\gamma'} \dots \theta^\alpha \eta^\beta \omega^\gamma \omega^{\gamma'} \dots \sigma^{-r[(-1)^\alpha 5^\beta x + g^\gamma y + g'^{\gamma'} y' + \dots]} \\ &= \sum_{\alpha, \beta} \theta^\alpha \eta^\beta e^{-\frac{2r\omega i\pi}{2^\lambda}(-1)^\alpha 5^\beta} \times \sum_\gamma \omega^\gamma e^{-\frac{2ryi\pi}{p^\varpi}g^\gamma} \\ & \quad \times \sum_{\gamma'} \omega^{\gamma'} e^{-\frac{2ry'i\pi}{p'^{\varpi'}}g'^{\gamma'}} \times \dots \end{aligned}$$

Chacun des facteurs du second membre est une quantité analogue à la somme (7), mais où, au lieu de  $k$ , ne figure comme nombre fondamental qu'un des facteurs premiers de  $k$  : quantité qui est nulle, ainsi qu'il a été rappelé plus haut, si  $r$  n'est pas premier avec ce facteur de  $k$ .

Or, c'est ce qui se produira nécessairement pour l'une d'entre elles si  $r$  n'est pas premier avec  $k$ . La démonstration est donc complète.

---

### *Séance du 4 mars 1897.*

PRÉSIDENTE DE M. DURÈGE.

---

M. Puig, professeur de mathématiques au Lycée de Bordeaux, et M. Gruvel, chef des travaux pratiques de zoologie à la Faculté des sciences de Bordeaux, sont nommés membres titulaires de la Société.

---

## **Sur les déformations permanentes du verre**

(Étude théorique);

Par M. P. DUHEM.

Les physiciens ont souvent observé des systèmes qui, maintenus longtemps dans des conditions en apparence invariables, se modifient progressivement d'une manière qui semble spontanée; les modifications du verre qui se traduisent par le déplacement du point *zéro* des thermomètres, en sont un exemple bien connu.

En réalité, on a affaire, dans la plupart des cas, à des systèmes qui éprouvent des *modifications permanentes* par les variations de température; lorsque la température, après avoir varié, revient à sa valeur initiale, la variable  $x$  qui définit l'état du système ne revient pas, en général, à sa valeur initiale.

Une température physiquement constante est, en réalité,

une température qui éprouve de petites oscillations autour d'une valeur invariable. Ces petites variations, en se répétant sans cesse, accumulent les modifications permanentes de la variable  $x$  qui semble ainsi changer spontanément avec le temps.

Ces changements font, à chaque température  $T$ , tendre  $x$  vers une valeur  $\xi$  qui définit l'état naturel du système relatif à la température  $T$ .

Nous avons développé ces principes en trois mémoires insérés au tome LIV des *Mémoires des Savants étrangers* de l'Académie de Belgique.

Nous nous proposons d'étudier théoriquement une méthode propre à mettre en évidence l'action que les petites oscillations de la température exercent sur les déplacements, en apparence spontanés, du point zéro du thermomètre.

Soit  $v$  le volume spécifique du verre et  $T$  la température.

On prend deux températures fixes  $T_0$ ,  $T_1$ . On part de la température  $T_0$  avec une valeur  $v_0$  de  $v$ ; on porte le thermomètre

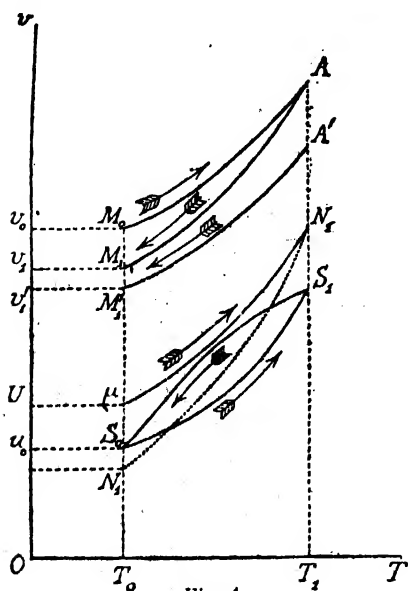


Fig. 1.

à la température  $T_1$ ; on l'y maintient un temps fixe  $t$ ; on le ramène à la température  $T_0$ ; le volume a une valeur  $v_1$  différente de  $v_0$ ; la différence  $(v_0 - v_1)$  n'a pas la même valeur selon que, pendant le temps  $t$ , la température  $T_1$  a été maintenue rigoureusement fixe, ou, au contraire, a subi des oscillations.

Voyons d'abord ce qui arrive si la température  $T_1$  est maintenue rigoureusement fixe pendant le temps  $t$ .

Le point figuratif part du point  $M_0$  ( $T_0$ ,  $v_0$ ) (fig. 1), suit une ligne ascendante qui l'amène

en A, puis une ligne descendante qui l'amène en  $M_1(T_0, v_1)$ . Les températures  $T_0, T_1$  étant supposées données une fois pour toutes, ce trajet est déterminé lorsque le point  $M_0$  est déterminé;  $(v_0 - v_1)$  est donc une fonction bien déterminée  $I(v_0)$  de la variable  $v_0$ .

Au sujet de cette fonction, la théorie nous donne les renseignements suivants :

$I(v_0)$  est positif tant que  $v_0$  est supérieur à  $u_0$ , ordonnée du sommet inférieur  $S_0$  du cycle fermé  $S_0 S_1$  que le système peut décrire entre les températures  $T_0, T_1$ .

$I(v_0)$  est une fonction croissante de  $v_0$ .

$I(v_0)$  tend vers 0 lorsque  $v_0$  tend vers  $u_0$ .

Il résulte de ces propositions que si l'on soumet le système à un nombre illimité d'oscillations entre les températures  $T_0, T_1$ , le point figuratif tend à décrire le cycle fermé  $S_0 S_1$ .

Les expériences faites par M. Marchis permettent d'ajouter les renseignements suivants :

Pour un thermomètre *neuf*,  $v_0$  est très notablement supérieur à  $u_0$ .

Pour les valeurs initiales de  $v_0$ ,  $I(v_0)$  varie très rapidement avec  $v_0$ , puis cette rapidité diminue et la variation devient très lente; en d'autres termes, la valeur de  $\frac{dI(v_0)}{dv_0}$ , grande pour un thermomètre neuf, diminue et tend vers 0 lorsque  $v_0$  tend vers  $u_0$ .

Supposons maintenant que la température  $T_1$ , au lieu d'être maintenue fixe pendant le temps  $t$ , éprouve pendant ce temps  $n$  oscillations d'amplitude  $a$ . Le point figuratif, parvenu en A, se déplace, par le fait de ces oscillations, sur la droite  $T_1 A$ , jusqu'au point  $A'$ ; ensuite, le point figuratif décrit non plus la descendante  $AM_1$ , mais la descendante  $A'M'_1$ ;  $v'_1$  est la valeur finale du volume. Le trajet  $M_0 A A' M'_1$  est entièrement déterminé si l'on connaît les variables  $v_0, n, a$ , puisque les deux températures  $T_0, T_1$ , sont fixées une fois pour toutes. On peut donc poser

$$v_1 - v'_1 = \theta(v_0, n, a).$$

Voyons comment varie  $\theta(v_0, n, a)$ .

Soit  $N_0 N_1$  la ligne des états naturels.

Si le point A est au-dessus du point  $N_1$ , le point A' est au-dessous de A; l'inverse a lieu si le point A est au-dessous du point  $N_1$ ; enfin, si le point A coïncide avec le point  $N_1$ , le point A' coïncide avec le point A. Pour un point A donné, la longueur AA' est d'autant plus grande que  $n$  et  $a$  sont plus grands.

Cela étant, soit  $\mu N_1$  l'ascendante qui passe au point  $N_1$ ; soit U l'ordonnée du point  $\mu$ .

Si  $v_0$  est supérieur à U,  $\theta(v_0, n, a)$  est positif.

Si  $v_0$  est inférieur à U,  $\theta(v_0, n, a)$  est négatif.

La valeur absolue de  $\theta(v_0, n, a)$  tend vers 0 lorsque  $v_0$  tend vers U.

La valeur absolue de  $\theta(v_0, n, a)$  est une fonction croissante de  $n$  et de  $a$ .

Nous admettrons que  $\frac{dI(v_0)}{dv_0}$  a déjà une très petite valeur absolue pour des valeurs de  $v_0$  qui surpasse notablement U.

Si donc, partant de la température  $T_0$  avec le volume  $v_0$ , on porte le thermomètre à la température  $T_1$ ; qu'on le soumette alors à  $n$  oscillations d'amplitude  $a$ , et qu'on le ramène enfin à la température  $T_0$ , il y revient avec le volume  $v'_1$  et l'on a

$$\begin{aligned} v_0 - v'_1 &= \overline{M_0 M'_1} = \overline{M_0 M_1} + \overline{M_1 M'_1} \\ &= I(v_0) + \theta(v_0, n, a). \end{aligned}$$

Imaginons que l'on prenne deux thermomètres identiques, de volume spécifique  $v_0$ , à la température  $T_0$ : on les porte tous deux à la température  $T_1$ ; on les y laisse un temps  $t$ , mais, pour le premier, on maintient la température  $T_1$  constante pendant ce temps, pendant que, pour le second, on lui donne  $n$  oscillations d'amplitude  $a$ ; on ramène les deux thermomètres à la température  $T_0$ ; le premier a un volume final  $v_1$  et le second un volume final  $v'_1$ . On a

$$v_1 - v'_1 = \theta(v_0, n, a).$$

Si donc  $v_0$  surpasse  $U$ ,  $v'_1$  est inférieur à  $v_1$  d'une quantité d'autant plus grande que le nombre  $n$  des oscillations et leur amplitude  $\alpha$  sont plus grandes.

Ce procédé si simple pour mettre en évidence l'influence que les oscillations de la température exercent sur le déplacement du point 0 du thermomètre est illusoire par l'impossibilité où l'on est de réaliser deux thermomètres *identiques*.

On prend alors un thermomètre unique et on répète un grand nombre de fois sur ce thermomètre l'opération que nous venons de décrire; mais, en chaque opération de rang impair, on maintient la température  $T_1$  fixe pendant le temps  $t$ , tandis qu'en chaque opération de rang pair, on donne à la température  $T_1$ , pendant le temps  $t$ ,  $n$  oscillations d'amplitude  $\alpha$ .

Soient  $v_0$  le volume spécifique initial et  $v_1, v_2, \dots, v_{2n-2}, v_{2n-1}, v_{2n}, \dots$ , les volumes spécifiques à la température  $T_1$  après 1, 2, ...,  $2n-2, 2n-1, 2n$  opérations.

Posons

$$\begin{aligned}\Delta_{2n-1} &= v_{2n-2} - v_{2n-1}, \\ \Delta_{2n} &= v_{2n-1} - v_{2n}.\end{aligned}$$

Nous aurons

$$\begin{aligned}\Delta_{2n-1} &= I(v_{2n-2}), \\ \Delta_{2n} &= I(v_{2n-1}) + \theta(v_{2n-1}).\end{aligned}$$

Nous aurons donc

$$\Delta_{2n} - \Delta_{2n-1} = \theta(v_{2n-1}) + I(v_{2n-1}) - I(v_{2n-2}),$$

ou bien, en désignant par  $\psi$  une valeur comprise entre  $v_{2n-2}$  et  $v_{2n-1}$ ,

$$\begin{aligned}\Delta_{2n} - \Delta_{2n-1} &= \theta(v_{2n-1}) - \Delta_{2n-1} \frac{dI(\psi)}{d\psi} \\ &= \theta(v_{2n-1}) - I(v_{2n-2}) \frac{dI(\psi)}{d\psi}.\end{aligned}$$

Lorsque  $v_{2n-2}, v_{2n-1}$ , et par conséquent  $\psi$ , diffèrent peu du volume spécifique du thermomètre neuf,  $\frac{dI(\psi)}{d\psi}$  a une grande valeur; le second membre peut alors avoir le signe de  $-\Delta_{2n-1}$



$\frac{dI(\psi)}{d\psi}$ , c'est-à-dire le signe —; la modification permanente  $\Delta_{2n}$  produite par un séjour à la température *oscillante*  $T$ , peut être inférieure à la modification permanente  $\Delta_{2n-1}$  produite par un séjour *antérieur* à la température *fixe*  $T_1$ .

Mais lorsque le volume spécifique continue à décroître, il arrive un moment où  $\frac{dI(\psi)}{d\psi}$  prend de très petites valeurs, bien que  $v_{2n-1}$  soit notablement supérieur à  $U$  et que  $\theta(v_{2n-1})$  n'ait pas une valeur très petite; on a alors

$$(1) \quad \Delta_{2n} - \Delta_{2n-1} > 0.$$

*La modification permanente  $\Delta_{2n}$  produite par un séjour pendant un temps  $t$  à la température OSCILLANTE  $T$ , est plus grande que la modification  $\Delta_{2n-1}$  produite IMMÉDIATEMENT AVANT par un séjour du même temps  $t$  à la température FIXE  $T_1$ .*

Cette inégalité, inverse de l'inégalité

$$(2) \quad \Delta_{2n} - \Delta_{2n-1} < 0$$

que l'on obtiendrait si la température  $T$ , était toujours maintenue fixe, met en évidence le rôle des oscillations de la température.

Lorsque  $v_{2n-2}$ ,  $v_{2n-1}$ ,  $v_{2n}$  s'approchent de  $U$ , il se peut que l'inégalité (1) soit de nouveau renversée.

## Sur les déformations permanentes du verre

(Étude expérimentale);

Par M. L. MARCHIS.

La question de savoir si un échauffement à température fixe a sur le déplacement du zéro d'un thermomètre une action plus efficace qu'un chauffage à température oscillante a été, de la part de quelques physiciens, l'objet d'hypothèses, mais

non de vérifications expérimentales. M. Herbert Tomlinson en 1890 <sup>(1)</sup>, M. Cantone en 1894 <sup>(2)</sup> ont, l'un et l'autre, admis que des phénomènes d'hysteresis doivent avoir lieu par les modifications thermiques du verre.

Cette proposition a d'ailleurs été précisée par M. Duhem dans un Mémoire publié au tome LIV des *Mémoires des Savants étrangers* à l'Académie de Belgique.

Nous avons institué des expériences systématiques ayant pour but de soumettre l'hypothèse précédente à un contrôle expérimental sérieux.

Dans cette même séance, M. Duhem, en communiquant un aperçu théorique sur le sujet qui nous occupe, a indiqué dans quelles conditions devaient être faites les expériences. Je reprends ici cette partie de sa communication afin de faciliter l'exposé suivant des résultats expérimentaux.

Prenons un thermomètre et faisons-lui subir les opérations successives que nous allons décrire :

OPÉRATIONS DE RANG IMPAIR. — Soit  $\Theta_0$  l'indication du thermomètre qui correspond à la température  $T_0$  mesurée sur un étalon ; on porte le thermomètre à la température  $T_1$  que l'on *maintient fixe* et on l'y laisse un temps  $t$ . On le ramène alors à la température  $T_0$ , le thermomètre marque  $\Theta_1$ .

OPÉRATIONS DE RANG PAIR. — Une opération de rang pair est identique comme température  $T_0$  et comme temps  $t$  à une opération de rang impair qui la précède immédiatement ; mais la température  $T_1$ , au lieu d'être fixe, fait  $n$  oscillations entre les températures  $T_1$  et  $T_1 - \alpha$ .

Soient  $\Theta_0$  l'indication initiale du thermomètre étudié,  $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_{2n-1}, \Theta_{2n}$  ses indications correspondant à la température  $T_0$  après 1, 2, ...,  $2n - 1, 2n$  opérations.

<sup>(1)</sup> Herbert Tomlinson, *Nature*, vol. XLI, p. 198.

<sup>(2)</sup> Cantone, *Atti della Reale Accademia dei Lincei, Rendiconti*, 5<sup>e</sup> série, vol. III, p. 68 (21 janvier 1894).

Deux cas sont à distinguer :

PREMIER CAS. — *Le thermomètre a déjà subi un recuit à la température  $T_1$ .*

Posons :

$$\begin{aligned}\Delta_{2n-1} &= \Theta_{2n-1} - \Theta_{2n-2}, \\ \Delta_{2n} &= \Theta_{2n} - \Theta_{2n-1},\end{aligned}$$

on trouve que dès le début des expériences on a constamment l'inégalité :

$$\Delta_{2n} > \Delta_{2n-1},$$

ce qui démontre que les oscillations de la température ont un rôle plus efficace qu'un échauffement à température fixe.

Mes expériences ont porté sur un thermomètre en cristal Guilbert-Martin : ce thermomètre a sa tige divisée en millimètres et  $1/2$  millimètres. A la température inférieure  $T_0 = 60^\circ$  il est comparé à un thermomètre en verre vert divisé en cinquièmes de degré et dont le zéro peut être considéré comme fixe. La température supérieure  $T_1$  est la température d'ébullition du mercure ( $357^\circ$ ).

Le temps  $t$  de chauffe a été de 42 minutes, et, au moment où on a fait osciller  $T_1$ , on a produit 6 oscillations doubles de  $6^\circ 5$  chacune.

Je donne ici le tableau des résultats obtenus : les  $\Delta_{2n}$  et  $\Delta_{2n-1}$  sont exprimés en millimètres. On transformerait facilement ces indications en degrés en remarquant que sur mon thermomètre le degré correspond à  $5^{\text{mm}}75$  : j'ai, d'ailleurs, séparé les séries d'expériences, les intervalles représentant les temps pendant lesquels le thermomètre est resté à la température ordinaire.

## THERMOMÈTRE (32416)

SÉRIE I		SÉRIE II		SÉRIE III	
$\Delta_{2n}$ (Avec oscillations)	$\Delta_{2n-1}$ (Sans oscillations)	$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$	$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$
1,90	—	—	0,75	—	0,60
1,65	1,35	1,00	0,60	0,75	0,35
1,35	1,35	1,00	0,65	0,75	0,35
1,30	1,00	1,00	0,65	0,65	0,35
1,25	0,85	1,00	0,50	—	—
—	0,75	0,75	0,40	—	—
—	—	0,85	—	—	—
Moyenne = 1,49	Moyenne = 1,06	Moyenne = 0,93	Moyenne = 0,59	Moyenne = 0,72	Moyenne = 0,41

SÉRIE IV		SÉRIE V		SÉRIE VI	
$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$	$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$	$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$
0,75	—	0,50	—	0,50	—
0,75	0,45	0,65	0,00	0,75	0,00
0,65	0,35	0,45	0,15	0,50	0,00
0,65	0,20	0,50	0,15	—	0,15
0,60	0,25	—	—	—	—
Moyenne = 0,68	Moyenne = 0,24	Moyenne = 0,525	Moyenne = 0,10	Moyenne = 0,58	Moyenne = 0,05

SÉRIE VII	
$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$
—	0,35
0,50	0,25
0,40	0,00
0,60	—
Moyenne = 0,50	Moyenne = 0,20

TABLEAU DES MOYENNES			
Moyennes des $\Delta_{2n}$		Moyennes des $\Delta_{2n-1}$	
1,49	...	...	1,06
0,93	...	...	0,59
0,72	...	...	0,41
0,68	...	...	0,24
0,525	...	...	0,10
0,58	...	...	0,05
0,50	...	...	0,20

Le dernier tableau nous montre que dans les différentes séries les valeurs moyennes des  $\Delta_{2n}$  (chauffage à température oscillante) sont supérieures (souvent d'une manière notable) aux valeurs moyennes des  $\Delta_{2n-1}$  (chauffage à température fixe). De plus, comme on devait s'y attendre, les diverses valeurs moyennes soit des  $\Delta_{2n}$ , soit des  $\Delta_{2n-1}$ , vont en décroissant régulièrement. Toutefois, lorsque les valeurs moyennes deviennent très petites, on constate des écarts, comme le montrent les trois derniers nombres de la colonne des valeurs moyennes des  $\Delta_{2n-1}$ . D'autre part, si on se reporte aux différentes valeurs des  $\Delta_{2n}$  et des  $\Delta_{2n-1}$  contenues dans les tableaux précédents, on voit que ces nombres ne vont pas en décroissant d'une manière absolument régulière; le fait est surtout manifeste pour les  $\Delta_{2n-1}$ .

Je me suis demandé si ces variations irrégulières des  $\Delta_{2n-1}$  n'étaient pas dues à ce qu'il se produit des oscillations inévitables pendant les 42 minutes que dure la chauffe à température fixe. En effet, le thermomètre étudié est en cristal et la température de  $357^{\circ}$  est la limite qu'il ne faut pas dépasser avec cette sorte de thermomètre : il n'est donc pas étonnant que, dans ces conditions de chauffe, les plus petites variations de température puissent produire des effets notables.

J'ai dès lors fait les expériences suivantes :

Le thermomètre précédent (32416) a été chauffé à température fixe, mais les durées de chauffe à  $357^{\circ}$  ont été alternativement de 10 minutes et de 45 minutes. Si, comme je l'ai annoncé, il y a des oscillations accidentelles de la température pendant la chauffe de 45 minutes, les nombres correspondants devront être tantôt du même ordre que les nombres correspondant à la chauffe de 10 minutes, tantôt notablement supérieurs. Dans le premier cas, l'étuve sera restée bien réglée; dans le second cas, il y aura eu des variations dans ce réglage.

Les nombres suivants sont une vérification nette de ce que nous avons annoncé plus haut :

## THERMOMÈTRE (32416)

Chauffé à 357° pendant 10 minutes.	Chauffé à 357° pendant 45 minutes.
0,00	
0,10	0,15
Repos à la température ordinaire.	
0,00	0,20
0,05	0,40
0,10	0,40
0,15	0,25
0,10	
Repos à la température ordinaire.	
0,15	0,25
0,00	0,25
0,10	0,15
0,15	0,25
0,10	

Ce tableau montre bien que les nombres de la colonne de gauche (10 minutes) varient beaucoup plus régulièrement que ceux de la colonne de droite (45 minutes). On ne peut donc attribuer ces dernières variations qu'à des oscillations accidentelles : l'influence du temps de chauffe, si elle existait seule, devrait agir d'une manière beaucoup plus régulière.

DEUXIÈME CAS. — *Le thermomètre est neuf.*

On observe alors les faits suivants :

Les déplacements  $\Delta_{2n-1}$  sont d'abord supérieurs aux déplacements  $\Delta_{2n}$  ; puis, il y a égalité et ensuite inversion : les  $\Delta_{2n-1}$  deviennent et demeurent inférieurs aux  $\Delta_{2n}$ .

J'ai mis en évidence l'existence de cette période initiale au moyen de plusieurs thermomètres neufs. Je citerai l'exemple de deux thermomètres en verre vert :

THERMOMÈTRE  
EN VERRE VERT  
34904

$T_0 = 60^\circ$ .  $T_1 = 357^\circ$ .  
Temps de chauffe :  $t = 60$  minutes.  
15 oscillations doubles d'amplitude  $2^\circ 5$ .  
Longueur du degré :  $20\text{mm}$  environ.

1 <sup>re</sup> SÉRIE		2 <sup>e</sup> SÉRIE		3 <sup>e</sup> SÉRIE	
$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$	$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$	$\Delta_{2n}$	$\Delta_{2n-1}$
—	—	—	—	—	—
5,75	14,50	3,00	3,50	2,00	1,75
3,50	4,50	3,00	2,25	2,00	1,25
Série de début :		Série où se voit		2,00	1,00
$\Delta_{2n} < \Delta_{2n-1}$ .		l'inversion.		—	1,00

THERMOMÈTRE  
EN VERRE VERT  
34905

$T_0 = 60^\circ$ .  $T_1 = 357^\circ$ .  
Temps de chauffe  $t = 7$  heures.  
80 oscillations doubles d'amplitude  $4^\circ$  environ.  
Longueur du degré :  $20\text{mm}$ .

$\Delta_{2n-1}$	46,25	»	8,75	»	8	»	7,25	»	6,75
$\Delta_{2n}$	»	13,5	»	8,25	»	7,5	»	7	»
$\Delta_{2n-1}$	»	6,75	»	6,25					
$\Delta_{2n}$	7	»	7						

On aperçoit encore ici nettement le phénomène de l'inversion. C'est l'existence de cette première période perturbatrice qui a induit en erreur des physiciens tels que M. Sidney Young<sup>(1)</sup>, lequel conteste l'influence prédominante du chauffage à température oscillante sur le chauffage à température fixe.

(1) Sidney Young, *Nature*, vol. XLI, 1900, p. 152, 271, 488.

## **Sur le développement d'éléments particuliers de la cavité générale du Siponcle;**

Par MM. J. KUNSTLER et A. GRUVEL.

En examinant le sang du Siponcle, on voit que, parmi les globules sanguins au repos, il se produit, tout à coup, un mouvement en tourbillon.

Les globules se déplacent, comme s'ils avaient reçu un choc violent. Le mouvement ainsi produit est dû à des êtres découverts depuis déjà longtemps, qui furent pris d'abord pour des Infusoires parasites du sang du Siponcle.

Ce sont des êtres d'aspect cristallin, transparents, hyalins, quelque chose de comparable à des animaux vivant en pleine mer, à des êtres pélagiques, ressemblant aux Béroés.

Les premiers auteurs qui les ont observés en avaient fait, avons-nous dit, des Infusoires parasites; plus tard, on les a pris pour de véritables éléments cellulaires, et enfin pour ces mêmes éléments cellulaires, libres dans la cavité générale du Siponcle et adaptés à des fonctions spéciales.

Ce seraient, d'après ces derniers observateurs, des cellules vibratiles, avec plateau opaque et corps vésiculeux dont le diamètre augmenterait peu à peu.

Les unes se présentent sous l'aspect d'un disque surmonté d'une vésicule hyaline, en apparence sans structure. Le disque se colore à l'aide de réactifs appropriés, mais non la vésicule.

Ce disque est cilié sur toute sa périphérie.

Nous laisserons, pour le moment, la structure de côté, nous ne parlerons que de l'évolution de ces êtres spéciaux, évolution totalement différente de ce que l'on retrouve en général dans le règne animal.

Le disque se divise en masses protoplasmiques qui se groupent chacune autour d'un noyau, ce qui prouve que les énergides existent déjà. Les énergides sont petits, le noyau étant énorme.



Il se forme un disque s'accroissant très vite, la partie protoplasmique s'accroît également. Par suite de cette transformation, l'animal, de globuleux qu'il était, prend une forme et des dimensions différentes. Il s'aplatit, le disque cilié forme les bords, la masse cellulaire s'allonge et forme comme un épithélium dont chaque élément sert à la reproduction de l'espèce.

Nous avons donc une reproduction par une cellule unique, par suite de la division de la masse primordiale, la vésicule étant toujours placée au-dessus.

Chacun des éléments se pédiculise d'une manière spéciale, se renfle et se détache par rupture du pédicule.

Il arrive que les vésicules présentent une grande quantité d'éléments reproducteurs; ces éléments, s'étant détachés, deviennent libres dans la cavité générale, et l'on a alors des formes amiboïdes (amibocytes).

Ces corps ont une structure particulière. On y voit une vésicule sombre et une claire, jouant peut-être alors le rôle de globule sanguin. Ils grossissent peu à peu. L'élément vit à cet état, la vésicule claire se multiplie et l'on arrive à voir deux ou trois vésicules.

Il s'en détache de nouveaux amibocytes, et l'on a alors un élément reproducteur se reproduisant de lui-même.

La transformation en adulte est singulière. Un amibocyte présente une zone granuleuse, affectant la forme d'une ceinture, c'est là le premier état. Ces granulations se généralisent et, bientôt, au lieu d'un être amiboïde on a un amas granuleux comparable, en petit, aux corpuscules reproducteurs des Siphoncles. Ces amas sont rares et peuvent former des pseudopodes. Ils s'agrandissent, les granulations deviennent plus apparentes, leur volume augmente beaucoup et la masse granuleuse en même temps. Les granules deviennent moins nets. L'apparition de la vésicule claire se fait par un soulèvement du bord du corpuscule; elle fait ainsi saillie à l'un des pôles et se trouve coiffée d'un corps amiboïde avec pseudopodes.

Donc, avant d'aboutir à un être cilié, on a un être amiboïde.

Alors, le développement devient rapide; les pseudopodes augmentent beaucoup en nombre et en finesse, l'être se fixe dans sa forme et l'on a, à ce moment, de petites urnes semblables aux autres.

C'est là un cycle normal, mais il y a d'autres phénomènes curieux, que nous indiquerons sans insister.

Dans le sang, on rencontre aussi des formations prises pour des déchets de cellule, auxquelles on a donné le nom de vésicules énigmatiques. Ces vésicules ont un aspect différent des premières formations étudiées, mais toutes ont ce caractère commun de présenter une légère invagination et un noyau. C'est là l'état le plus simple. La vésicule se divise rapidement; il en est de même du noyau, puis, il se forme une cloison, ce qui fait deux vésicules juxtaposées. Il se forme ainsi des amas présentant un nombre énorme d'éléments nucléés, plus petits que les vésicules qui leur ont donné naissance.

Alors, un fait assez curieux se produit: en traitant par les réactifs ces masses cellulaires, les unes restent hyalines, les autres deviennent sombres. C'est là l'indication d'un état particulier, le commencement d'un phénomène nouveau aboutissant à une dissociation pure et simple de la masse des éléments. Ces corps deviennent libres et se reproduisent à leur tour.

Les « vésicules énigmatiques » sombres sont différentes des autres, en ce sens que, autour de certains noyaux, il y a du protoplasme qui, en se colorant, donne précisément à la masse totale son aspect sombre.

Il se passe quelque chose d'analogue à ce qui existe dans le disque cilié des grandes « urnes ». On voit se former une saillie dans laquelle se rend le noyau.

Le corps se renfle, se pédiculise et présente des vésicules sombres et claires; il se détache et présente alors des pseudopodes. Il reproduit une urne exactement de la même façon que les corps amiboïdes étudiés plus haut.

Les vésicules énigmatiques claires rappellent les premières par la forme des éléments, mais donnent des germes différents, plus grands, et arrivant plus vite à se reproduire.

Il existe un troisième mode de reproduction, qui consiste en ce que le noyau de la vésicule claire des urnes normales s'entoure de protoplasme, fait saillie à l'extérieur, et il se forme ainsi un corps reproducteur qui aboutira à une urne.

Ces trois modes de reproduction se ressemblent beaucoup, au moins en ce qui concerne les phénomènes ultimes; il en existe un quatrième, qui est une division pure et simple.

Le noyau s'allonge, se divise; la vésicule claire se divise aussi en même temps que le disque, et l'on a, finalement, deux « urnes » semblables.

Donc, en résumé, nous avons affaire à un être pris tour à tour pour un Infusoire ou pour une cellule ciliée.

Ce n'est pas un Infusoire, car il ne présente aucun des caractères propres à ces êtres, étant formé de plusieurs cellules présentant un cycle évolutif différent de ce qui a été décrit chez ces Protozoaires et quatre modes différents de reproduction, qui, il est vrai, ont tous ce caractère commun : le bourgeonnement.

L'irrégularité des phénomènes produits ne semble pas être une force atavique, comme la reproduction nette que l'on rencontre chez les êtres libres; le mode de vie parasitaire leur a donné de nouvelles formes de reproduction, d'où inversion des stades et difficulté à classer ces êtres particuliers dans un groupe actuellement connu.

---

## **Sur les lignes géodésiques des surfaces à courbures opposées;**

Par M. HADAMARD.

Soit une surface, sans points singuliers, dont les courbures sont partout opposées. Il est aisé de voir que cette surface a

nécessairement des nappes infinies. Pour cela, il suffit de considérer la représentation sphérique, laquelle a toujours des bords : à cause de l'absence supposée de points singuliers, ces bords ne peuvent correspondre qu'à des nappes infinies de la surface donnée.

Ces nappes infinies sont, d'ailleurs, en nombre variable : le paraboléoïde hyperbolique en a une seule, l'hyperboloïde à une nappe, deux. On en trouve trois dans la surface représentée par l'équation

$$(1) \quad Z = k \log \frac{(x-a)^2 + (y-b)^2}{(x-a')^2 + (y-b')^2}.$$

Considérons d'abord une surface ayant la forme générale de l'hyperboloïde à une nappe, c'est-à-dire ayant deux nappes infinies et doublement connexes (si l'on considère les nappes infinies comme autant de bords). Il y a sur cette surface *un* type essentiel de ligne fermée non réductible à un point. *A ce type correspond une géodésique fermée et une seule.*

Sur une surface de connexion supérieure à 2, il y a, au contraire, *une infinité* de types essentiels de lignes fermées. A chacun d'eux correspond une ligne géodésique fermée et une seule, sauf dans le cas où une ou plusieurs des nappes infinies ne vont pas en s'évasant, mais tendent à prendre une forme cylindrique. Cette circonstance se présente pour deux des nappes infinies de la surface (1); mais on peut la faire cesser en augmentant, d'une quantité variable avec  $z$ , les rayons des cercles sections de la surface par les plans  $z = \text{const.}$  La géodésique fermée, qui tournerait simplement autour d'une telle nappe non évasée, cesse d'exister : on doit la considérer comme rejetée à l'infini.

Outre les géodésiques fermées dont nous venons de constater l'existence, il en existe qui leur sont asymptotiques et d'autres qui s'en vont à l'infini. Si, d'ailleurs, une ligne géodésique n'appartenait pas à une des catégories précédentes, il devrait exister une suite infinie de géodésiques fermées, de

type de plus en plus élevées, desquelles elle se rapprocherait successivement de plus en plus. Il serait intéressant d'examiner si une telle circonstance peut, en effet, se rencontrer et, par exemple, d'étudier à ce point de vue les lignes géodésiques d'une surface ayant une forme analogue à la surface (1).

### Sur une surface à courbures opposées;

Par M. G. BRUNEL.

Soient  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  trois axes de coordonnées rectangulaires, la surface

$$(1) \quad H(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 - a^2 = 0$$

a en chacun de ses points ses rayons de courbure de signes contraires. Elle est à courbure négative.

Nous déduirons de la surface  $H$  une autre surface  $M$  de la façon suivante : A tout point  $P$  de la surface  $H$  nous ferons correspondre un point  $Q$  situé à égale distance de l'axe  $Oy$  que le point  $P$ , mais tel que le plan  $QOy$  fasse avec le plan  $xOy$  un angle moitié de celui que fait avec ce même plan le plan  $POy$ . Le lieu des points  $Q$  est une surface  $M$  qui, comme la surface  $H$ , peut être considérée comme engendrée par des coniques variables.

Soit  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  un point de la surface  $M$ , on a :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} Y = y, \quad X^2 + Z^2 = x^2 + z^2, \\ \frac{z}{x} = \operatorname{tg} \theta = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}} = \frac{2ZX}{X^2 - Z^2}; \end{array} \right.$$

où  $\theta$  est l'angle du plan  $POy$  avec  $xOy$ .

En éliminant  $x$ ,  $y$ ,  $z$  entre les équations (1) et (2) on trouve pour équation de la surface  $M$  :

$$(3) \quad M(x, y, z) = (x^2 + z^2)(x^2 + z^2 + y^2 - a^2) - 8z^2x^2 = 0.$$

La surface  $M$  admet l'axe des  $y$  comme axe de symétrie quaternaire, les plans  $yOx$ ,  $yOz$  et les plans bissecteurs de ces deux plans étant des plans de symétrie. L'équation générale d'une surface admettant cette espèce de symétrie est de la forme

$$(4) \quad \varphi(y, x^2 + z^2, x^2 z^2) = 0;$$

sur une telle surface les huit points congrus à un point donné en raison de la symétrie de la surface ont évidemment mêmes rayons de courbure. Les points tels que les rayons de courbure satisfont à une relation donnée se présenteront donc comme situés à l'intersection de  $\varphi = 0$  avec une autre surface admettant la même symétrie :

$$(5) \quad \psi(y, x^2 + z^2, x^2 z^2) = 0,$$

ou en éliminant  $x^2 z^2$  entre  $\varphi = 0$  et  $\psi = 0$ , ils se présentent comme points communs à  $\varphi = 0$  et à une surface de révolution

$$(6) \quad \chi(y, x^2 + z^2) = 0.$$

Appliquons ce qui vient d'être dit à la recherche du sens de la courbure aux divers points de la surface  $M = 0$ .

Dans le calcul du Hessien

$$P(x, y, z) = \begin{vmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} & M_1 \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} & M_2 \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} & M_3 \\ M_1 & M_2 & M_3 & 0 \end{vmatrix}$$

il y aura avantage à introduire les quantités

$$\begin{aligned} x^2 + z^2 &= \lambda, \\ xz &= \mu, \\ y^2 - a^2 &= \nu, \end{aligned}$$

et en tenant compte de la valeur de  $\mu^2$  fournie par l'équation (1), nous savons à l'avance que  $P$  prendra une forme simple

$$P(x, y, z) = Q(\lambda, \nu).$$

On a simplement, tous calculs faits,

$$Q(\lambda, \nu) = -a^2\lambda^2(4\lambda^2 + 3\nu^2).$$

Il n'y a donc pas de point sur la surface où la courbure change de signe. Le seul point qui se présente avec un caractère particulier est donné par

$$\lambda = 0, \quad \nu = 0; \quad x = 0, \quad z = 0, \quad y = \pm a.$$

Le plan tangent en ce point coupe la surface suivant quatre droites; les sections normales ont leurs centres de courbure au-dessus ou au-dessous du plan tangent, suivant qu'elles coupent ce plan dans l'un ou l'autre des angles formés par les quatre droites.

La surface M est donc en tous ses points à courbures opposées. Elle possède quatre nappes infinies.

*Séance du 18 mars 1897.*

PRÉSIDENTE DE M. BOULOUCH.

M. Féraud, aide astronome à l'Observatoire de Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Sur le fondement expérimental de la mécanique rationnelle;**

Par M. STROHL.

La mécanique rationnelle repose sur trois lois fondamentales que l'on ne démontre pas et qui doivent être prises, par conséquent, comme des résultats de l'expérience.

La première est la loi dite loi d'inertie. Le meilleur énoncé

m'en paraît être le suivant : Un point matériel en mouvement, soustrait à toute condition qui serait de nature à déterminer un mouvement de sa part s'il était au repos, continuera à se mouvoir d'un mouvement rectiligne et uniforme avec la vitesse qui l'anime au moment considéré.

La seconde loi est celle de la composition des forces suivant la règle du parallélogramme.

La troisième enfin est celle de l'égalité de l'action et de la réaction. On en a donné différents énoncés. Le meilleur énoncé me paraît être le suivant : Lorsqu'une action mécanique mutuelle s'exerce entre deux points matériels, ceux-ci sont sollicités de ce chef respectivement par deux forces égales et directement opposées.

Pourvu que l'on convint au préalable de représenter les quantités de mouvement non pas seulement par des nombres, mais par des lignes droites définies en position, grandeur et sens et de leur appliquer les règles de la sommation géométrique, on pourrait, il me semble, remplacer les trois lois ci-dessus rappelées par une loi unique énoncée comme suit :

*Il est possible d'attribuer à l'unité de volume des différents corps des nombres invariables pour chacun d'eux et tels que, si l'on convient de prendre pour quantité de mouvement d'un élément infiniment petit d'un corps le produit de sa vitesse par son volume et par le nombre qui lui correspond, la somme géométrique des quantités de mouvement de l'univers soit constante.*

Les nombres dont il vient d'être question sont l'expression d'une grandeur dont la notion devrait être présentée comme résultant de la connaissance de cette loi. C'est la *masse*, qui serait ainsi définie comme étant la quantité de mouvement qu'un corps peut emmagasiner sous l'unité de vitesse.

La loi énoncée ci-dessus sera reconnue comme vraie si l'on remarque qu'elle résulte immédiatement de l'application du



principe de d'Alembert à un système matériel formé de l'univers tout entier. Ici, en effet, les forces extérieures au système étant nulles, les forces d'inertie doivent se faire équilibre entre elles. Mais cette dernière condition signifie que, dans un instant infiniment petit quelconque, la somme géométrique des accroissements des quantités de mouvement est toujours nulle. La somme géométrique des quantités de mouvement de l'univers ne saurait donc subir ni augmentation ni diminution.

Pour montrer maintenant que, notre loi étant admise, les trois premières s'en déduisent, observons que l'existence d'une force appliquée à un point matériel et capable de lui faire gagner par unité de temps une quantité de mouvement  $Q$  impliquera, dans ce cas, que dans l'instant infiniment petit qui va suivre, le reste de l'univers (ce point mis à part) va gagner par unité de temps une quantité de mouvement égale et directement opposée à  $Q$ , soit  $-Q$ . Dire qu'un point matériel qui se meut est supposé soustrait à toute condition qui serait de nature à le mettre en mouvement, s'il était au repos, reviendra donc à dire que, dans l'instant qui va suivre, la quantité de mouvement du reste de l'univers restera constante. Mais, s'il en est ainsi, la quantité de mouvement de ce point matériel devra rester également constante. Et voilà le principe d'inertie démontré.

Passons au second. L'application simultanée à un même point matériel de deux forces qui, agissant séparément, lui feraient gagner des quantités de mouvement  $Q$  et  $Q'$ , impliquera que le reste de l'univers va gagner par unité de temps d'une part une quantité de mouvement  $-Q$ , d'autre part une quantité de mouvement  $-Q'$ , soit, au total, une quantité de mouvement représentée par la somme géométrique  $-(Q + Q')$ . Mais, s'il en est ainsi, le point matériel lui-même devra gagner une quantité de mouvement égale à la somme géométrique  $Q + Q'$ . Ce qui démontre le principe du parallélogramme des forces.

Enfin, le principe de l'égalité de l'action et de la réaction

découle aussi directement de notre loi. En effet, l'action mutuelle qui s'exerce entre deux corps ne pouvant modifier la somme totale des quantités de mouvement de l'univers, si elle communique à l'un une certaine quantité de mouvement, elle devra communiquer à l'autre une quantité de mouvement égale et directement opposée.

Le but de toute science étant de procéder, dans ses déductions, du plus petit nombre possible de vérités premières, la substitution que je propose d'une loi unique aux trois principes fondamentaux de la mécanique rationnelle serait déjà un progrès à ce point de vue. Mais j'y verrais un autre avantage encore.

On définit généralement la masse comme le quotient  $\frac{F}{j}$  d'une force par une accélération. D'autre part, on ne peut définir rigoureusement la mesure de la force qu'en disant qu'elle est le produit d'une masse par une accélération. Ces deux définitions de la mesure de la masse et de la mesure de la force forment un véritable cercle vicieux.

Si l'on donnait, au contraire, la loi que j'ai formulée comme fondement premier aux déductions de la mécanique, on en retirerait le grand avantage de présenter dès le début, par l'énoncé même de cette loi, une définition de la masse dans laquelle n'entre pas l'idée de force.

## **Sur les principes fondamentaux de la mécanique;**

Par M. HADAMARD.

La communication précédente de M. Strohl me conduit à présenter les idées que je développe à cet égard dans mon enseignement depuis quelques années.

Je ne me suis pas proposé d'indiquer une série d'hypothèses

pouvant servir de base satisfaisante à une étude générale du mouvement dans le monde physique ; la recherche de pareilles hypothèses devrait sans doute se faire dans une direction toute différente de celle que l'on suit en général dans l'enseignement de la mécanique rationnelle <sup>(1)</sup> ; j'ai simplement voulu, sans changer la marche générale usitée dans cet enseignement, en rendre l'exposition cohérente, ce qu'elle n'est pas.

En effet, comme le remarque fort bien M. Strohl, la définition usuelle de la masse repose sur un véritable cercle vicieux : elle introduit la notion de *forces égales appliquées à des corps différents*, notion qui n'est nullement claire par elle-même et dont on ne donne aucune définition.

Je pense, comme M. Strohl, que la véritable définition doit être cherchée dans le principe de l'égalité de l'action et de la réaction convenablement généralisé ; la notion de masse ne s'introduit point, en effet, tant qu'il n'est pas question d'action *mutuelle* de deux corps.

Par contre, je diffère d'avis avec M. Strohl en ce que je ne crois pas ce principe susceptible de remplacer les deux premiers (principes de l'inertie et du mouvement relatif) : ceux-ci me paraissent devoir être maintenus et placés avant le principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

Le premier de ces principes, s'énonçant :

*Tout point matériel isolé dans l'espace <sup>(2)</sup> se meut d'un mouvement rectiligne uniforme <sup>(3)</sup>,*

conduit à définir la *force totale* agissant sur un point matériel, comme égale à l'accélération ; multipliée par un coefficient *m*, provisoirement arbitraire, et qui est dit la *masse* du point.

(1) Par exemple, celle que suit M. Duhem dans son *Commentaire aux principes de la thermodynamique* (Journal de M. Jordan).

(2) Pour cette notion, voir Duhem (*loc. cit.*).

(3) Cet énoncé suppose acquise la notion d'axes fixes. Dans le contraire, il faudrait présenter les hypothèses fondamentales sous la forme suivante : *à chaque instant on pourrait faire correspondre un système d'axes tel que les principes donnés dans le texte soient vérifiés pour n'importe quel mouvement.*

Le second principe peut d'abord s'énoncer :

*Si un point matériel est mis en présence de plusieurs corps  $S_1, S_2, \dots, S_n$ , avec aucun desquels il n'est en contact, la force totale agissant sur ce point est la somme géométrique de  $n$  autres dont chacune ne dépend (outre l'état du point matériel considéré) que de l'état de l'un des corps  $S_i$ .*

Ces différents segments seront considérés comme représentant respectivement les actions exercées par chacun des corps  $S_i$  sur le point mobile.

Le principe précédent ne s'applique, comme son énoncé l'indique, qu'aux points libres. Si le point matériel envisagé est en contact avec un des corps qui l'environnent, la force totale agissant sur ce point diffère de celle que l'on obtiendrait par l'application du principe précédent et qui est dite *force active*. La différence est un certain segment, dit *force de liaison*. Cette force est déterminée : 1° par des conditions résultant géométriquement de l'existence même de la liaison et qui expriment que cette liaison, existant à l'instant considéré, continue d'exister à l'instant infiniment voisin ; 2° par des conditions supplémentaires que l'on doit considérer comme données pour chaque liaison particulière et qui dépendent de la nature physique des corps en contact.

Le second principe, modifié comme il vient d'être dit dans les cas où il y a liaison, nous donne le droit de parler de la force exercée par un corps sur un autre. En particulier lorsqu'un système matériel se trouve en présence de corps étrangers à ce système, nous pouvons maintenant distinguer les forces intérieures (actions des parties du système les unes sur les autres) des forces extérieures (actions des corps étrangers au système). C'est dans ces conditions que nous pouvons énoncer le troisième principe, sous la forme :

*Il existe un système de coefficients  $m$  (masses) correspondant respectivement aux différents points matériels, tel que,*

*dans tout système matériel, pouvant être conçu comme isolé, les forces intérieures forment un système de segments équivalents à zéro (1). Le coefficient  $m$  attaché à chaque point ne varie pas, quel que soit le système dans lequel il se trouve engagé et quels que soient ses changements d'état.*

On voit que cette manière de procéder conduit à réunir en un seul les principes de l'égalité de l'action et de la réaction et de la conservation de la masse.

## **Contribution à l'histologie des muscles;**

Par A. GRUVEL.

L'étude histologique du système musculaire a été, pendant ces dernières années, poussée très loin.

Les Vertébrés, sur lesquels tout d'abord on avait dirigé les investigations, ont été pour ainsi dire abandonnés et les différents auteurs qui se sont occupés de cette question intéressante se sont, de préférence, adressés à quelques types d'Invertébrés.

Butschli et Schewiakoff ont étudié la fibrille musculaire chez la *Scolopendra gigantea* en 1891.

Ch. Janet, en 1895, s'est borné à l'étude de cette même fibrille chez la *Vespa Crabro*.

Tourneux, en 1894, a recherché « les modifications structurales que présentent les fibrilles des muscles jaunes des Insectes », et parmi ceux-ci le Dytique et l'Hydrophile.

Avant ces trois auteurs, Raimon y Cajal, Van Gehuchten, Ranvier, etc., avaient éclairci beaucoup la structure histo-

(1) Cette condition peut encore s'énoncer sous la forme équivalente : le travail total des forces intérieures ne dépend que des variations de positions relatives des parties du système. (Cf. Beltrami, *Annali di Matematica*, t. VI., p. 233.)

On peut se demander si cette dernière remarque ne permettrait pas d'écarter la difficulté, précédemment rappelée, relative à la notion d'axes fixes.

logique de la fibrille musculaire chez différents types d'animaux.

Il m'est impossible de reprendre ici les idées de ces différents auteurs, et je ne veux en dégager que ce qui ressort d'une façon générale de leurs savantes recherches.

Je prendrai, par exemple, comme type la fibrille des muscles de l'aile de l'Hydrophile (*Hydrophilus Piceus*), qui semble jusqu'ici présenter la plus grande complication. En même temps, on peut dire que les différents auteurs sont aujourd'hui assez d'accord sur sa structure histologique fine.

La fibrille musculaire de l'Hydrophile se compose d'une série de disques clairs et sombres superposés, mais très différents les uns des autres au point de vue de leur volume et de leur fonction.

Parmi les *disques sombres*, on distingue des disques *épais* et des disques *minces*. Les disques épais ne sont pas homogènes, mais ils présentent au contraire, chacun, trois zones sombres séparées par des bandes plus claires qui ont reçu le nom de *stries de Hensen*.

Ces stries ne sont rien autre chose qu'une partie de l'élément qui agit d'une façon spéciale sur les réactifs colorants, ce qui semble *a priori* devoir faire supposer une fonction particulière. Si toutes les parties du disque sombre se comportaient physiologiquement d'une façon identique, il devrait en résulter une homogénéité parfaite de constitution chimique, or cela n'est pas (il est facile de le constater à l'aide des réactifs colorants), donc il faut admettre que toutes les parties constituant ces disques épais sombres ne doivent pas, probablement, jouer un rôle identique au point de vue physiologique, c'est-à-dire dans la contraction de la fibrille musculaire.

Les disques sombres minces, ou *stries d'Amici*, sont séparés des disques sombres épais par un disque clair de chaque côté. En résumé, on a : un disque sombre épais, puis un disque clair, un disque sombre mince, un disque clair semblable au précédent, de nouveau un disque sombre épais, et ainsi de suite.

(Dans tout ce qui précède, je n'ai eu absolument en vue que la fibrille à l'état de repos.)

Dans le courant d'une série de recherches sur quelques Crustacés inférieurs, j'ai eu à examiner des coupes de fibrilles musculaires, et elles m'ont paru d'aspect assez différent de ce que je connaissais déjà chez d'autres Arthropodes pour mériter un examen plus attentif.

J'ai donc entrepris des recherches dans ce sens, à l'aide des moyens ordinaires d'investigations histologiques, coupes et dissociations après fixation et coloration appropriées.

Je ne veux relater ici que deux des résultats acquis dans le courant de ces études.

La fibrille musculaire striée des Crustacés que j'ai étudiés (*Lepas anatifera*, *Conchoderma virgata*, *Balanus Tintinnabulum*, etc.), peut être facilement homologuée à celle de l'Hydrophile, mais ici les disques sombres épais ont la forme de cylindres terminés par des calottes sphériques, tandis que les disques sombres minces et les disques clairs sont représentés par des ellipsoïdes se rapprochant plus ou moins de la forme sphérique.

De plus, dans ce qui est l'analogue des disques sombres épais de l'Hydrophile, j'ai bien retrouvé les stries de Hensen, mais, ici, elles séparent des ellipsoïdes qui ne réagissent pas tous de la même façon au contact des réactifs, et, de plus, elles sont plus sombres que les ellipsoïdes eux-mêmes. Tandis, en effet, que l'ellipsoïde central se colore fortement par le carmin aluné, les deux ellipsoïdes terminaux se colorent beaucoup moins. Quant à l'ellipsoïde sombre mince qui correspond à la strie d'Amici, il se colore comme l'ellipsoïde moyen de tout à l'heure, celui que j'appellerai *principal*, les deux autres étant les « *accessoires* ».

Tous ces ellipsoïdes sont enveloppés par une gaine protoplasmique qui se moule si bien sur leurs contours que l'on pourrait croire qu'il y a là une sorte de cylindre dans lequel ont été creusées des alvéoles. Cette gaine protoplasmique est

fort importante au point de vue physiologique, ainsi que nous allons le voir. Elle est elle-même entourée d'un manchon de protoplasme clair.

J'ai réussi à fixer des faisceaux musculaires à l'état de contraction et d'après les observations que j'ai pu faire, par les méthodes de mensuration, je me suis convaincu de ce fait qu'il me semble possible d'admettre en principe, c'est que : « les éléments de la fibrille musculaire qui sont réfractaires aux réactifs sont ceux dont l'activité chimique et par conséquent physiologique est la moins grande ».

Nous devons donc, si ce principe est vrai, en retrouver l'application au moment de la contraction musculaire.

Dans la fibrille fixée à l'état de contraction nous voyons, en effet, que l'ellipsoïde principal du segment sombre épais prend à peu près la forme sphérique ainsi que l'ellipsoïde mince sombre (strie d'Amici), tandis que les deux accessoires ne s'aplatissent que légèrement et tous deux de la même quantité. Les ellipsoïdes clairs n'ont pas varié de forme, mais les deux stries de Hensen, plus sombres même que l'ellipsoïde principal, sont devenues beaucoup plus larges.

Chaque élément protoplasmique s'est donc modifié suivant son degré d'activité chimique, le protoplasme interalvéolaire d'abord, puis les ellipsoïdes principaux et d'Amici, enfin, et d'égale façon, les ellipsoïdes secondaires.

Est-ce à dire que ces différentes parties sont toutes actives à la fois, je ne le crois pas, et je serais plutôt tenté de penser que, au moment de la contraction, c'est le protoplasme interalvéolaire qui est actif et que, dès qu'il cesse d'agir, les ellipsoïdes deviennent actifs en cherchant à reprendre leur forme primitive.

Ce sont ici les éléments histologiques les plus facilement colorables qui sont les plus variables dans leur forme et qui semblent réagir avec d'autant plus d'énergie que la masse protoplasmique qui les compose est en plus grande quantité.

J'aurai, peut-être, plus tard, l'occasion de revenir d'une



façon plus complète sur les modifications présentées par la fibrille musculaire dans ses différents états physiologiques, et j'examinerai alors plus en détail la conception qu'il faut avoir, d'après mes recherches, sur la théorie de la contraction musculaire telle qu'on l'admet en général aujourd'hui.

Le second point sur lequel je désirerais appeler l'attention est celui-ci :

Il existe dans le manteau des Lepas, Conchodermes, etc., des séries de formations, qui chez l'adulte sont représentées par un corps central terminé à ses deux extrémités par une quantité plus ou moins considérable de dichotomisations arborescentes, venant s'attacher sur ou entre les cellules épithéliales de la paroi du manteau.

Jusqu'ici, on a pensé que ce sont là des formations de nature musculaire.

J'ai été frappé, tout d'abord, par leur peu de ressemblance à des fibres musculaires, même lisses, et puis par ce fait qu'on n'observe jamais de contractions produites par elles.

Les doutes que j'avais ainsi conçus sur leur nature musculaire m'ont poussé à faire de nouvelles recherches et à étudier le mode de développement de ces tissus particuliers.

En examinant des coupes faites dans le manteau des larves ou de très jeunes individus, on remarque que, entre les deux rangées de cellules épithéliales, dont il n'est, du reste, pas facile de déterminer les contours, on aperçoit des cellules à noyaux plus gros et dont le protoplasme s'étend d'une paroi à l'autre.

Au fur et à mesure du développement, on voit le protoplasme cellulaire s'allonger, se transformer en fibres qui se dichotomisent vers leurs bases pour se fixer sur ou entre les cellules épithéliales. Le noyau reste relégué sur l'un des côtés, entouré encore de protoplasma, et qui se divisera pour former des cellules conjonctives ordinaires. D'autres cellules, exactement semblables aux premières dès le début, vont se diviser à leur tour et former seulement du tissu conjonctif ordinaire.

Nous voyons donc que ce sont des éléments identiques qui donnent les uns du tissu conjonctif, dont la nature n'est pas douteuse, et les formations arborescentes considérées jusqu'ici comme des muscles.

Ce ne sont donc rien autre chose qu'une variété de tissu conjonctif qui a dû se modifier pour s'adapter à des fonctions spéciales. Ces fonctions consistent tout simplement à empêcher les parois du manteau de trop s'écarter lorsque l'ovaire ou les glandes cémentaires viennent à proliférer énormément entre les deux parois palléales.

Quant à la dichotomisation, elle a tout simplement pour but d'augmenter la résistance de ces formations sans en augmenter considérablement le volume.

---

*Séance du 1<sup>er</sup> avril 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. DURÈGNE.

---

M. le Président donne lecture d'une circulaire de la Société de secours des Amis des Sciences, invitant tous les véritables amis des sciences à contribuer au développement de cette œuvre de haute utilité.

MM. Boyer et Pitard, préparateurs de botanique à la Faculté des sciences de Bordeaux, sont nommés membres titulaires de la Société.

**Sur les faux équilibres chimiques;**

Par M. P. DUHEM.

Dans le courant de l'année dernière, nous avons communiqué <sup>(1)</sup> à la Société des Sciences physiques et naturelles les

(1) Séance du 20 février 1896.

principes d'une théorie des faux équilibres chimiques, théorie qui a été publiée dans les Mémoires de la Société <sup>(1)</sup> et dans le tome I<sup>er</sup> de notre *Traité élémentaire de Mécanique chimique*.

Depuis notre communication, certaines données expérimentales précieuses ont été publiées, au sujet desquelles nous voudrions communiquer à la Société quelques réflexions.

Prenons, comme nous l'avons fait dans notre mémoire sur la *théorie thermodynamique de la viscosité, du frottement, et des faux équilibres chimiques* (2<sup>e</sup> partie, Chapitre III, §§ 2, 3, 4) un système maintenu sous un volume invariable  $V$ ; soit  $T$  la température absolue; soit  $\alpha$  le rapport de la masse du corps composé que renferme le système à la masse de ce corps qu'il renfermerait si la combinaison était complète; soit  $F(V, \alpha, T)$  le potentiel thermodynamique sous volume constant du système; soit  $\Gamma(V, \alpha, T)$  le *coefficient de frottement chimique*, quantité essentiellement négative.

Trois lignes remarquables sont à considérer dans le plan  $TO\alpha$  :

1° La ligne  $EE'$  des *équilibres véritables*, définie par l'équation

$$\frac{\partial F(V, \alpha, T)}{\partial \alpha} = 0.$$

Elle partage le plan en deux régions. Si la thermodynamique classique était rigoureusement exacte, lorsque le point  $(T, \alpha)$  qui figure un état du système se trouve au-dessous de la ligne  $EE'$ , le système serait le siège d'une combinaison; lorsqu'au contraire, ce point se trouve au-dessus de la ligne  $EE'$ , le système serait le siège d'une dissociation; pour que le système soit en équilibre, il serait nécessaire et suffisant que le point figuratif se trouve sur la ligne  $EE'$ .

<sup>(1)</sup> *Théorie thermodynamique de la viscosité, du frottement et des faux équilibres chimiques* (Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 5<sup>e</sup> série, t. II, pp. 1-208).

2° La ligne CC', représentée par l'équation

$$\frac{\partial F(V, \alpha, T)}{\partial \alpha} - \Gamma(V, \alpha, T) = 0,$$

qui est située tout entière *au-dessous* de la ligne EE'.

3° La ligne DD', représentée par l'équation

$$\frac{\partial F(V, \alpha, T)}{\partial \alpha} + \Gamma(V, \alpha, T) = 0,$$

qui est située tout entière *au-dessus* de la ligne EE'.

Si le point figuratif est situé au-dessous de la ligne CC', le système est forcément le siège d'une combinaison; la région du plan qui se trouve au-dessous de la ligne CC' est la *région de combinaison*.

Si le point figuratif est situé au-dessus de la ligne DD', le système est forcément le siège d'une dissociation; la région du plan qui se trouve au-dessus de la ligne DD' est la *région de dissociation*.

Enfin, si le point figuratif est situé entre les lignes CC', DD', le système est en équilibre; la région comprise entre les lignes CC', DD', région où la ligne EE' est entièrement tracée, est la *région des faux équilibres*.

Une hypothèse essentielle, dans le développement de notre théorie, est la suivante :

*Lorsque la température T croît au delà de toute limite, la fonction  $\Gamma(V, \alpha, T)$  tend vers 0.*

Cette hypothèse peut encore s'énoncer de la manière suivante :

*Lorsque la température T croît au delà de toute limite, les deux lignes CC', DD', tendent asymptotiquement vers la ligne EE'.*

A cet énoncé de géomètre, on peut substituer cette loi de physicien :

*Lorsque la température T surpasse une valeur déter-*

*minée  $t$ , particulière à chaque système, les deux lignes CC', DD' se confondent avec la ligne EE' des équilibres véritables.*

Cette proposition a une importance très grande en tout le domaine de la mécanique chimique; nous l'avons montré dans nos précédentes publications; insistons seulement ici sur quelques points.

Tandis que les lignes CC', DD' ont un sens expérimental et que l'on conçoit la possibilité de les déterminer effectivement, la ligne EE' des équilibres véritables apparaît, au premier abord, comme douée d'un sens purement théorique; seule, la théorie peut donner des renseignements au sujet de cette ligne, démontrer par exemple qu'elle monte constamment de gauche à droite si le composé est endothermique et qu'elle descend constamment de gauche à droite si le composé est exothermique.

La proposition précédente montre qu'aux températures supérieures à  $t$ , la ligne EE' des équilibres véritables donne prise aux déterminations expérimentales au même titre que les lignes CC', DD'.

Il peut arriver que les renseignements recueillis aux températures supérieures à  $t$  nous permettent de tracer la ligne EE' même pour les températures inférieures à  $t$ . Supposons, par exemple, que le système étudié renferme des gaz peu éloignés de l'état parfait et qu'il vérifie les autres conditions supposées par la théorie de la dissociation donnée par M. J.-W. Gibbs. La ligne EE' sera représentée par une équation où figurent seulement trois constantes; trois expériences, faites à trois températures supérieures à  $t$ , et convenablement espacées, permettront de déterminer les valeurs de ces trois constantes; l'équation de la courbe EE' étant ainsi déterminée, on pourra prolonger cette courbe au-dessous de la température  $t$ ; on pourra ainsi obtenir le tracé complet des trois courbes EE', CC', DD'.

Jusqu'ici, ces trois courbes ne sont déterminées avec précision que pour un seul système, le système : sélénium liquide, sélénium en vapeur, hydrogène, acide sélénhydrique; les travaux de M. Ditte avaient déjà donné d'intéressants enseignements au sujet de ce système; mais une cause d'erreur inaperçue, la solubilité de l'acide sélénhydrique dans le sélénium liquide, en avait vicié quelques-uns; les belles recherches de M. Pélabon nous ont fait connaître avec précision la forme des trois courbes  $EE'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ .

La partie de ces recherches qui a pour objet la détermination de la courbe  $EE'$  était déjà publiée <sup>(1)</sup> lorsque nous avons communiqué à la Société notre théorie des faux équilibres chimiques; nous n'y reviendrons pas. La détermination des courbes  $CC'$ ,  $DD'$ , au contraire, était encore inédite; une aimable communication de l'auteur nous en avait seule fait connaître les résultats essentiels, que nous avons communiqués à la Société <sup>(2)</sup> à l'appui de nos considérations théoriques; ces résultats ont été récemment publiés <sup>(3)</sup> par M. H. Pélabon; la ligne  $CC'$ , la ligne  $DD'$ , ont exactement la forme que nous leur avons assignée pour un composé endothermique; elles viennent toutes deux se confondre avec la ligne  $EE'$  à une température  $t$  voisine de  $320^{\circ}$  C., en un point d'ordonnée  $\alpha = 0,20$ , environ. La ligne  $CC'$  se détache de l'axe  $OT$  à une température voisine de  $250^{\circ}$  C. et monte constamment de gauche à droite; la ligne  $DD'$  commence par descendre de gauche à droite, d'abord très rapidement, puis plus lentement; à une température de  $270^{\circ}$  C., elle présente un point d'ordonnée minima ( $\alpha = 0,16$ ) et elle remonte ensuite de gauche à droite.

Le système sélénium liquide, sélénium en vapeur, hydrogène, acide sélénhydrique, se présente donc comme un exemple d'une extrême netteté, particulièrement propre à mettre en évidence les trois courbes  $EE'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ .

(1) H. Pélabon, *Comptes rendus*, 1895, t. CXXI, p. 401.

(2) P. Duhem, *Théorie thermodynamique...*, p. 108.

(3) H. Pélabon, *Comptes rendus*, 1897, t. CXXIV, p. 360.

Il serait désirable de trouver un exemple aussi net fourni par un système renfermant un composé exothermique; M. Pélabon s'est adressé au système : soufre liquide, soufre en vapeur, hydrogène, acide sulfhydrique; il vient de publier <sup>(1)</sup> les résultats de ses déterminations sur la formation et la dissociation de ce dernier corps. On doit s'attendre à trouver, pour les lignes  $EE'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ , une disposition analogue à celle que l'on obtiendrait en prenant les symétriques par rapport à  $OT$  des courbes relatives à l'acide sélénhydrique; on trouve, en réalité, une disposition qui *paraît* notablement différente et sur laquelle nous voudrions arrêter un instant l'attention de la Société.

La théorie de M. Hortsmann et de M. Gibbs, d'accord en cela avec l'expérience, montre que, dans un système renfermant des gaz voisins de l'état parfait, la ligne  $EE'$  part, pour  $T = 0$ , du point  $\alpha = 1$  et a pour tangente en ce point la ligne  $\alpha = 1$ , *l'ordre du contact étant infini*; il en résulte que, tant que la température est peu élevée, la ligne  $EE'$  diffère fort peu de la ligne  $\alpha = 1$ ; pour les valeurs de  $T$  inférieures à une certaine limite  $\tau$ , la différence entre 1 et l'ordonnée de la courbe  $EE'$  est inférieure aux erreurs d'expérience.

Il peut arriver que la température que nous avons désignée par  $t$  soit notablement supérieure à  $\tau$ ; dans ce cas, nous aurons une disposition des courbes  $EE'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$  semblable à celle que nous obtiendrons en renversant la figure relative à l'acide sélénhydrique.

Il peut arriver au contraire *que la température  $t$  soit notablement inférieure à  $\tau$* ; voyons alors ce que nous observerons.

Lorsque  $T$  croît d'une certaine valeur  $T_0$  à  $t$ , la ligne  $CC'$  (*fig. 1*), partant d'un point  $C$  pour lequel  $\alpha = 0$ , monte de gauche à droite jusqu'au point pour lequel  $\alpha$  est infiniment voisin de 1; la ligne  $EE'$  ne peut, pratiquement, se distinguer de la ligne  $\alpha = 1$ ; la ligne  $DD'$  est réduite à un segment

(1) H. Pélabon, *Comptes rendus*, 1897, t. CXXIV, p. 686.

indiscernable. Il semble donc n'exister, aux températures inférieures à  $t$ , que deux régions : une *région de combinaisons*, située au-dessous de  $CC'$ , et une *région de faux équilibres*, placée au-dessus de  $CC'$ .

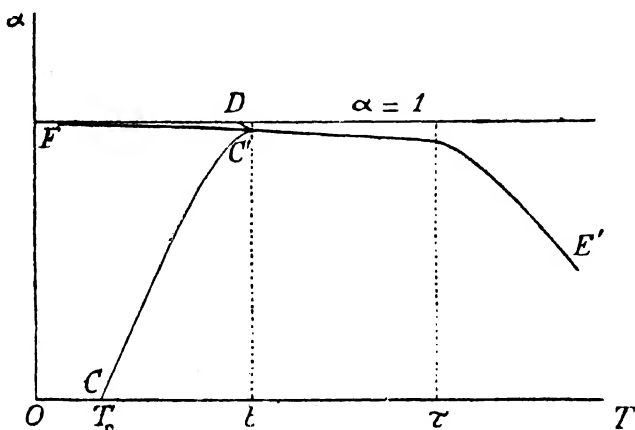


Fig. 1.

Lorsque la température est comprise entre  $t$  et  $\tau$ , les trois lignes  $CC'$ ,  $DD'$ ,  $EE'$  sont pratiquement confondues entre elles et avec la ligne  $\alpha = 1$ . Il semble que toute la partie du plan comprise entre  $T = t$  et  $T = \tau$  appartienne à la *région de combinaison*.

Enfin, lorsque la température est comprise entre  $\tau$  et  $+\infty$ , les trois courbes  $EE'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$ , sont pratiquement confondues en une courbe unique, qui descend de gauche à droite; au-dessous de cette courbe se trouve la *région de combinaison*, au-dessus, la *région de dissociation*.

Au point de vue expérimental, l'histoire de notre système se présente de la manière suivante :

1° Aux températures inférieures à  $t$ , les éléments se combinent; la combinaison s'arrête lorsque le système renferme une certaine proportion du corps composé, d'autant plus grande que la température est plus élevée; le composé est indissociable, quelque grande qu'en soit la proportion dans le système.



2° Aux températures comprises entre  $t$  et  $\tau$ , les éléments se combinent, la combinaison est intégrale; le composé est indissociable.

3° A une température supérieure à  $\tau$ , il existe un état d'équilibre déterminé et stable; un système plus riche en composé qu'il ne convient à cet état d'équilibre subit une dissociation qui l'amène à cet état; un système moins riche en corps composé qu'il ne convient à cet état d'équilibre subit une combinaison qui l'amène à ce même état. Cet état correspond à une combinaison d'autant moindre que la température est plus élevée.

L'histoire que nous venons de tracer est précisément, d'après les expériences de M. H. Pélabon, celle du système : soufre liquide, soufre en vapeur, hydrogène, acide sulfhydrique.

A  $215^{\circ}$  C., la ligne CC' se détache de OT d'une manière appréciable; elle monte de gauche à droite; à  $350^{\circ}$ , l'ordonnée de cette courbe est très voisine de 1; cependant elle diffère encore de 1 d'une quantité appréciable; lorsque la température surpasse quelque peu  $350^{\circ}$  C., la ligne CC' se confond avec la ligne  $\alpha = 1$ ; d'autre part, à ces températures, l'acide sulfhydrique est indissociable.

La ligne EE' devient discernable de la ligne  $\alpha = 1$  à une température un peu inférieure à  $440^{\circ}$  C.; à  $440^{\circ}$  C., et mieux à  $450^{\circ}$  C., l'acide sulfhydrique est décomposé partiellement jusqu'à ce que le mélange atteigne la composition à laquelle on parvient en chauffant à la même température un mélange d'hydrogène et de soufre. Au delà de  $450^{\circ}$  C., il n'est plus possible de refroidir assez brusquement le mélange gazeux pour suivre la courbe EE'.

On peut donc dire que, pour l'acide sulfhydrique, on a environ :

$$t = 360^{\circ}\text{C.}, \quad \tau = 430^{\circ}\text{C.}$$

Le cas que nous présente l'acide sulfhydrique paraît être celui de beaucoup de composés exothermiques gazeux.

Dans une thèse soutenue récemment devant la Faculté des sciences de Paris, M. H. Hélier <sup>(1)</sup> a étudié, sous la direction de M. le professeur Armand Gautier, la combinaison de l'oxygène et de l'hydrogène, de l'oxyde de carbone et de l'oxygène, du méthane et de l'oxygène; il a déterminé, en fonction de la température, la composition du mélange qui met fin à la combinaison; il a obtenu ainsi des courbes dont chacune doit être regardée comme une portion de la ligne CC', relative à des températures inférieures à  $t$ . Malheureusement, M. Hélier a pris ces courbes pour des courbes de véritable équilibre; il a cherché à leur appliquer les lois que donne la thermodynamique touchant la ligne d'équilibres véritables; tentative illusoire, car les formules mêmes qu'il employait exigent que la ligne d'équilibres véritables d'un corps exothermique descende de gauche à droite, tandis que la ligne à laquelle il essayait d'appliquer ces formules monte de gauche à droite; d'ailleurs, la ligne des équilibres véritables sépare une région de combinaison d'une région de dissociation, tandis que la ligne obtenue par M. Hélier sépare une région de combinaison d'une région d'équilibre. Néanmoins, si cette erreur d'interprétation fait tomber toute la partie théorique du travail de M. Hélier, elle n'enlève rien à la valeur des résultats de ses expériences; ces résultats trouvent leur interprétation naturelle dans les considérations précédentes.

Pour obtenir, dans les systèmes qu'a étudiés M. Hélier, la ligne des équilibres véritables, il faudrait opérer aux températures supérieures à  $\tau$ , c'est-à-dire aux températures très élevées où H. Sainte-Claire Deville a décelé la dissociation de l'eau et de l'acide carbonique. Entre ces températures et les températures les plus élevées qu'ait atteintes M. Hélier existe un intervalle considérable et peu favorable aux recherches.

Le cas de l'acide sulfhydrique offre cet avantage que les trois phases que nous avons distinguées peuvent être étudiées

(1) Henri Hélier, *Recherches sur les combinaisons gazeuses*. Paris, 1896.

expérimentalement. Par l'étude de ce cas, jointe à l'étude de l'acide sélénhydrique, M. H. Pélabon a fourni à la mécanique chimique deux exemples absolument caractéristiques et qui méritent de devenir classiques.

## Sur la démonstration d'un théorème d'algèbre;

Par M. HADAMARD.

La démonstration du théorème célèbre sur l'impossibilité de la résolution générale des équations de degré supérieur au quatrième, telle qu'elle est exposée depuis Abel, prête à une grave objection qui, bien qu'aisée à lever, mérite peut-être d'être signalée, à cause de l'importance du sujet.

On sait qu'une des remarques fondamentales sur lesquelles repose la démonstration est la suivante :

Soit  $z$  un radical qui intervient dans le calcul, donné par l'équation

$$(1) \quad z^p = A,$$

( $p$  étant un nombre premier) et soit  $B$  l'expression analogue à  $A$  dont le calcul suit immédiatement celui de  $z$ . Si l'expression  $B$  contient  $z$ , on peut supposer (moyennant un changement simple dans le choix du radical  $z$ ) qu'elle a la forme

$$(2) \quad B = b_0 + z + \dots b_{p-1} z^{p-1},$$

$b_0, b_1, \dots, b_{p-1}$  étant rationnels par rapport aux radicaux antérieurs à  $z$ .

Si la première expression  $B$  ne contient pas explicitement  $z$ , on pourra opérer la même réduction en prenant pour  $B$  une expression analogue suivante contenant explicitement  $z$ .

L'objection dont je veux parler vise le cas où l'expression  $C$  serait la même pour deux ou plusieurs des radicaux  $z$ .

Abel <sup>(1)</sup> n'examine pas cette circonstance, parce qu'il se

(1) *Œuvres complètes*, éd. Sylow, t. I, p. 66 et suiv.

préoccupe seulement de montrer qu'à toute expression B correspond un radical  $z$  de manière que l'on puisse écrire la formule (2). Mais ce n'est pas cela qui importe pour la suite du raisonnement; au contraire, il faut prouver qu'à tout radical  $z$  correspond, de la manière indiquée, une expression B.

Les auteurs qui ont exposé cette théorie <sup>(1)</sup> ne se sont pas non plus préoccupés du cas en question, dans lequel, comme nous allons le voir, le raisonnement exige une modification.

Supposons que la relation (2) ait été établie entre un radical  $z$  et une expression suivante B. Il pourra fort bien arriver que, en continuant la réduction, on tombe sur un autre radical  $z'$  qui entre explicitement dans B, mais non dans aucune expression antérieure. Il est aisé de voir qu'on ne peut opérer la réduction par rapport à  $z'$  sans compromettre la réduction déjà opérée par rapport à  $z$ . En effet, les coefficients  $b_0, b_1, \dots, b_{p-1}$  qui figurent au second membre de la formule (2) étant alors des fonctions de  $z'$ , l'expression B pourra s'ordonner par rapport à cette dernière lettre, le coefficient de  $z'$  étant  $b'_\lambda = m_{0\lambda} + m_{1\lambda} z' + \dots + m_{p-1,\lambda} z'^{p-1}$ .

C'est le produit  $b'_\lambda z'^\lambda$  qu'il faudrait prendre pour nouveau radical à la place de  $z'$ ; or il est clair que dans l'expression B ainsi transformée, il introduirait en général d'autres termes en  $z$  que celui que nous avons mis en évidence avec le coefficient 1.

Pour tourner la difficulté, soit  $m_{\mu\lambda} z'^\lambda z^\mu$  ( $\lambda \neq 0$ ) un terme contenant  $z'$ ; on prendra pour inconnue la quantité  $m_{\mu\lambda} z'^\lambda$ , ce qui n'influera en rien sur la réduction précédemment opérée, et permettra de supposer  $m_{\mu\lambda} = 1, \lambda = 1$ . Nous pouvons donc amener B à contenir : 1° un terme en  $z$ ; 2° un terme en  $z'z^\mu$ , tous deux avec le coefficient 1; et on voit immédiatement que la conclusion se généraliserait au cas où l'on aurait plus de deux radicaux intervenant dans la même expression B.

La forme réduite ainsi obtenue permet, d'ailleurs, comme

<sup>(1)</sup> Voir, par exemple : Netto, *Substitutionentheorie*; Vogt, *Leçons sur la résolution algébrique des équations*.

celle qui est relative au cas envisagé ordinairement, de démontrer que chaque radical est une fonction rationnelle des différentes valeurs de  $B$ . En effet, on obtient ces différentes valeurs en donnant à tous les radicaux antérieurs à  $B$ , et en particulier à  $z$  et à  $z'$ , leurs différentes déterminations. En multipliant ces valeurs par des racines de l'unité, on pourra former deux combinaisons linéaires dont l'une ne contiendra que le terme en  $z$ , l'autre que le terme en  $z'z^u$  et qui, par suite, donneront les valeurs de  $z$  et de  $z'$ .

*Séance du 29 avril 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. DURÈGNE.

---

M. Hugron, ingénieur des Télégraphes à Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

M. le Président donne lecture d'une lettre du président de la Société Philomathique de Bordeaux, annonçant l'intention qu'a cette Société de publier une revue périodique régionale, dont elle communique le programme.

La Société décide de proposer à la Société Philomathique :

1° De lui envoyer tous les mois un résumé de nos travaux, qui serait inséré gratuitement dans la revue projetée;

2° De faire l'échange réciproque de leurs publications.

**Sur une suite remarquable d'opérations;**

Par M. G. BRUNEL.

Soit  $O$  un objet quelconque, être de nature déterminée, courbe ou surface, ensemble de figures géométriques, de concepts algébriques, pensée, idée, etc.

Effectuons sur cet objet une opération, que nous représenterons par un symbole  $P$ , et imaginons que cette opération

transforme l'objet  $O$  en un autre objet déterminé  $O_1$ . Nous représenterons le résultat ainsi obtenu par une égalité symbolique et nous écrirons

$$P(O) = O_1,$$

pour indiquer que l'opération  $P$  effectuée sur l'objet  $O$  fournit l'objet  $O_1$ . L'opération  $P$  peut, dans certains cas, être sans influence sur l'objet  $O$ ; nous représenterons par une seule et même lettre  $P$  une opération qui, dans certaines conditions, dépendant par exemple des caractères propres à cette opération ou de certains paramètres qui entrent dans sa constitution, se réduit à l'opération identique.

C'est ainsi qu'une élévation à la puissance  $m^{\text{ième}}$  de la variable  $x$  est une opération donnant en général un résultat différent de  $x$ . Cependant, si  $m$  est égal à 1, l'opération se réduit à l'opération identique. Il en est de même pour l'extraction de la racine  $m^{\text{ième}}$ .

La multiplication de  $x$  par une constante donnée  $k$  est une opération qui se réduit à l'opération identique si  $k$  est égal à 1. De même pour la division.

L'addition à  $x$  d'une constante  $a$  est une opération qui se réduit à l'opération identique si  $a$  est égal à 0. De même pour la soustraction.

En même temps que les opérations directes du symbole  $P$ , nous considérerons des opérations inverses que nous représenterons par des symboles  $P^{-1}$ . L'opération  $P^{-1}$  est par définition une opération qui effectuée sur l'objet  $O_1$  a pour résultat de fournir l'objet primitif  $O$ .

$$P^{-1}(O_1) = O.$$

On peut donc écrire

$$P^{-1}(P(O)) = O,$$

ou plus simplement

$$P^{-1}P = 1.$$

Nous supposerons toujours que l'on a aussi

$$PP^{-1} = 1.$$

Ceci posé, considérons un ensemble d'opérations distinctes les unes des autres

$$P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$$

et les opérations inverses définies comme il a été dit précédemment

$$P_1^{-1}, P_2^{-1}, P_3^{-1}, \dots, P_n^{-1}.$$

Nous nous proposons de voir si l'on peut construire une suite d'opérations telles que le résultat final jouisse de la propriété suivante : il faut que si l'une quelconque  $P_k$  des opérations constitutantes se réduit à l'opération identique, l'opération totale qui subsiste alors se réduise également à l'opération identique.

Nous supposons que les opérations  $P$  sont indépendantes les unes des autres. La réduction de la suite des opérations ne pourra pas provenir du voisinage dans le symbole représentatif d'opérations consécutives d'indices distincts, mais seulement du voisinage d'opérations de même indice, l'une directe et l'autre inverse.

Il est évident, dans ces conditions, que le nombre total des opérations qui peuvent figurer dans une suite telle que celle que nous cherchons est nécessairement pair, et que l'une des opérations doit apparaître autant de fois comme inverse qu'elle figure comme directe. D'autre part, le symbole de la suite des opérations ne doit pas contenir à côté l'une de l'autre deux opérations directe et inverse, car, si cela avait lieu, il y aurait réduction de la suite des opérations avant que l'on ne ramène l'une d'elles à être l'opération identique.

Le cas le plus simple est celui où  $n = 2$ . Formons alors avec les opérations  $P_1$  et  $P_2$  le symbole

$$Q(1, 2) = P_2^{-1} P_1^{-1} P_2 P_1,$$

c'est-à-dire, considérons l'opération  $Q$  obtenue en effectuant successivement les opérations  $P_1$ , puis  $P_2$ , puis  $P_1^{-1}$ , puis  $P_2^{-1}$ . Un objet  $O$  sera alors transformé successivement en des objets  $O_1$ , puis  $O_2$ , puis  $O_3$ , puis  $O_4$ .

Si  $P_1$  devient l'opération identique, il en est de même de l'opération inverse  $P_1^{-1}$  et  $Q$  devient simplement

$$P_2^{-1}P_2 = 1.$$

De même si  $P_2$  devient l'opération identique, il en est de même de l'opération inverse et  $Q$  devient simplement

$$P_1^{-1}P_1 = 1.$$

L'opération  $Q$  est donc bien une suite d'opérations jouissant des propriétés demandées.

Soient  $R$  et  $S$  deux suites d'opérations jouissant des mêmes propriétés et formées, la première à l'aide de  $k$  opérations fondamentales, la seconde à l'aide de  $l$  autres opérations fondamentales, les opérations inverses  $R^{-1}$  et  $S^{-1}$  jouiront des mêmes propriétés. Formons le symbole

$$S^{-1}R^{-1}SR,$$

qui n'admet évidemment pas de réduction immédiate. Si on suppose que l'une des  $k + l$  opérations fondamentales devient l'opération identique, il en est de même soit de  $R$  et, par suite, de  $R^{-1}$ , soit de  $S$  et, par suite  $S^{-1}$ , par suite de la construction même de  $R$  et de  $S$ , et l'opération totale se réduit à

$$S^{-1}S = 1$$

ou à

$$R^{-1}R = 1;$$

Cette remarque nous permet dès lors de former, pour toute valeur de  $n$ , des suites d'opérations jouissant des propriétés demandées.

Le procédé qui vient de nous permettre de construire une suite d'opérations de la nature indiquée, peut encore être généralisé en remarquant que dans un tel symbole d'opérations on peut remplacer une ou plusieurs des opérations fondamentales par une suite d'opérations jouissant de la propriété indiquée et formée avec des opérations fondamentales distinctes de celles qui figurent dans le symbole d'où l'on part.

Les considérations qui précèdent s'appliquent immédiatement



à la construction du système de  $n$  courbes enlacées en sorte que, si l'on supprime l'une quelconque d'entre elles, les  $n - 1$  courbes qui restent ne soient plus reliées entre elles. Ce problème dont Tait avait donné une solution pour le cas de  $n = 3$  dans ses recherches sur les nœuds a été étudié par Braun (dans les *Berichte* de Munich), qui a donné des exemples nouveaux dont l'un se généralise et s'applique au cas de  $n$  quelconque. Les résultats de Braun peuvent être regardés comme des cas spéciaux des résultats présentés dans cette note. Il y a, d'ailleurs, des ensembles de courbes répondant à la question telle que Braun l'a posée, qui ne peuvent être traités par la méthode indiquée ici.

Le problème de la construction d'une suite d'opérations, telles que, si l'on amène à être identiques deux et deux quelconques ou plus généralement  $k$  et  $k$  quelconques des opérations fondamentales, il ne reste que l'opération identique, ne présente pas de difficulté et n'exige que de légères modifications de la méthode que nous avons suivie.

---

*Séance du 15 mai 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. DURÈGNE.

---

M. Hautreux rappelle que, dans la séance du 16 juillet 1896, il annonçait que l'étude des glaces dans l'Atlantique Nord pouvait faire prévoir un hiver doux; il est heureux de constater que ses prévisions ont été pleinement réalisées. Il annonce que cette année les glaces ont fait leur apparition sur le banc de Terre-Neuve beaucoup plus tôt que d'habitude. Les renseignements qu'il espère avoir d'ici au mois d'août lui permettront, à cette époque, de faire ses prévisions pour le prochain hiver.

## Sur la forme type des dunes primaires;

Par M. E. DURÈGNE.

Les documents topographiques et historiques permettent aisément d'établir sur la carte la ligne séparative entre les dunes modernes, récemment fixées, et les dunes anciennes de notre littoral. La différence des flores est extrêmement nette sur le terrain, et aucune confusion n'est possible entre les deux formations sur le détail desquelles je me suis étendu antérieurement dans diverses publications<sup>(1)</sup>.

La présente communication a pour but de préciser les caractères distinctifs que présentent les dunes anciennes au point de vue de leur forme, et de rectifier certaines incorrections des cartes déjà publiées.

Ce qui frappe, dès le premier abord, l'explorateur de ces espaces presque déserts, c'est la discordance très nette des deux âges des dunes : partout la dune moderne rencontre à angle droit la dune ancienne.

Les massifs anciens présentent des fronts d'éboulement perpendiculaires au rivage océanique, aussi la carte de l'état-major, négligeant les détails, figure-t-elle des crêtes *continues* orientées de l'ouest à l'est.

Je renverrai à ce sujet aux dunes anciennes des environs de Cazaux (feuille de La Teste-de-Buch), de Messanges et de Soustons (feuille du Vieux-Boucau).

En réalité, il n'en est pas ainsi; le massif ancien est composé de boucles successives, dessinant sur le sol un réseau de mailles semblables. Les éléments de ces boucles affectent approximativement la forme de paraboles dont l'axe serait la ligne est-ouest.

Le sommet de la parabole est à l'est, et, généralement, une seule des branches infinies est suffisamment développée.

<sup>(1)</sup> *Actes de la Société Linnéenne. — Bulletin de la Société de Géographie commerciale, etc.*

Dans le groupe de La Teste, si mal interprété dans la carte de l'état-major, la principale branche est celle du sud. L'inverse se constate dans les dunes de Soustons et de Messanges.

Le sommet de la parabole est en même temps le point culminant de toute dune élémentaire; il y a toutefois un point maximum sur la branche infinie.

Sans pouvoir établir à ce sujet une loi, on constate que les paraboles élémentaires prennent une forme de plus en plus allongée à mesure qu'on se dirige de l'ouest vers l'est.

Les dunes isolées qu'on rencontre sur tout le plateau présentent cette forme allongée à un très haut degré; elles sont sensiblement rectilignes, terminées par un renflement à leur extrémité est.

Il est évident, à l'examen d'un levé soigné de cette région, que les dunes anciennes du littoral, de même que celles de l'intérieur, sont essentiellement continentales et qu'elles ont été modelées par les vents sans aucune influence directrice de rivage.

D'ailleurs, cette forme est la plus naturelle; les grains de quartz qui constituent ces massifs ont naturellement tendance à se mouvoir parallèlement au vent. Ils se mouvront plus facilement sur l'une des faces d'une dune dont l'arête sera parallèle au vent que sur le plan incliné faisant face à l'Océan que présentent les dunes littorales dans les premières phases de leur mouvement.

On peut, en résumé, résumer la présente communication en ces termes :

Les dunes anciennes sont les débris de dunes littorales, primitivement parallèles au rivage ancien (beaucoup plus à l'ouest que le rivage actuel), lesquelles se sont fragmentées, se sont incurvées en arcs de paraboles, ayant pour forme limite un tracé rectiligne parallèle à la résultante des vents dominants.

## Expression des coefficients du développement de $(1-x)^k \log^p(1-x)$ ;

Par M. A. FÉRAUD.

Si l'on désigne par  $A_n^p$  le coefficient de  $x^n$  dans le développement de  $\log^p(1-x)$  suivant les puissances de  $x$ , et par  $C_q^r$  la somme des combinaisons  $r$  à  $r$  des quantités  $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{q}$ , on a

$$(1) \quad A_n^p = (-1)^p \frac{p!}{n} C_{n-1}^{p-1};$$

on doit convenir de prendre  $C_q^0$  égal à 1 quel que soit l'indice  $q$ .

Le procédé que j'ai employé, dans la première partie de ma thèse (*Annales de l'Observatoire de Bordeaux*, t. VII), pour établir cette relation, permet aussi de trouver la valeur des coefficients du développement en série de  $(1-x)^k \log^p(1-x)$ .

Posons

$$(2) \quad (1-x)^k \log^p(1-x) = \alpha_p^{p,k} x^p + \alpha_{p+1}^{p,k} x^{p+1} + \dots + \alpha_n^{p,k} x^n + \dots$$

Nous nous proposons de déterminer les coefficients  $\alpha_n^{p,k}$ .

Nous supposons d'abord  $p > k$ .

Prenant les dérivées premières et secondes des deux membres de la relation (2), on obtient

$$\begin{aligned} & (-1)(1-x)^{k-1} [k \log^p(1-x) + p \log^{p-1}(1-x)] \\ & = p \alpha_p^{p,k} x^{p-1} + (p+1) \alpha_{p+1}^{p,k} x^p + \dots + n \alpha_n^{p,k} x^{n-1} + \dots \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} & (-1)^2 (1-x)^{k-2} [k(k-1) \log^p(1-x) + p(k+k-1) \log^{p-1}(1-x) \\ & + p(p-1) \log^{p-2}(1-x)] = p(p-1) \alpha_p^{p,k} x^{p-2} + (p+1)p \alpha_{p+1}^{p,k} x^{p-1} \\ & + \dots + n(n-1) \alpha_n^{p,k} x^{n-2} + \dots \end{aligned}$$

Envisageons la parenthèse du premier membre de la dérivée seconde.

Le coefficient de  $\log^p (1 - x)$  est égal à  $k(k - 1)$ ; c'est la somme des combinaisons deux à deux des quantités  $k, k - 1$ .

Pour former le coefficient de  $\log^{p-1} (1 - x)$ , on multipliera le coefficient de  $\log^{p-1} (1 - x)$  dans la dérivée première par l'exposant  $k - 1$  du facteur  $(1 - x)^{k-1}$ , et on ajoutera au résultat le produit de  $p$  par le coefficient  $k$  de  $\log^p (1 - x)$  dans la dérivée première. Le coefficient de  $\log^{p-1} (1 - x)$  dans la dérivée seconde peut donc s'écrire

$$p(k + k - 1).$$

C'est le produit de  $p$  par la somme des combinaisons 1 à 1 des quantités  $k, k - 1$ .

Le coefficient de  $\log^{p-2} (1 - x)$  est égal à  $p(p - 1)$ .

La loi de formation des coefficients des puissances de  $\log (1 - x)$  dans les dérivées successives s'obtient par la voie que je viens d'indiquer; le coefficient de  $\log^{p-q} (1 - x)$  dans la dérivée d'ordre  $m$  est égal au produit de  $p(p - 1), \dots, (p - q + 1)$  par la somme des combinaisons  $m - q$  à  $m - q$  des quantités  $k, k - 1, \dots, k - m + 1$ .

Prenons  $k$  fois la dérivée, de façon à faire disparaître le facteur  $(1 - x)$ , et désignons par  $\gamma_k^r$  la somme des combinaisons  $r$  à  $r$  des quantités  $k, k - 1, \dots, 2, 1$ ; nous aurons

$$(3) \left\{ \begin{aligned} & (-1)^k [\gamma_k^k \log^p (1 - x) + p \gamma_k^{k-1} \log^{p-1} (1 - x) + \dots \\ & \quad + p(p-1) \dots (p-k+2) \gamma_k^1 \log^{p-k+2} (1 - x) \\ & \quad + p(p-1) \dots (p-k+1) \log^{p-k} (1 - x)] \\ & = p(p-1) \dots (p-k+1) c_p^{p,k} x^{p-k} + \dots \\ & \quad + n(n-1) \dots (n-k+1) \alpha_n^{p,k} x^{n-k} + \dots \end{aligned} \right.$$

Égalons les coefficients des mêmes puissances de  $x$  dans les deux membres; nous avons, en tenant compte de la

formule (1),

$$\begin{aligned}
 (-1)^k & \left[ \gamma_k^k (-1)^p \frac{p!}{n-k} C_{n-k-1}^{p-1} + \gamma_k^{k-1} (-1)^{p-1} \frac{p!}{n-k} C_{n-k-1}^{p-2} + \dots \right. \\
 & \left. + \gamma_k^1 (-1)^{p-k+1} \frac{p!}{n-k} C_{n-k-1}^{p-k} + (-1)^{p-k} \frac{p!}{n-k} C_{n-k-1}^{p-k-1} \right] \\
 & = n(n-1) \dots (n-k+1) \alpha_n^{p,k};
 \end{aligned}$$

d'où

$$(4) \left\{ \alpha_n^{p,k} = (-1)^{p+k} \frac{p!}{n(n-1) \dots (n-k)} \left[ \gamma_k^k C_{n-k-1}^{p-1} - \gamma_k^{k-1} C_{n-k-1}^{p-2} + \dots + (-1)^k C_{n-k-1}^{p-k-1} \right] \right.$$

Dans l'hypothèse envisagée, cette formule donne  $\alpha_n^{p,k}$  quel que soit l'indice  $n$ . Il est toutefois à remarquer que, pour les valeurs de  $n$  suffisamment voisines de  $p$ , quelques-uns des symboles  $C_{n-k-1}^r$  n'ont plus de sens, car l'indice supérieur est plus grand que l'indice inférieur; il faudra, lorsque cette circonstance se présentera, remplacer ces symboles par zéro. Remarquons encore que, pour  $p = k + 1$ , l'indice supérieur de  $C_{n-k-1}^{p-k-1}$  est nul; conformément à la convention du début, ce symbole devra être remplacé par l'unité.

Supposons maintenant  $p \leq k$ .

La loi de formation des coefficients des diverses puissances de  $\log(1-x)$  reste la même que précédemment.

En prenant la dérivée d'ordre  $p$ , on introduira, dans la parenthèse du premier membre, un terme constant égal à  $p!$

En prenant la dérivée d'ordre  $p + 1$ , on introduira, dans la parenthèse du premier membre, un terme constant égal au produit de  $p!$  par la somme des combinaisons 1 à 1 des quantités  $k, k-1, \dots, k-p$ .

On verra facilement que la loi de formation des termes constants est la même que celle des coefficients des puissances de  $\log(1-x)$ . Dans la dérivée d'ordre  $p + m$ , le terme constant est égal au produit de  $p!$  par la somme des combinaisons  $m$  à  $m$  des quantités  $k, k-1, \dots, k-(m+p)+1$ .

Prenons  $k$  fois la dérivée, de façon à faire disparaître le facteur  $1 - x$ ; nous aurons

$$(3') \left\{ \begin{aligned} & (-1)^k [\gamma_k^k \log^p(1-x) + p \gamma_k^{k-1} \log^{p-1}(1-x) + \dots \\ & \quad + p! \gamma_k^{k-p+1} \log(1-x) + p! \gamma_k^{k-p}] \\ & = k(k-1) \dots 2.1 \alpha_k^{p,k} + (k+1)k \dots 3.2 \alpha_{k+1}^{p,k} x + \dots \\ & \quad + n(n-1) \dots (n-k+1) \alpha_n^{p,k} x^{n-k} + \dots \end{aligned} \right.$$

On égalera les coefficients des mêmes puissances de  $x$  dans les deux membres; on voit alors que la formule (4) donne encore la valeur des coefficients  $\alpha_n^{p,k}$ , pour  $n > k$ , si l'on convient, comme précédemment, de remplacer le symbole  $C_q^r$  par 1 ou par zéro lorsque l'indice supérieur est nul ou plus grand que l'indice inférieur, et si l'on convient, en outre, de remplacer ce symbole par zéro lorsque l'indice supérieur est négatif.

Il reste à trouver la valeur de  $\alpha_k^{p,k}$  pour  $n \leq k$ .

On obtiendra  $\alpha_k^{p,k}$  en égalant les termes indépendants de  $x$  dans les deux membres de la relation (3'), on a ainsi

$$\alpha_k^{p,k} = (-1)^k \frac{p!}{k!} \gamma_k^{k-p}.$$

Pour avoir  $\alpha_{k-m}^{p,k}$  ( $p < k - m < k$ ), nous égalons les termes indépendants de  $x$  dans les deux membres de la dérivée d'ordre  $k - m$ ; nous obtenons ainsi

$$\alpha_{k-m}^{p,k} = (-1)^{k-m} \frac{p!}{(k-m)!} \sigma_{k,m+1}^{k-m-p},$$

où  $\sigma_{k,m+1}^{k-m-p}$  désigne la somme des combinaisons  $k - m - p$  à  $k - m - p$  des quantités  $k, k-1, \dots, m+1$ .

Enfin, on a

$$\alpha_p^{p,k} = (-1)^p.$$

La formule (4) qui donne, dans tous les cas, la valeur de

$\alpha_n^{p,k}$  lorsque  $n$  est suffisamment grand se prête bien à la détermination de la valeur asymptotique de ce coefficient pour  $n$  très grand.

On sait, en effet, que la valeur asymptotique de  $m! C_{n-k-1}^m$  ( $m > 0$ ) est égale à  $\log^m n$ . Donc, lorsque  $p$  est plus grand que 1, la valeur asymptotique de  $\alpha_n^{p,k}$ , pour  $n$  très grand, est égale à

$$(-1)^{p+k} \frac{k! p}{n^{k+1}} \log^{p-1} n.$$

Lorsque  $p = 1$ , la valeur asymptotique de  $\alpha_n^{1,k}$  est

$$(-1)^{1+k} \frac{k!}{n^{k+1}}.$$

### Procédé d'agrandissement direct des négatifs au gélatino-bromure d'argent par dilatation de la gélatine;

Par M. STEPHEN WILLM.

(Présenté par M. H. GOGUEL.

Au fond d'une cuvette contenant une dilution d'acide chlorhydrique à 15 0/0 environ, on dispose un verre bien propre de dimensions supérieures à celles du cliché qu'il s'agit d'agrandir (par exemple un verre  $13 \times 18$  s'il s'agit d'agrandir un cliché  $9 \times 12$ ); le négatif est plongé dans ce liquide; sous l'action de l'acide, la gélatine tend à se détacher du verre; afin de l'enlever, on la *retrousse* délicatement au moyen d'un pinceau doux, en procédant par tractions légères et répétées; cette opération se fait très aisément, la gélatine acquérant dans l'acide une fermeté et une élasticité remarquables et ne se déformant en aucune façon.

La gélatine une fois détachée et flottant dans le bain, on enlève de la cuvette le verre primitif; puis on retire la grande



plaque en maintenant la pellicule à sa surface au moyen des doigts, sans s'inquiéter du reste qu'elle soit étendue régulièrement ou repliée sur elle-même : cela est indifférent. On immerge alors le tout dans une cuvette d'eau pure à une température variant entre 18° et 22° C. environ ; presque aussitôt, on constate une augmentation progressive de la surface de la gélatine ; après deux ou trois minutes d'immersion, elle a atteint son maximum de dilatation et l'on peut la retirer du bain, opération qui demande à être menée délicatement, surtout lorsque le cliché est de dimensions assez grandes.

Le séchage appelle quelques observations particulières. D'une manière générale, il est bon de le surveiller. On l'accélérera, surtout s'il s'agit de clichés de grandes dimensions, en soufflant fortement sur la plaque placée horizontalement, afin de chasser l'eau vers les bords et de là à l'extérieur. Tant que les bords extrêmes de la gélatine ne seront pas secs et la couche tout entière adhérente au verre, on ne devra jamais manier le cliché autrement que par déplacement horizontal.

Il peut arriver quelquefois que la gélatine se rétracte pendant la durée du séchage et que, les bords de la couche étant déjà adhérents, des déchirures intérieures viennent à se produire ; on prévendra tout accident de ce genre en recouvrant le négatif, au sortir du second bain, d'une feuille de papier de soie <sup>(1)</sup> préalablement imbibée dans l'eau et dont on repliera les bords sous le verre de manière à emprisonner complètement la gélatine ; on enlèvera ensuite l'excès d'eau en pressant légèrement une feuille de papier buvard à la surface et l'on pourra alors manier le cliché sans aucun danger.

REMARQUES. — *Dans des circonstances normales*, la surface du nouveau négatif se trouve environ doublée ; en élevant la température du bain d'eau, l'agrandissement est un peu plus considérable, mais, par contre, la gélatine perd un peu de sa

(1) Le papier dont on fait les fleurs artificielles convient parfaitement pour cet usage.

solidité; la manière dont a été traité le cliché primitif, le soin avec lequel il a été purgé de ses sels fixateurs et autres influent aussi sur la dilatation de la gélatine.

Ce procédé a comme résultat accessoire d'améliorer les négatifs dans un assez grand nombre de cas; il est surtout indiqué pour les clichés dont le développement a été très poussé, pour ceux qui présentent de vives oppositions de lumières; bien souvent, les portraits gagnent à être ainsi traités; l'agrandissement fait alors véritablement fonction de retouche en fondant légèrement les teintes, en atténuant les hautes lumières et détaillant les lointains. Ajoutons que les négatifs les plus fouillés ne perdent jamais rien de leur netteté et de leurs détails.

Nous n'ignorons pas que la possibilité d'obtenir des résultats pratiques par dilatation de la gélatine a été niée, ou tout au moins fortement mise en doute; cependant, les faits que nous avons observés sont nets et probants.

Il va de soi que tous les clichés ne sont pas également propres à être ainsi agrandis; c'est à l'opérateur à faire un choix judicieux. C'est ainsi qu'il faut laisser de côté les négatifs trop transparents, à moins de leur faire subir un renforcement préalable.

Il ne faut jamais employer un cliché qui a été séché rapidement au-dessus d'une lampe; les parties qui auraient été plus chauffées que d'autres se boursoufleraient en acquérant une dilatation beaucoup plus grande que celle des autres parties et le cliché serait perdu.

La gélatine agrandie, une fois séchée, acquiert une constitution nouvelle et définitive, en ce sens que le cliché peut être soumis à l'eau sans subir aucune modification en sens contraire; *seul l'acide chlorhydrique dilué agit sur elle*; elle tend comme précédemment à se détacher du verre et, phénomène important, à reprendre ses dimensions primitives. On rendra donc exactement à un cliché agrandi ses dimensions primitives en le plongeant dans l'acide dilué; mais le bain de

lavage doit être alors, non pas l'eau où elle se redilaterait, mais l'alcool, qui achèvera de lui rendre ses premières dimensions.

Si, par exception, la gélatine d'un cliché qu'il s'agit d'agrandir ne voulait pas se laisser détacher, ce qui arrive quelquefois pour les clichés frais, il faudrait ajouter à la dilution une notable proportion d'alcool et renforcer légèrement avec de l'acide chlorhydrique.

M. Goguel signale, en terminant, l'utilité que paraît devoir présenter ce procédé pour la microphotographie. Il présente les épreuves d'un test-objet obtenues à l'aide d'un objectif à immersion et comparativement une épreuve plus grande du même objet obtenue avec un objectif sans immersion et agrandie par le procédé indiqué plus haut.

### **Sur les conditions de décomposition d'une forme ternaire;**

Par M. HADAMARD.

Parmi les conditions pour qu'une courbe plane d'ordre  $n$  contienne une droite, il semble probable qu'il n'y en a aucune de degré inférieur à  $n + 1$ .

En tout cas, on peut démontrer l'existence de faisceaux de courbes de la forme

$$(1) \quad f(x, y, z) + \lambda \varphi(x, y, z) = 0,$$

tels que, pour  $n + 1$  valeurs de  $\lambda$ , la courbe (1) renferme une droite. Si  $C_n$  est la courbe générale d'un tel faisceau, toute condition d'ordre au plus égal à  $n$  et vérifiée pour les courbes décomposables est aussi vérifiée pour toute courbe  $C_n$ .

L'existence des faisceaux (1) semble assez difficile à établir directement. Si, par exemple, on essayait de se donner une des courbes décomposables, constituée par une droite  $\Delta_1$  et

une courbe  $\Gamma_1^{(n-1)}$  et que  $\Delta_2$  soit une autre des droites figurant dans le faisceau, il faudrait, par les  $n-1$  points d'intersection de  $\Delta_1$  et  $\Gamma_1^{(n-1)}$ , mener  $n-1$  droites coupant  $\Gamma_1^{(n-1)}$  en  $(n-1)(n-2)$  autres points P et  $\Delta_2$  en  $n-1$  points Q formant avec les P un système d'intersection de courbes de degré  $n-1$  : rien ne prouve, *a priori*, que cela soit possible.

Je suis arrivé au résultat par une voie toute différente, fondée sur la représentation symbolique. Soit  $\mu$  un entier positif quelconque, et considérons, d'une part,  $n$  formes de degré  $1 + \mu$

$$(2) \quad f_1(x) \equiv a_x^{(1)1+\mu}, \quad f_2(x) \equiv a_x^{(2)1+\mu}, \quad \dots, \quad f_n(x) \equiv a_x^{(n)1+\mu},$$

d'autre part, un réseau linéaire à  $n$  paramètres homogènes composé de formes tangentielles de classe  $n-1 + \mu$

$$(3) \quad \rho_1 u_{g(1)}^{n-1+\mu} + \rho_2 u_{g(2)}^{n-1+\mu} + \dots + \rho_n u_{g(n)}^{n-1+\mu}.$$

Soit enfin  $u_\gamma^{\frac{(n-1)(n-2)}{2}}$  une forme tangentielle de classe  $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ . La forme

$$(4) \quad \prod_{ik} (g^{(i)} g^{(k)} \gamma), \quad \prod_i a_{g(i)}^{(i)\mu} a_x^{(1)} a_x^{(2)} \dots a_x^{(n)}$$

est un combinant du réseau (3). Elle contient d'ailleurs un facteur du premier degré  $a_{g(i)}^{(i)\mu} a_x^{(i)}$  dès que l'une des formes fondamentales de ce réseau est une puissance  $(n-1 + \mu)^{\text{ième}}$  exacte. Elle contient donc un facteur du premier degré dès que le réseau contient une puissance  $(n-1 + \mu)^{\text{ième}}$  exacte.

Cela posé, prenons pour fondamentales du réseau (3) les suivantes

$$u_{g(i)}^{n-1+\mu} \equiv A_1^{(i)} P_1^{n-1+\mu} + \dots + A_{n+1}^{(i)} P_{n+1}^{n-1+\mu},$$

$$u_{g(n)}^{n-1+\mu} \equiv (A_1^{(n)} + \lambda A_1'^{(n)}) P_1^{n-1+\mu} + \dots + (A_1^{(n)} + \lambda A_1'^{(n)}) P_{n+1}^{n-1+\mu}$$

( $i = 1, 2, \dots, n-1$ )

où les  $P$  représentent des formes tangentielles de première classe.

Dans ces conditions, le réseau (3) contient une puissance  $(n - 1 + \mu)^{\text{ième}}$  exacte  $P_h^{n-1+\mu}$  chaque fois que le déterminant obtenu par la suppression de la colonne de rang  $h$  dans la matrice

$$\begin{vmatrix} A_1^{(1)} & A_2^{(1)} & \dots & A_{n+1}^{(1)} \\ A_1^{(2)} & A_2^{(2)} & \dots & A_{n+1}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_1^{(n-1)} & A_2^{(n-1)} & \dots & A_{n+1}^{(n-1)} \\ A_1^{(n)} + \lambda A_1'^{(n)} & A_2^{(n)} + \lambda A_2'^{(n)} & \dots & A_{n+1}^{(n)} + \lambda A_{n+1}'^{(n)} \end{vmatrix}$$

est nul. Aux  $n + 1$  valeurs de l'entier  $h$  correspondent donc  $n + 1$  valeurs de  $\lambda$  pour lesquelles le polynôme (4) contient un facteur linéaire : ce qu'il fallait démontrer.

---

*Séance du 3 juin 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. DURÈGNE

---

### **Sur les mesures d'étoiles doubles faites par M. S. de Glasenapp;**

Par M. G. RAYET.

J'ai l'honneur de présenter à la Société des Sciences physiques, au nom de M. S. de Glasenapp, directeur de l'Observatoire de l'Université de Saint-Petersbourg, la quatrième série de ses mesures d'étoiles doubles faites en 1895 et 1896 à Saint-Petersbourg et dans la localité voisine de Domkino.

La mesure des étoiles doubles, peut-être plus encore que toute autre espèce d'observations astronomiques, exige une atmosphère calme et transparente. Les observatoires placés dans les villes, dont l'atmosphère est toujours chargée de

fumée et de poussière, sont donc mal placés pour ce genre d'études. Aussi M. S. de Glasenapp a-t-il été obligé de transporter son réfracteur de 0<sup>m</sup>240 d'ouverture dans la localité de Domkino, au voisinage d'un lac de 12 kilomètres de longueur sur 2 kilomètres de largeur et dans une région couverte de forêts dont la présence garantit la pureté de l'air.

Mais il résulte d'expériences déjà un peu anciennes du savant professeur de l'Université de Pétersbourg, que des conditions plus favorables encore se rencontrent dans le Caucase, à Abastouman (gouvernement de Tiflis). « Entouré de mont-  
» gnes vêtues de forêts, à une hauteur de 1,359 mètres,  
» Abastouman se distingue par une pureté remarquable de  
» l'atmosphère. L'air y est pur, surtout en hiver, quand le sol  
» se couvre de neige d'une blancheur éclatante; les images  
» des étoiles se distinguent alors par une netteté et une tran-  
» quillité parfaites. »

Une partie des observations antérieures de M. de Glasenapp a été faite à Abastouman même, où le grand-duc Georges poursuit depuis quelques années la construction d'un observatoire appelé à rendre les plus grands services.

Le mémoire actuel de M. de Glasenapp renferme les mesures, deux et trois fois répétées, de trois cents couples d'étoiles doubles dont la distance minima est de 1'5. La concordance des résultats fait le plus grand honneur à l'habileté de l'astronome.

## Sur l'équation de Gylden-Linstedt généralisée;

Par M. L. PICART.

L'équation que nous envisageons est la suivante :

$$(1) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + q^2 x + x \varphi(t) = 0,$$

où l'on a

$$\varphi(t) = q_1 \cos 2t + q_2 \cos 4t + \dots + q_n \cos 2nt,$$

$q_1, q_2, \dots, q_n$  étant des constantes très petites.

D'après la théorie des équations différentielles linéaires à coefficients périodiques, on sait que cette équation admet deux solutions particulières de la forme  $e^{h\sqrt{-1}t} f(t)$ ,  $e^{-h\sqrt{-1}t} f_1(t)$ ,  $h$  étant une constante;  $h\sqrt{-1}$  et  $-h\sqrt{-1}$  sont les exposants caractéristiques,  $f$  et  $f_1$  sont des fonctions périodiques de  $t$ , de période  $2\pi$ .

Si, d'autre part, on prend la solution paire  $F(t)$  de l'équation (1) qui se réduit à l'unité pour  $t=0$ , il est facile de voir que l'on a  $F(\pi) = \cos h\pi$ ; cela résulte de ce qu'on peut écrire  $F(t) = \sum \Lambda_m \cos (h + 2m) t$ .

Cette formule permet de calculer  $h$  par approximations successives; lorsque  $h$  est réel, on dit qu'il y a stabilité, la solution générale de l'équation (1) restant finie, quel que soit  $t$ .

Dans l'équation de Gylden-Linstedt,  $\varphi$  se réduit à son premier terme,  $q_1 \cos 2t$ ; Tisserand a montré qu'il y a stabilité lorsque  $q$  (que l'on peut toujours supposer positif) est différent des nombres 1 ou 2.

Nous nous proposons de montrer qu'il y a stabilité dans l'équation (1) lorsque  $q$  n'est pas égal à l'un des nombres de la suite

$$(2) \quad 1, 2, 3, \dots, 2n.$$

D'après un théorème de M. Poincaré, la solution paire  $F(t)$  que nous considérons sera une fonction entière de  $q_1, q_2, \dots, q_n$  et pourra être développée suivant les puissances de ces quantités. Si l'on pose

$$F(t) = F_0(t) + F_1(t) + \dots + F_p(t) + \dots,$$

$F_p$  désignant l'ensemble des termes de degré  $p$  par rapport aux  $q_i$ , on aura, pour déterminer les  $F$ , les équations

$$(3) \quad \frac{d^2 F_0}{dt^2} + q^2 F_0 = 0,$$

$$(4) \quad \frac{d^2 F_p}{dt^2} + q^2 F_p + F_{p-1} \varphi = 0.$$

$F_0$  doit se réduire à 1, et les autres fonctions  $F_p$  à zéro pour

$t = 0$ , et toutes ces fonctions doivent être paires. On aura donc  $F_0 = \cos qt$ , puis

$$(5) \quad F_p = \frac{1}{q} \cos qt \int_0^t F_{p-1} \varphi \sin qt \, dt - \frac{1}{q} \sin qt \int_0^t F_{p-1} \varphi \cos qt \, dt.$$

Nous allons appliquer cette formule au calcul de  $F_1, F_2, F_3, F_4$ , en nous attachant particulièrement aux termes qui contiennent le temps  $t$  en dehors des signes  $\sin$  et  $\cos$ . Remarquons d'abord que, puisque l'on a

$$\varphi(t) \sin qt = \sum \frac{q_i}{2} [\sin(q + 2i)t - \sin(q - 2i)t],$$

$$\varphi(t) \cos qt = \sum \frac{q_i}{2} [\cos(q + 2i)t - \cos(q - 2i)t],$$

de tels termes s'introduiront dans  $F_p$ , si  $F_{p-1}$  n'en contient pas, lorsque  $F_{p-1}$ , qui est alors une somme de cosinus, contient les arguments  $q + 2i$  ou  $q - 2i$ . On a d'ailleurs immédiatement

$$F_1 = \sum \frac{q_j}{8} \left[ \frac{\cos(q + 2j)t - \cos qt}{j(q + j)} - \frac{\cos(q - 2j)t - \cos qt}{j(q - j)} \right].$$

On voit que  $F_1$  renfermera, par suite, des termes tels que ceux dont nous parlons. Le calcul de ces termes se fait immédiatement si l'on observe :

1° Qu'ils ne peuvent provenir que de la seconde intégrale qui figure dans la formule (5), puisque  $F_1$  ne contient que des cosinus, et que, par conséquent, ils seront tous de la forme  $\Lambda t \sin qt$ ,  $\Lambda$  étant une constante;

2° Que le coefficient de  $q_i q_j$  dans le produit  $F_1 \varphi \cos qt$ , réduit en somme de cosinus, ne contiendra de termes constants que si l'on a  $i = j$ ; cela résulte de l'hypothèse faite sur  $q$ , puisque les différents arguments qui figurent dans ce produit sont

$$2q \pm 2i \pm 2j, \quad 2q \pm 2i, \quad 2i \pm 2j.$$

Ces termes peuvent donc se réunir en un seul, qui s'écrit

$$(6) \quad -t \sin qt \sum \frac{q_i^2}{16q(q^2 - i^2)}.$$



La partie restante de  $F_1$  peut s'écrire

$$(7) \quad \sum A_m (\cos mt - \cos qt),$$

où  $m$  désigne l'une des quantités  $q \pm 2i \pm 2j$ ,  $q \pm 2i$ . On remarquera que cette partie restante, qui s'annule pour  $t = 0$ , s'annule aussi pour  $t = \pi$ .

Si l'on passe maintenant au calcul de  $F_2$ , on voit d'abord que l'expression (7), substituée dans la formule (5) à la place de  $F_{p-1}$ , donnera deux sortes de termes : les premiers de la forme (7) elle-même, où  $m$  est alors l'un des nombres

$$q \pm 2i \pm 2j \pm 2k, \quad q \pm 2i \pm 2j, \quad q \pm 2i;$$

les seconds égaux à  $t \sin qt$ , sauf un facteur constant.

Quand on introduit ensuite dans cette formule (5), à la place de  $F_{p-1}$ , le terme  $t \sin qt$ , et qu'on intègre par parties, on trouve, outre une somme telle que (7), un ensemble de termes qui s'écrit

$$(8) \quad \sum \frac{q_j}{8} t \left[ \frac{\sin (q + 2j) t}{j (q + j)} - \frac{\sin (q - 2j) t}{j (q - j)} \right].$$

Dans  $F_2$ , l'expression (8) doit être multipliée par

$$- \sum \frac{q_i^2}{16q (q^2 - i^2)}.$$

Calculons maintenant  $F_3$ . Tous les termes de  $F_2$ , sauf les termes (8), donneront des expressions de la nature de celles que nous avons déjà rencontrées. Mais si l'on multiplie la somme (8) par  $\varphi(t) \sin qt$ , et qu'on réduise ce produit à une somme de lignes trigonométriques ayant toutes le facteur  $t$ , on voit qu'il existera dans ce produit des termes indépendants des cosinus. On aura par suite dans  $F_3$  des termes de la forme  $At^2 \cos qt$ . Les deux remarques faites à propos du calcul de  $F_2$  peuvent se reproduire presque sans modification; tous ces termes peuvent se réunir en un seul, qui s'écrira

$$- \left[ \sum \frac{q_i^2}{16q (q^2 - i^2)} \right]^2 \frac{t^2}{2} \cos qt.$$

Ceci posé, on aura

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} F(\pi) = \cos q\pi \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{2} \left[ \sum \frac{q_i^2}{16q(q^2 - i^2)} \right] + \dots \right\} \\ + \sin q\pi \left\{ -\pi \sum \frac{q_i^2}{16q(q^2 - i^2)} + \dots \right\}, \end{aligned} \right.$$

les termes non écrits dans la première et dans la seconde ligne étant, par rapport aux  $q_i$ , d'ordres supérieurs à 4 et 2 respectivement (1).

Il s'agit de montrer que la valeur absolue de  $F(\pi)$  est inférieure à l'unité lorsque les constantes  $q_i$  sont assez petites. Or, ce fait se voit immédiatement :

Lorsque  $q$  n'est pas un nombre entier,  $F(\pi)$  se réduit à  $\cos q\pi$  pour  $q_1 = q_2 = \dots = q_n = 0$ ; sa valeur absolue est alors inférieure à l'unité; comme  $F(\pi)$  est, d'autre part, une fonction entière des  $q_i$ , il en sera de même pour les petites valeurs de ces quantités.

Quand, au contraire,  $q$  est un nombre entier (différent de la suite (2)), on a

$$F(\pi) = (-1)^q \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{2} \left[ \sum \frac{q_i^2}{16q(q^2 - i^2)} \right] + \dots \right\}.$$

Le coefficient de  $\pi^2$  dans cette expression étant positif, pour des valeurs des  $q_i$  assez petites,  $F(\pi)$  aura des valeurs absolues voisines de 1 et inférieures à 1.

M. Duhem communique à la Société les résultats obtenus par M. Pélabon, à la Faculté des Sciences de Lille, en étudiant la double décomposition



Ces résultats sont conformes aux principes généraux de la théorie des faux équilibres (*Mémoires de la Société*, t. II).

(1) On pourrait voir facilement, de même que pour l'équation de Gylden-Lindstedt (Poincaré, *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, t. II, p. 231), que  $F(\pi)$  ne doit pas changer quand on change le signe de tous les  $q_i$ .

## Dominante des vents dans le bassin occidental de la Méditerranée;

Par M. HAUTREUX.

Le procédé graphique, basé sur la direction et la force du vent, avait donné pour le golfe de Gascogne des résultats intéressants; appliqué à différents points du bassin occidental de la Méditerranée, pour la matinée et pour la soirée, durant l'année 1896, il a donné les résultats suivants :

### Golfe de Lyon.

Les points choisis ont été : Perpignan, Cette, Marseille, Sicié et Nice.

*Le matin.* — La résultante de l'année donne :

Perpignan : des vents du .....	W.-N.-W.
Cette — .....	N.-N.-W.
Marseille — .....	N. 1/4 N.-W.
Sicié — .....	N.
Nice — .....	E.-N.-E.

Les vents de la matinée convergent vers le centre du golfe de Lyon.

*Le soir.* — Les résultantes deviennent :

Perpignan : vents venant du .....	N.-W.
Cette — .....	N.-W.
Marseille : mois froids, du .....	N.
— mois chauds .....	N.-W.
Sicié : mois froids, du .....	N.
— mois chauds .....	N.-W.
Nice : mois froids, du .....	N.-E.
— mois chauds .....	S.-W.

Le parallélisme des vents pendant la saison chaude pour les vents de la soirée, et leur convergence persistante pendant la saison froide sont deux faits notables.

Nice reste en dehors du champ d'action du mistral.

**Aux Baléares.**

*Le matin* : vents variables.

*Le soir* : la dominante vient du . . S.-W.

**Aux Bouches de Bonifacio.**

*Le matin* : vents variables.

*Le soir* : dominants venant de . . . Ouest.

**A Cagliari (Sardaigne).**

*Le matin* : vents du . . . . . W.-N.-W.

*Le soir* : — . . . . . N.-N.-W.

**A Alger.**

*Le matin* : neuf premiers mois . . . . S.-S.-E.

— automne . . . . . W.-S.-W.

*Le soir* : neuf premiers mois . . . . N.-E.

— automne . . . . . W.-N.-W.

Ainsi, la dominante des vents souffle du nord à l'ouest pour les points de la côte de Languedoc et celle de Provence, les Bouches et le sud de la Sardaigne; c'est la région du mistral, limitée par la ligne qui joint le cap de Creux au cap Boy et les îles d'Hyères au cap Corse.

Les différences du matin au soir, de l'hiver à l'été, montrent partout l'air descendant des montagnes d'un mouvement continu vers les plaines ou vers les grandes surfaces maritimes.

A Perpignan et Cette, l'air s'écoule des Pyrénées et des Cévennes; à Marseille et Sicié, des monts d'Auvergne et des Alpes dauphinoises; à Nice, des Alpes maritimes; à Alger, de l'Atlas et de la Kabylie.

Les faits qui se sont produits cet automne sont probablement exceptionnels.

Les quantités de pluie recueillie dans l'année sont aussi intéressantes :

Perpignan et Cette . . . . .	300mm
Marseille et Sicié . . . . .	500
Nice et Alger . . . . .	900

Les vents produisent les dénivellations et, par suite, les courants marins. Si, dans le graphique, on remplace le chiffre force du vent par la vitesse correspondante, on obtient l'image exacte de l'écoulement de l'air, et l'ensemble donne une vitesse moyenne de dix milles à l'heure, tout comme dans le golfe de Gascogne pour les vents du N.-W. de l'après-midi. Cette vitesse du vent sur la côte des Landes produit un courant portant à terre de six milles par vingt-quatre heures. On peut admettre le même résultat pour conséquence de l'effort continu des vents du N.-W., qui chassent les eaux de la côte de Provence vers les côtes de Corse et de Sardaigne. A ce courant de surface correspond forcément un courant inférieur égal et de signe contraire, qui amène sur ces côtes les eaux inférieures, plus froides que celles de la surface; c'est au milieu du Bassin que doivent se trouver les eaux les plus chaudes.

Les courants près des côtes dépendent de la direction des vents; ils sont très faibles d'ordinaire, mais s'accroissent dans les endroits resserrés comme les Bouches ou le canal de Tunisie, et, en raison de la variabilité des vents, éprouvent des renverses fréquentes auxquelles les navigateurs portent la plus grande attention.

### Sur les séries entières;

Par M. HADAMARD.

J'ai énoncé dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, relativement à la série

$$(1) \quad \psi(x) = a_0 b_0 + a_1 b_1 x + \dots + a_m b_m x^m + \dots$$

obtenue par multiplication des coefficients correspondants à l'aide des séries

$$(2) \quad fx = a_0 + a_1 x + \dots + a_m x^m + \dots,$$

$$(3) \quad \varphi(x) = b_0 + b_1 x + \dots + b_m x^m + \dots$$

un théorème dont je vais exposer sommairement la démonstration.

A cet effet, je remarquerai que l'expression analytique bien connue de  $\psi(x)$

$$\psi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(y e^{i\theta}) \varphi(z e^{-i\theta}) d\theta \quad (yz = x),$$

peut être remplacée par une autre plus générale, obtenue de la façon suivante.

Posons encore

$$(4) \quad x = yz,$$

et supposons que ( $x$  restant fixe)  $y$  décrive un contour (A) enveloppant une seule fois l'origine; pour que l'équation (4) ne cesse pas d'avoir lieu, le point  $z$  devra décrire dans son plan, en sens inverse, un contour (B) enveloppant également une seule fois l'origine, et l'on aura

$$(4') \quad \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z} = 0.$$

Cela posé, nous considérons l'intégrale

$$(5) \quad \psi(x) = \frac{1}{2i\pi} \int_{(A)} f(y) \varphi(z) \frac{dy}{y} = \frac{1}{2i\pi} \int_{(B)} f(y) \varphi(z) \frac{dz}{z}$$

(où le contour (A) est suivi en sens direct dans la première expression, le contour (B) en sens inverse dans la seconde). On constate immédiatement :

1° Que cette quantité est indépendante du choix des contours (A) et (B) tant que les fonctions  $f$  et  $\varphi$  restent respectivement holomorphes à l'intérieur de ces deux contours;

2° Que, dans les mêmes conditions, elle est une fonction holomorphe de  $x$ ;

3° Que si les contours (A) et (B) sont des cercles (intérieurs respectivement aux cercles de convergence des séries (2) et (3)), la fonction (5) coïncide avec celle que représente la formule (1).

Il reste à rechercher où peut être placé le point  $x$  pour que les conditions énumérées en 1° soient vérifiées. On a à cet égard la règle suivante :

Soient  $S, T$  deux aires simplement connexes et où les fonctions  $f, \varphi$  sont respectivement régulières.

Appelons  $\sigma, \tau$  ce qui reste du plan, d'une part après enlèvement de  $S$ , d'autre part après enlèvement de  $T$ ; enfin, appelons produit des aires  $S, T$  l'aire  $U$  que l'on obtient en enlevant tout point du plan dont l'affixe est le produit de l'affixe d'un point de  $\sigma$  par l'affixe d'un point de  $\tau$ .

Le point  $x$  peut se mouvoir dans toute l'aire  $U$ .

Si d'ailleurs la fonction  $f$  possède, dans un cercle quelconque, un certain nombre de points singuliers  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_h, \dots$  et la fonction  $\varphi$  les points singuliers  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k, \dots$ , on pourra choisir les aires  $S$  et  $T$ , de manière que l'aire  $U$  contienne tout point dont l'affixe n'est pas de la forme  $\alpha_h \beta_k$ .

Donc, la fonction  $\psi(x)$ , définie par la formule (1), n'a, dans tout le plan d'autres points singuliers que ceux que l'on obtient en multipliant les affixes des différents points singuliers de  $f$  par celles des différents points singuliers de  $\varphi$ .

C'est le théorème même que nous avons en vue.

*Séance du 17 juin 1897.*

### **Théorèmes sur la distillation;**

Par M. P. DUHEM.

Un mélange de masses  $M_1, M_2$  de deux liquides 1 et 2 a une concentration  $S = \frac{M_2}{M_1}$ ; le liquide émet une vapeur de concentration  $s$ .

Supposons que l'on se donne la température  $T$  et la concen-

tration  $S$  du mélange liquide, la tension de vapeur saturée  $\Pi$  et la concentration  $s$  de cette vapeur sont des fonctions déterminées de  $S$  et de  $T$

$$\Pi = \varpi(S, T), \quad s = \sigma(S, T).$$

Gibbs (1) d'abord et Konowalow (2) ensuite, ont énoncé le théorème suivant :

*T étant maintenu constant, pour qu'une valeur de S rende  $\varpi$  maximum ou minimum, il faut et il suffit que l'on ait  $\sigma(S, T) = S$ .*

Si l'on se donne la pression  $\Pi$  et la concentration  $S$  du mélange liquide, le point d'ébullition  $T$  et la concentration de la vapeur que produit cette ébullition sont des fonctions de  $S$  et de  $\Pi$

$$T = \theta(S, \Pi), \quad s = \psi(S, \Pi).$$

Gibbs et Konowalow ont énoncé le théorème suivant :

*$\Pi$  étant maintenu constant, pour qu'une valeur de S rende  $\theta(S, \Pi)$  maximum ou minimum, il faut et il suffit que l'on ait  $\psi(S, \Pi) = S$ .*

Un mélange liquide pour lequel  $S$  a une valeur telle que  $\psi(S, \Pi) = S$  pourra, sous la pression  $\Pi$ , passer en entier à la distillation, le point d'ébullition gardant une valeur fixe  $\theta(S, \Pi)$ ; il est un de ces mélanges étudiés par Roscoe et Dittmar, qui présentent un régime permanent de distillation, et simulent un composé défini; seulement la composition d'un tel mélange varie avec la pression sous laquelle se fait la distillation.

J'ai donné, il y a quelques années (3), une théorie de la distillation d'un mélange liquide, théorie applicable à tout mélange liquide qui n'est pas trop rapproché de son point critique; parmi les propositions auxquelles conduit cette théorie se trouve celle-ci : *Tant que la concentration du*

(1) J.-W. Gibbs, *On the equilibrium of heterogeneous substances*, p. 155; 1875.

(2) D. Konowalow, *Wiedemann's Annalen*, t. IV, p. 48; 1881.

(3) *Travaux et mémoires des Facultés de Lille*, n° 13, p. 20; 1894.



*liquide n'est pas identique à la concentration de la vapeur, le point d'ébullition sous pression constante s'élève sans cesse par l'effet de la distillation.*

De cette loi, conforme à tous les faits d'expérience, se déduit cette conclusion :

*Soit un mélange liquide de concentration  $S$  telle que  $S = \psi(S, \Pi)$ ; sous la pression constante  $\Pi$ , il peut offrir un régime permanent de distillation; ce régime permanent est STABLE si la valeur considérée de  $S$  correspond à un MAXIMUM du point d'ébullition  $\theta(S, \Pi)$  sous la pression invariable  $\Pi$ ; mais il est INSTABLE, si la valeur considérée de  $S$  correspond à un MINIMUM du point d'ébullition  $\theta(S, \Pi)$ .*

De même que l'on étudie une distillation sous pression constante, on peut étudier une évaporation à température constante.

Si le mélange liquide a une concentration telle que

$$S = \sigma(S, T)$$

il pourra, à la température constante  $T$ , offrir un régime permanent d'évaporation durant lequel la tension de vapeur saturée  $\omega(S, T)$  gardera une valeur invariable.

On peut, de cette évaporation à température constante, donner une théorie semblable à la théorie de la distillation sous pression constante; cette théorie conduit sans peine à la proposition suivante : *tant que la concentration du liquide n'est pas identique à la concentration de la vapeur qu'il émet, la tension de vapeur saturée à température constante diminue par l'effet de l'évaporation.*

De là cette conséquence :

*Prenons un mélange liquide de concentration  $S = \sigma(S, T)$ ; à la température  $T$ , ce mélange peut offrir un régime permanent d'évaporation; ce régime permanent est stable si la valeur considérée de  $S$  correspond à un minimum de la tension de vapeur saturée  $\omega(S, T)$ , à la température inva-*

riable  $T$ ; mais il est instable si la valeur considérée de  $S$  correspond à un maximum de  $\varpi$  ( $S, T$ ).

Les formules que j'ai données permettent de pousser plus loin et de démontrer le théorème suivant :

*Si, sous la pression invariable  $P$  de la pression, la valeur  $x$  de la concentration  $S$  du liquide rend MAXIMUM le point d'ébullition  $\theta$  ( $S, P$ ) et lui fait prendre la valeur  $\Theta$ , inversement à la température invariable  $\Theta$ , la valeur  $x$  de  $S$  rend la tension de vapeur saturée  $\varpi$  ( $S, \Theta$ ) MINIMUM et lui fait prendre la valeur  $P$ .*

On peut énoncer un théorème semblable, en intervertissant les mots : MAXIMUM et MINIMUM.

Le premier de ces deux théorèmes, rapproché des propositions précédentes, conduit à cette loi :

Supposons qu'un mélange liquide étant distillé sous la pression constante  $P$ , il arrive un moment où la distillation laisse passer une vapeur de composition invariable  $x$ , le point d'ébullition s'étant fixé à la valeur désormais invariable  $\Theta$ ; inversement, si l'on évapore ce mélange liquide à la température invariable  $\Theta$ , la tension de vapeur saturée finira par se fixer à la valeur  $P$  et l'évaporation fournira alors une vapeur de concentration constante et égale à  $x$ .

Cette loi a été établie expérimentalement par MM. Roscoe et Dittmar <sup>(1)</sup> en étudiant les mélanges d'eau et d'acide chlorhydrique.

## Sur les lignes géodésiques;

Par M. HADAMARD.

Moyennant certains résultats d'*analysis situs* sur l'énoncé desquels je n'insisterai pas, on peut établir, relativement aux géodésiques tracées sur les surfaces à courbures opposées,

<sup>(1)</sup> Roscoe et Dittmar, *Lièbig's Annalen*, t. CXII, p. 327; 1859. — *Annales de Chimie et de Physique*, 3<sup>e</sup> série, t. LVIII, p. 492; 1860.

outre les propriétés que j'ai indiquées précédemment à la Société, les suivantes :

Les lignes géodésiques issues d'un point déterminé  $O$  de la surface et qui vont à l'infini sont comprises dans une série d'angles tous extérieurs les uns aux autres et en nombre infini; toutes celles qui sont comprises dans un angle déterminé s'éloignent indéfiniment sur la même nappe, les côtés de l'angle étant asymptotes à la géodésique fermée qui fait le tour de cette nappe. A une même nappe correspondent une infinité d'angles, parce que deux géodésiques issues d'un même point et allant à l'infini sur une même nappe peuvent appartenir à des types différents, c'est-à-dire ne pas être déformables l'une dans l'autre.

Il en résulte que, dans le voisinage de toute géodésique qui ne s'en va pas à l'infini, il en existe d'autres qui jouissent de la même propriété; il faudrait, en effet, pour que cela n'eût pas lieu, que cette ligne fût côté commun de deux angles tels que ceux dont nous venons de parler; ce qu'on démontre ne pouvoir pas être.

Au contraire, toute géodésique suffisamment voisine d'une géodésique qui va à l'infini, va également à l'infini.

Autrement dit, l'ensemble  $E$  des géodésiques issues du point  $O$  et qui restent à distance finie est un ensemble parfait au sens de M. Cantor.

Ce fait a une certaine importance au point de vue de la classification générale des géodésiques. Nous avons vu précédemment que ces lignes pouvaient se distribuer en quatre catégories :

- 1° Les géodésiques fermées;
- 2° Les géodésiques asymptotes aux géodésiques fermées;
- 3° Celles qui s'éloignent à l'infini;
- 4° Des géodésiques se rapprochant d'une géodésique fermée déterminée, puis abandonnant celle-ci pour se rapprocher d'une autre à type plus compliqué, puis passant à une troisième, et ainsi de suite indéfiniment.

L'existence des trois premières catégories est incontestable,

mais nous ne pouvions rien dire, jusqu'ici, relativement à la dernière.

La réponse à la question ainsi posée est fournie par ce qui précède. Car l'ensemble  $E$  étant parfait, est de la seconde puissance, et se compose des lignes issues de  $O$  et appartenant aux catégories 1, 2 et 4. Or les lignes partant de  $O$  et correspondant aux deux premières catégories forment une infinité dénombrable.

*Donc il existe des lignes de la quatrième catégorie.*

Mais on peut ajouter une propriété remarquable de l'ensemble  $E$ ; cet ensemble appartient au type, découvert par MM. Cantor et Bendixson, des ensembles parfaits qui *ne sont jamais continus*. C'est ainsi que, dans le voisinage de la ligne géodésique  $g$  menée par un point  $O$  et asymptote à une géodésique fermée donnée  $C$ , il existe des géodésiques allant à l'infini.

Si, en effet, on joint le point  $O$  à un point éloigné  $P$  par une ligne quelconque  $L$  tracée sur la surface, puis par une géodésique  $\gamma$  tel que le contour fermé  $L\gamma$  soit réductible à  $n$  fois le contour  $C$ , la ligne  $\gamma$  ira à l'infini, quel que soit  $n$  et, pour  $n$  très grand, aura pour limite  $g$ .

Plus généralement, un raisonnement analogue permet de montrer qu'il existe, dans le voisinage immédiat de  $g$ , des géodésiques ayant telle allure que l'on veut. Il est impossible de ne pas établir un rapprochement entre ce résultat et les circonstances que l'on rencontre en mécanique céleste, où le moindre changement dans les moyens mouvements finit par altérer profondément le mouvement, par l'introduction de petits diviseurs.

Ajoutons que tous ces résultats s'établissent par des considérations très simples, reposant principalement sur l'impossibilité de joindre deux points  $A$ ,  $B$  de la surface par deux géodésiques distinctes, mais réductibles l'une à l'autre au point de vue de l'*analysis situs*.

M. Goguel fait une communication sur la forme cristalline de certains cyanacétates.

---

*Séance du 1<sup>er</sup> juillet 1897.*

PRÉSIDENTE DE M. BOULOUCH.

---

## **Sur le problème général de la Statique chimique;**

Par M. P. DUHEM.

### **I**

Dans son immortel ouvrage : *On the Equilibrium of heterogeneous substances*, J. Willard-Gibbs a montré comment on pouvait établir les conditions d'équilibre d'un système chimique hétérogène, lorsque l'on négligeait les frottements et les actions capillaires, ce qui exclut la possibilité de faux équilibres, réels ou apparents. Traitant, en particulier, le cas où la pression uniforme extérieure est au nombre des variables indépendantes, il a énoncé certaines règles fécondes qui permettent de prévoir la forme générale de la loi d'équilibre d'un système chimique hétérogène lorsque l'on connaît le nombre  $n$  des composants indépendants qui le forment et le nombre  $\lambda$  des phases en lesquelles il est partagé ; la déduction de ces règles a été reprise par M. Ed. Riecke<sup>(1)</sup>; nous avons cherché à leur donner une précision complète, qui se traduit par les règles suivantes :

$$1^{\circ} \qquad \lambda > n + 2.$$

Aucun équilibre du système n'est possible, en général.

(1) Ed. Riecke, *Göttinger Nachrichten*, 1890, p. 228.

2°  $\lambda = n + 2$ . (*Systèmes invariants* de Trevor.)

L'équilibre du système n'est possible que si la pression  $\Pi$  et la température  $T$  ont des valeurs déterminées; la composition de chacune des phases au moment de l'équilibre est déterminée et indépendante des masses totales  $M_1, M_2, \dots, M_n$  des composants indépendants du système; la connaissance des masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$ , ne détermine pas la valeur de la masse de chacune des phases en équilibre.

3°  $\lambda = n + 1$ . (*Systèmes univariants* de Trevor.)

On peut choisir arbitrairement la température  $T$ ; la pression  $\Pi$  qui met le système en équilibre est alors déterminée, ainsi que la composition de chaque phase, au moment de l'équilibre, sans qu'il soit besoin de connaître les valeurs des masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$ ; la connaissance de ces masses ne détermine pas la valeur prise, au moment de l'équilibre, par la masse de chacune des phases du système.

On peut reprendre le même énoncé, en intervertissant les rôles de la pression  $\Pi$  et de la température  $T$ .

4°  $\lambda = n$ . (*Systèmes bivariants* de Trevor.)

On peut choisir arbitrairement la valeur de la pression  $\Pi$  et de la température  $T$ ; lorsque la température et la pression ont des valeurs déterminées, la composition de chaque phase au moment de l'équilibre est déterminée et indépendante des masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$  des composants indépendants. Lorsque ces masses sont données, ainsi que la pression  $\Pi$  et la température  $T$ , la masse de chacune des phases en équilibre est déterminée.

5°  $\lambda \leq n - 1$ . (*Systèmes trivariants et multivariants* de Trevor.)

On peut choisir arbitrairement la pression  $\Pi$  et la température  $T$ ; pour déterminer ensuite la composition de chacune

des phases du système en équilibre, il est nécessaire et suffisant de connaître les masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$ . La masse de chaque phase est alors déterminée en général.

## II

Nous avons traité le problème de l'équilibre d'un système hétérogène en supposant que l'on prenne pour variable indépendante non plus la pression  $\Pi$ , mais le volume  $V$  du système, et nous sommes arrivés aux résultats suivants :

$$1^\circ \quad \lambda > n + 2.$$

Aucun état d'équilibre du système n'est possible en général.

$$2^\circ \quad \lambda = n + 2.$$

On peut prendre arbitrairement le volume du système ; mais la température d'équilibre est déterminée et indépendante de ce volume ; la composition de chaque phase au moment de l'équilibre est déterminée et indépendante du volume  $V$  et des masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$  des composants indépendants ; la connaissance de chacune des masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$  ne suffit pas à déterminer la masse de chacune des phases au moment de l'équilibre.

$$3^\circ \quad \lambda = n + 1.$$

On peut prendre arbitrairement le volume  $V$  et la température  $T$  ; la composition de chaque phase au moment de l'équilibre dépend uniquement de la température  $T$  ; la masse de chaque phase est déterminée lorsque l'on connaît la température  $T$ , le volume  $V$  et les masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$  des composants indépendants.

$$4^\circ \quad \lambda \leq n.$$

On peut choisir arbitrairement le volume  $V$  et la température  $T$  ; la composition de chacune des phases au moment de

l'équilibre dépend non seulement de ces deux paramètres, mais encore de  $M_1, M_2, \dots, M_n$ . La connaissance de ces quantités détermine, d'ailleurs, la masse de chaque phase.

Dans ces diverses propositions, les mots : *être déterminé* signifient : *avoir un nombre limité de valeurs*, et non : *avoir une seule valeur* ; si l'on donnait ce dernier sens au mot : *être déterminé*, certains des énoncés précédents pourraient devenir faux, et il serait aisé de citer des cas nombreux et bien connus où ils seraient erronés. Cette observation est indispensable pour comprendre la portée de certains des théorèmes que nous allons énoncer.

### III

Les théorèmes que nous venons d'énoncer épuisent les conséquences que l'on peut déduire des seules lois de l'équilibre thermodynamique qui ont été posées par Gibbs. Pour pousser plus loin, nous avons dû faire appel à deux postulats, d'ailleurs incontestables, qui se relient à des considérations de stabilité d'équilibre, et qui sont les suivants :

1° Un mélange homogène d'un nombre quelconque de fluides, dont la composition et la température sont invariables et qui est en équilibre sous une pression invariable, est dans un état d'équilibre stable ;

2° Un mélange d'un certain nombre de fluides, porté à une température invariable, soumis à une pression invariable, et où les divers fluides mélangés peuvent l'être en proportion différente d'un point à l'autre, est en équilibre stable lorsqu'il est homogène ; si cette homogénéité est quelque peu détruite, la diffusion tend toujours à la rétablir.

Nous avons étudié ailleurs <sup>(1)</sup> les diverses méthodes qui per-

(1) *Dissolutions et mélanges* ; 1<sup>er</sup> mémoire : *L'équilibre et le mouvement des fluides mélangés*. (Travaux et Mémoires des Facultés de Lille, t. III, 1896.)



mettent d'exprimer analytiquement les conséquences des deux propositions précédentes.

#### IV

De la seconde de ces propositions, nous avons déduit autrefois <sup>(1)</sup> les conséquences suivantes :

$n$  composants indépendants sont mélangés en une seule phase, au sein de laquelle ils peuvent donner lieu à certaines réactions qui engendrent de nouveaux corps. Lorsqu'on se donne la température  $T$ , la pression  $\Pi$  et les masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$  des composants indépendants, la constitution chimique du mélange homogène en équilibre est déterminée *sans aucune ambiguïté*; cet état d'équilibre est *stable* si l'on maintient invariables la température  $T$  et la pression  $\Pi$ .

Si l'on invoque, en outre, la première des deux propositions énoncées au n° III, on peut démontrer des propositions analogues aux précédentes et qui s'en déduisent en substituant le volume  $V$  que le système occupe à la pression  $\Pi$  qu'il supporte.

#### V

Appliquant des raisonnements analogues à un système hétérogène, partagé en un nombre quelconque de phases, on peut démontrer le théorème général que voici :

Si l'on se donne la température  $T$ , la pression  $\Pi$ , les masses  $M_1, M_2, \dots, M_n$  des composants indépendants, et si ces données sont compatibles avec un état d'équilibre du système, la *composition* de chacune des phases au sein du système en équilibre est déterminée *sans aucune ambiguïté*.

Le théorème ne s'étend pas à la *masse* de chacune des phases, et, à cet égard, les systèmes se classent en deux caté-

(1) *Théorèmes généraux sur l'état des corps en dissolution*. (Journal de physique, 3<sup>e</sup> série, t. III, 1894.)

gories : pour les uns, les données précédentes déterminent sans ambiguïté la masse de chacune des phases ; pour les autres, elles sont compatibles avec plusieurs valeurs de cette masse ; à ces derniers, nous donnerons le nom de *systèmes indifférents sous pression constante*. Les systèmes pour lesquels  $\lambda$  surpasse  $n$  sont toujours indifférents sous pression constante ; au contraire, ce n'est qu'exceptionnellement qu'un système pour lequel  $\lambda$  est égal ou inférieur à  $n$  est indifférent sous pression constante.

Si un système est indifférent sous pression constante, l'équilibre de ce système sous une pression invariable et à une température invariable est indifférent ; si, au contraire, le système n'est pas indifférent sous pression constante, cet état d'équilibre est stable

## VI

On peut également démontrer la proposition suivante :

Si l'on se donne la température  $T$ , les masses  $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_n$  des composants indépendants, et le volume  $V$  que le système occupe, et si ces données sont compatibles avec un état d'équilibre du système, la *composition* et le *volume spécifique* de chacune des phases au sein du système en équilibre sont déterminés *sans aucune ambiguïté*.

Cette proposition ne s'étend pas à la *masse* de chacune des phases, du moins pour les *systèmes indifférents sous volume constant*. Les systèmes pour lesquels  $\lambda$  surpasse  $(n + 1)$  sont toujours indifférents sous volume constant ; ce n'est qu'exceptionnellement qu'un système pour lequel  $\lambda$  est inférieur ou égal à  $(n + 1)$  présente ce caractère.

Si l'on maintient invariables la température  $T$  et le volume  $V$ , l'état d'équilibre considéré est indifférent pour un système indifférent sous volume constant ; il est stable pour tout autre système.

Il est remarquable que les propositions énoncées sous les

n° IV, V, VI, propositions qui excluent la possibilité de tout équilibre chimique instable, soient de simples conséquences des propositions énoncées sous le n° III, lesquelles supposent seulement la stabilité de certains équilibres physiques. Cette observation est bien propre à marquer jusqu'à quel point le domaine de la physique et le domaine de la mécanique chimique sont, aujourd'hui, impossibles à distinguer.

### **Sur quelques combinaisons mercuriques obtenues avec certaines fonctions organiques;**

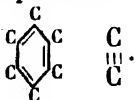
Par M. G. DENIGÈS.

On connaît depuis longtemps, en dehors des composés organo-métalliques du mercure, des combinaisons contractées par certaines substances organiques avec des sels mercuriques.

Ces substances sont principalement :

- 1° Des *dérivés azotés* (amines grasses ou aromatiques, amides, alcaloïdes, albuminoïdes).
- 2° Des *dérivés sulfurés* (mercaptans, sulfures alkyliques).
- 3° Des *phénols* (phénol ordinaire, tannins, etc.).
- 4° Des *carbures acétyléniques*, dont des combinaisons mercuriques ont été décrites dans ces dernières années par Kutscheroff.

Il est facile de voir que la plupart de ces dérivés renferment des corps ou groupements non saturés ( $\equiv \text{Az}$ ), ( $= \text{S}$ )=; ou à

liaisons multiples 

Je me suis proposé de préparer des composés mercuriels du même ordre avec des corps ou des fonctions chimiques agissant aussi comme possédant des valences latentes ou des liaisons multiples.

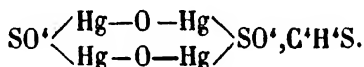
Les principaux corps de cette catégorie, non encore étudiés, et avec lesquels j'ai obtenu des résultats positifs, peuvent être ainsi classés :

Corps à valences latentes. . . . . *Thiophène et ses dérivés.*

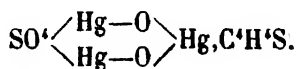
Corps à liaisons multiples  $\left\{ \begin{array}{l} \text{carbonées} \\ \text{oxygénées} \\ \text{et} \\ \text{carbonées} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Carbures éthyléniques} \\ \text{Carbures benzéniques} \end{array} \right\} \text{ et dérivés.}$   
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{Aldéhydes.} \\ \text{Acétones.} \end{array} \right\}$

Le réactif mercurique que j'ai presque uniquement utilisé pour ces recherches est préparé en dissolvant 5 grammes d'oxyde de mercure dans un mélange de 20 centimètres cubes d'acide sulfurique et de 100 centimètres cubes d'eau.

I. Le thiophène en nature ou dissous dans le benzène donne rapidement, à chaud, avec le réactif précédent, un corps blanc, cristallin, répondant à la formule :



Si le réactif mercurique est mélangé de trois fois son volume d'alcool méthylique, puis additionné de thiophène, on obtient très vite, à froid, la combinaison précédente quand le poids du thiophène employé dépasse le sixième du poids du mercure mis en expérience; dans le cas contraire, il se produit un corps blanc jaunâtre de formule :



Je n'insiste pas sur ces combinaisons, que j'ai décrites antérieurement, ni sur les applications que j'en ai faites à l'extraction et au dosage du thiophène dans les benzènes commerciaux.

II. Les carbures éthyléniques donnent, lentement à froid,

rapidement à chaud, avec le sulfate mercurique, des composés jaunes très peu solubles dans l'eau.

C'est ainsi que les butylènes fournissent des combinaisons ayant pour formule  $(\text{SO} \cdot \langle \text{Hg} \rangle \text{O})^3 \text{C}^4\text{H}^8$ ; les pentènes et notamment le pental anesthésique (triméthyléthylène), des corps  $(\text{SO} \cdot \langle \text{Hg} \rangle \text{O})^3 \text{C}^5\text{H}^{10}$ . Le propylène fournit une combinaison du même ordre, mais plus facilement oxydable que les précédentes; laissée dans son eau-mère, à la température de 80-90°, elle se transforme au bout de peu de temps en une substance cristalline blanche, qui n'est autre que du sulfate mercurieux, en même temps que le propylène combiné au sel de mercure passe à l'état d'acroléine (aldéhyde non saturée correspondant à ce carbure).

Le fait paraît général et à l'ébullition, ces composés éthyléno-mercuriques tendent à donner l'aldéhyde non saturée de la même condensation.

III. Les faits précédents peuvent être appliqués non seulement à la diagnose des carbures éthyléniques et à leur recherche dans l'oxyde d'éthyle brut ou impur, par exemple, mais aussi pour déceler toute substance pouvant donner facilement naissance à de tels carbures.

Parmi ces substances, les plus intéressantes sont les alcools tertiaires.

Chauffés à l'ébullition avec le sulfate mercurique en solution acide, ces alcools (alcools butylique, amylique, hexylique tertiaires, terpène, etc.) donnent, en effet, des composés jaunes insolubles, identiques à ceux fournis par les carbures éthyléniques correspondants.

C'est actuellement la seule bonne réaction connue des alcools tertiaires.

IV. Il est remarquable que, tandis que tous les carbures éthyléniques substitués donnent la réaction qui vient d'être

indiquée, le premier terme de la série, l'éthylène lui-même n'entre pas en combinaison, *au moins à la pression ordinaire*. Il semble nécessaire que sa molécule soit entamée par substitution pour réagir, la substitution pouvant d'ailleurs être hydrocarbonée (carbures homologues) ou hydroxycarbonée; c'est ainsi que l'alcool allylique  $\begin{array}{c} \text{CH}^2 \\ || \\ \text{CH}-\text{CH}^2.\text{OH} \end{array}$ , qui appartient à cette seconde catégorie, agit à chaud sur le réactif mercurique.

Des faits du même ordre se constatent dans la série benzénique; le benzène ne fournit pas de combinaison mercurique, mais on en obtient avec ses produits de substitution; carbonés (xylène, naphthalène, anthracène, etc.), hydroxylés (phénols), hydroxycarbonés (alcool benzylique), ces derniers se formant après refroidissement.

On en obtient aussi avec ses dérivés hydrurés (terpènes).

V. Les aldéhydes, bouillies au réfrigérant ascendant avec  $\text{SO}^*\text{Hg}$ , donnent des composés blancs insolubles; l'aldéhyde ordinaire (éthanal) donne ainsi  $\left( \text{SO}^* \begin{array}{c} \text{Hg}-\text{O} \\ \text{Hg}-\text{O} \end{array} \text{Hg} \right) \text{C}^*\text{H}^*\text{O}$ .

Le formol présente un cas particulier; grâce à son pouvoir réducteur énergique, manifeste même en milieu acide, il donne à chaud, avec le réactif mercurique, du sulfate mercureux cristallisé, très pur.

VI. Encore plus facilement que les aldéhydes, les acétones entrent en combinaison avec le sulfate de mercure.

En portant quelques instants à l'ébullition un mélange de réactif mercurique en *grand excès* et d'acétone on obtient le

composé  $\begin{array}{c} \text{SO}^* \begin{array}{c} \text{Hg}-\text{O}-\text{Hg} \\ \text{Hg} \end{array} \text{O} \\ \text{SO}^* \begin{array}{c} \text{Hg} \\ \text{Hg}-\text{O}-\text{Hg} \end{array} \end{array} \text{C}^*\text{H}^*\text{O}$ , sous forme d'une poudre

cristalline blanche formée de dodécaèdres très petits.

Cette réaction de l'acétone, très sensible, peut être appli-

quée à la recherche de ce corps dans l'urine et à la diagnose de l'acide citrique.

Pour cette dernière application, la solution citrique est acidulée par l'acide acétique, portée à l'ébullition, additionnée goutte à goutte de permanganate de potassium à 2 p. 100 jusqu'à coloration jaune ou brunâtre persistant quelques secondes.

Finalement, on mélange une petite quantité du liquide résultant du double de son volume de réactif mercurique, on porte à l'ébullition et on a bien vite un précipité blanc dans le cas de la présence de l'acide citrique.

### **Des contours tracés sur les surfaces;**

Par M. G. BRUNEL.

En 1867, dans le *Journal de Liouville*, M. Jordan a établi les conditions nécessaires et suffisantes pour que deux contours tracés sur une surface soient réductibles l'un à l'autre, c'est-à-dire pour que l'un des contours puisse être déformé d'une façon continue sur la surface de façon à venir coïncider avec l'autre. Les résultats de M. Jordan s'appliquent aussi bien aux surfaces à un seul côté qu'aux surfaces à deux côtés. Les propriétés de cette nature, importantes déjà par leurs applications dans diverses branches de l'analyse, sont encore, comme l'a montré M. Hadamard, fondamentales dans l'étude de la détermination des types divers de lignes géodésiques existant sur les surfaces à courbures opposées.

Relativement aux contours tracés sur une surface et réductibles à un contour infiniment petit, si l'on désigne par  $A_1, A_2, A_3, \dots, B_1, B_2, B_3, \dots, C_1, C_2, C_3, \dots$  les contours fondamentaux indépendants que l'on peut tracer sur la surface et que l'on peut considérer comme issus d'un même point et correspondant respectivement aux *méridiens*, aux *parallèles*

et aux *bords* de la surface, le symbole de ce contour a une expression :

$$A_i^p B_k^q A_p^r B_m^s C_n^t \dots$$

formée avec les lettres A, B, C, qui se réduit à l'identité à l'aide de la relation fondamentale :

$$L^a L^{-a} = 1,$$

L étant une quelconque des lettres A, B, C affectée d'un indice déterminé.

Considérons un contour infiniment petit C, tracé en un point de la surface, et imaginons que le bord de ce contour se dilate, s'étende peu à peu, soit sur tout son pourtour, soit en certaines portions finies de son pourtour, ces portions pouvant d'ailleurs changer dans la suite du mouvement. En tout cas nous supposons qu'il y a toujours dilatation et extension, et jamais contraction dans les divers états consécutifs. Considérons dès lors sur la surface un contour infiniment petit  $\gamma$ , réductible à un point, limitant une aire infiniment petite et non rencontré par le contour final obtenu précédemment. Dans la déformation du contour C, il peut arriver que le contour  $\gamma$  ne soit pas atteint. Nous attribuerons aux points de l'aire limitée par  $\gamma$  et aux points appartenant à la même région relativement au contour limité obtenu par déformation de C l'indice zéro, indiquant que l'aire  $\gamma$  n'a pas été balayée dans la déformation. Dans la déformation du contour C, il peut arriver que le contour  $\gamma$  soit atteint et même plusieurs fois; le contour  $\gamma$  n'étant pas rencontré par le contour final obtenu par la déformation de C, dès que le contour  $\gamma$  est rencontré, le bord de C balaye complètement dans sa déformation l'aire fixe  $\gamma$ , et la même chose a lieu chaque fois que l'un des états successifs du bord de C vient rencontrer  $\gamma$ . Il y a ici deux cas à distinguer suivant que la surface est à deux côtés ou à un seul côté. Si la surface est à deux côtés, il n'y a aucun doute et c'est bien en tout cas l'aire déterminée et donnée en position sur la surface qui se trouve balayée par



le contour  $C$  dans sa déformation, et cela autant de fois que ce contour vient rencontrer  $\gamma$ . Nous attribuerons alors aux points de l'aire limitée par  $\gamma$  et aux points appartenant à la même région relativement au contour limite obtenu par déformation de  $C$  un indice 1, 2, 3, ... indiquant que l'aire  $\gamma$  a été balayée une, deux, trois... fois dans la déformation. Si la surface est à un seul côté, il y a doute et le contour  $C$  dans sa déformation peut venir rencontrer le contour  $\gamma$ , dessiné sur la surface et visible dans la région considérée de part et d'autre de la surface, sans balayer l'aire donnée sur la surface, en réalité en balayant l'aire limitée sur la surface qui sur la portion infiniment petite de la surface limitée par le contour  $\gamma$ , portion qui possède alors deux côtés, est de l'autre côté de la surface.

Dans ce dernier cas, il y aurait lieu, pour préciser le résultat obtenu, d'attribuer aux deux régions infiniment petites limitées par  $\gamma$  des signes  $+$  et  $-$ . Mais en nous bornant au cas où nous arrivons à un énoncé précis, direct, nous voyons que, sur une surface à deux côtés, tout contour réductible à un point par contraction continue du contour détermine sur la surface des régions que l'on peut affecter ou de l'indice zéro ou d'un indice positif.

Nous avons supposé que l'extension du contour  $C$  ne se fait pas à certains moments en des points seulement, c'est-à-dire qu'il n'y a pas formation de boucle. Nous remarquerons que les indices déterminés comme il a été dit ne sont autres que les indices de Gauss, permettant d'évaluer l'aire limitée sur la surface par le contour limite que nous avons obtenu par déformation.

La déformation avec introduction de boucles introduirait des indices négatifs.

M. Hadamard a donné un exemple simple de surface à courbures opposées admettant plusieurs contours fondamentaux irréductibles. Nous avons montré que l'on pouvait former des surfaces algébriques ayant cette même propriété

et le procédé que nous avons appliqué se généralise facilement. Signalons encore une surface rencontrée par Neovius dans l'étude de certaines surfaces minima (Helsingfors, 1883), curieuse en ce sens qu'elle admet une infinité de contours fondamentaux irréductibles.

## Sur les lignes géodésiques;

Par M. HADAMARD.

Le théorème d'*analysis situs* démontré par M. Brunel dans la communication qui précède: *Si un contour réductible n'admet pas de boucle réductible, les indices de Gauss relatifs à toutes les régions sont positifs*, donne une démonstration très simple des lemmes fondamentaux dont je me suis servi dans l'étude des lignes géodésiques sur les surfaces à courbures opposées :

*A chaque type de lignes joignant deux points donnés A, B correspond une géodésique de ce type et une seule;*

*A chaque type de lignes joignant un point donné A à une géodésique donnée L correspond une géodésique normale de ce type et une seule.*

Toutefois j'ai reconnu que ces mêmes théorèmes peuvent être obtenus par une voie différente, sans faire intervenir le théorème de Gauss.

Si, en effet, on rapporte la surface aux géodésiques normales à la ligne L, de sorte que l'élément linéaire soit  $du^2 + C^2 dv^2$  et que la ligne L corresponde à  $u = 0$ , on constate que C est toujours différent de zéro. Il en résulte que  $u$  et  $v$  sont toujours continus et dérivables sur une ligne quelconque, d'où l'on tire aisément les théorèmes demandés.

## De l'absorption d'oxygène dans la casse du vin ;

Par M. J. LABORDE.

Les recherches de divers expérimentateurs ont établi que la casse du vin qui détermine son jaunissement et la précipitation de la majeure partie de sa matière colorante, est due à la présence d'une diastase oxydante, d'une oxydase dont la principale source est, comme je l'ai indiqué, la pourriture des raisins par le *Botrytis cinerea*, champignon parasite de la vigne très répandu.

Le rôle essentiel de l'oxydase paraît être d'absorber l'oxygène de l'air pour le céder à la matière colorante du vin qui s'insolubilise par oxydation ; mais, en réalité, l'action n'est pas aussi simple. J'ai cherché à étudier de plus près le phénomène et à mesurer son importance.

Dans un appareil basé sur l'emploi du voluménomètre de M. Schlœsing, on pouvait faire barboter un nombre quelconque de fois un même volume d'air de 432 centimètres cubes dans 500 centimètres cubes de vin, et constater à chaque instant les variations de ce volume gazeux. On a trouvé qu'il diminuait assez régulièrement pendant un certain nombre de jours au bout duquel l'absorption s'arrêtait presque brusquement. On a constaté, suivant l'importance de la maladie, des absorptions de 6 à 10 centimètres cubes d'oxygène par jour et par litre de vin cassable, pendant un intervalle de quatre à sept jours, soit pour certains vins un total de 70 centimètres cubes d'oxygène. Ce chiffre est encore au-dessous de la vérité, car en même temps que le vin absorbe de l'oxygène, il dégage de l'acide carbonique. C'est ce que montre à la fin de l'expérience l'analyse des gaz contenus dans l'appareil ; et l'on obtient par exemple les résultats suivants :

	Oxygène combiné par litre.	Acide carbonique produit par litre.
1 <sup>re</sup> Expérience.....	50 <sup>cc</sup> 8	32 <sup>cc</sup> 4
2 <sup>e</sup> — .....	81 0	38 0

Avec un mélange de vin sain et de liquide culture du *Botrytis cinerea*, on trouve des résultats tout à fait analogues, tandis qu'avec un liquide de culture seul on a eu :

Oxygène combiné  
par litre.

—  
49<sup>cc</sup>6

Acide carbonique produit  
par litre.

—  
13<sup>cc</sup>8

C'est la même réaction que ci-dessus, mais la production d'acide carbonique est plus faible. Le liquide qui n'avait pas changé d'aspect, et qui donnait une coloration bleue intense avec la teinture de gaïac au début de l'expérience, était complètement incapable de produire la même réaction à la fin; toutes ses autres propriétés oxydantes avaient également disparu. Une certaine quantité d'oxydase du *Botrytis cinerea* ne peut donc absorber qu'une quantité limitée d'oxygène et paraît se détruire en même temps. Il en est de même de l'oxydase contenue dans le vin malade; après une exposition suffisante à l'air, le vin rouge décoloré ou le vin blanc qui a bruni ne peuvent plus communiquer la casse à un vin sain.

L'absorption de pareilles quantités d'oxygène par un vin qui se casse montre que l'explication de cette altération par la présence du fer au minimum d'oxydation, ainsi que l'a cherchée M. Lagatu, est inadmissible. En effet, la dose maxima de fer contenu dans un litre de vin est au-dessous de 0<sup>gr</sup>1, et, pour passer du minimum au maximum d'oxydation, elle exigerait l'absorption de 10 centimètres cubes d'oxygène seulement, au lieu de 80 centimètres cubes comme l'indique l'expérience.

On sait que les remèdes qui empêchent la casse de se produire sont le chauffage et l'acide sulfureux. Après chauffage à l'ébullition, le vin cassable ne se trouble plus et n'absorbe plus que des traces d'oxygène. Il n'est pas nécessaire d'aller jusqu'à l'ébullition pour guérir la casse, car en portant le vin à 70° environ le même effet est atteint. Il serait intéressant de déterminer le coefficient d'absorption d'oxygène après chauffage aux

températures voisines de ce point, mais j'ai préféré étudier tout d'abord ce qui se passe quand on guérit la casse par l'addition d'acide sulfureux à la dose de 0<sup>sr</sup>02 à 0<sup>sr</sup>05 par litre suivant l'intensité de l'altération.

Bien que la matière colorante ne se précipite plus, le vin absorbe des quantités d'oxygène aussi importantes qu'avant d'être traité. Ainsi, par exemple, le vin de la première expérience qui avait reçu 0<sup>sr</sup>05 de SO<sup>2</sup> a donné :

Oxygène combiné  
par litre.

52<sup>cc</sup>8

Acide carbonique produit  
par litre.

37<sup>cc</sup>6

La réaction est donc restée sensiblement ce qu'elle était avant, sauf la précipitation de la couleur du vin ; il paraît y avoir cependant production d'une plus grande quantité d'acide carbonique.

On ne peut pas admettre que l'oxygène absorbé ait servi seulement à oxyder l'acide sulfureux, car la production d'acide carbonique ne s'expliquerait pas ; de plus, il faut seulement 9 centimètres cubes d'oxygène pour transformer tout l'acide sulfureux introduit, et l'on constate, à la fin de l'expérience, qu'il reste toujours dans le vin une certaine quantité de ce dernier acide, qui peut varier entre 5 et 20 milligrammes par litre.

Les résultats de cette dernière expérience sont donc en contradiction avec ceux de M. Bouffard et de M. Cazeneuve qui admettent la destruction de l'oxydase par l'acide sulfureux dans la guérison de la casse par cette méthode.

Les faits indiqués ci-dessus pourraient peut-être s'expliquer de la manière suivante : dans le vin qui se casse, il existe une union étroite, une sorte de combinaison entre la matière colorante et l'oxydase, combinaison qui se précipite par oxydation au contact de l'air. Une partie de l'oxydase pourrait d'ailleurs rester libre et fixer l'oxygène sur ses éléments ou sur ceux du vin pour donner de l'acide carbonique. En présence de l'acide

sulfureux, l'union entre la matière colorante et l'oxydase serait rompue; elle ne pourrait plus se reformer puisque l'oxydase paraît s'oxyder plus vite que l'acide sulfureux; au moins dans le cas d'une aération un peu ménagée et correspondant au passage à travers le vin de dix fois son volume d'air dans un jour.

---

### **A propos de la casse des vins;**

Par M. le Dr P. CARLES.

La casse dont vient de s'occuper M. Laborde est une maladie qui se caractérise comme on sait dans les vins rouges par la propriété qu'ils ont : 1° de s'iriser à la surface lorsqu'on les laisse au repos à l'air dans un verre; 2° de se troubler jusqu'à devenir semblables à du chocolat; 3° de laisser déposer leur matière colorante, de façon à ce qu'elle se moule sur le verre et y adhère assez pour qu'on puisse souvent décanter le liquide sans l'entraîner; 4° de devenir toujours plus ou moins jaunes, et 5° d'acquérir toujours aussi une odeur de cuit, dont l'intensité est en rapport avec le degré de maladie.

Nous avons dit déjà en décembre 1896 comment on guérissait facilement et économiquement ces vins.

Mais à côté d'eux, il en existe un grand nombre qui, sans être aucunement atteints de la maladie de la casse, éprouvent aussi du côté de l'air une susceptibilité plus grande que de coutume. Lorsqu'on place ces vins dans les conditions précitées, ils s'irisent aussi en surface, mais très lentement et très faiblement. Ils se troublent encore légèrement, avec cette différence que la matière colorante devient plutôt bleue que brune, ne se dépose pas sur le verre, et ne fait pas corps avec lui. Après clarification, ces vins virent plutôt au rouge qu'au jaune; enfin ils ne prennent jamais le goût de cuit.

Ce cortège de symptômes n'est pas celui de la casse; il tient à un excès de pigment bleu du vin. Ce pigment ne s'est pas

déposé cette année dans les premières ou grosses lies, parce que nous n'avons pas eu d'hiver. Aussi ces vins louchissent-ils quand on les frappe longtemps de glace; et si, en cet état de froidure on les filtre ou on les colle, ils restent stables à l'air. La pasteurisation d'ailleurs ne les guérit pas.

Leur susceptibilité à l'air tient à la combinaison ferrugineuse naturelle intimement liée surtout au pigment bleu du vin. Il y a dix-sept ans (*V. Journ. pharm. et chimie*, ainsi que journal *la Nature*, décembre 1880) que nous avons appelé l'attention sur cette combinaison, et indiqué que les vins qui étaient riches en pigment bleu, comme les vins ultra-méridionaux, étaient les plus riches en fer quand ils étaient jeunes, mais que c'était aussi ceux qui s'en appauvrissaient le plus sous l'influence des froids, de l'air, des collages. Nous ajoutions que ce défaut, ce manque prolongé d'équilibre, était peu sensible dans les vins de notre Gironde, à cause peut-être de la nature des cépages, d'une action moindre du soleil sur les raisins, mais à cause certainement de l'acidité plus grande des moûts en acide tartrique et de l'action clarifiante des froids; on sait qu'en temps normal cette clarification se fait de façon très hâtive.

Puisque l'action salubre des froids a manqué cette année aux vins nouveaux, on peut donner plus de stabilité à l'excès de pigment bleu qu'ils retiennent, en les acidulant avec un peu d'acide tartrique, ou acide naturel du raisin, et en les soumettant à des collages légers et à des méchages plus nombreux que les années ordinaires. Une proportion fixe mais légère, de bisulfite de potasse serait encore plus sûre. Dans tous les cas, nous sommes convaincu que lorsque ces vins auront subi un hiver normal, ils deviendront aussi stables que ceux des années précédentes. Il serait imprudent de faire un aussi bon pronostic pour les vins atteints de casse réelle, et que l'on se refuse à traiter.

*Séance du 22 juillet 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. DURÈGNE.

Le Président fait part à la Société de certains événements heureux qui se sont produits depuis la dernière séance.

M. Lespiault, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, a été promu au grade d'officier de la Légion d'honneur.

M. Gayon, professeur à la Faculté des Sciences, a été nommé membre correspondant de l'Institut.

M. Devaux, maître de conférences de botanique, et M. Cautbet, chef des travaux de physique, ont reçu les palmes académiques.

**Sur les déformations permanentes du verre  
et le déplacement du zéro des thermomètres;**

Par M. L. MARCHIS.

Dans un Mémoire publié au tome LIV des *Mémoires des Savants étrangers* de l'Académie de Belgique, M. Duhem étudie avec soin les propriétés d'un système défini par la température absolue  $T$  et par deux autres variables : savoir le volume spécifique  $v$  et une variable  $x$  indiquant le degré de la modification chimique ou allotropique mal connue que l'on peut désigner sous le nom de *dureté*. Un terme d'hystérésis proportionnel à la valeur absolue de la variation de cette dernière variable est *seul* introduit dans les équations régissant les modifications du système.

Cette théorie simplifiée ne permet de rendre compte d'une



manière approchée que d'un assez petit nombre des lois du déplacement du zéro d'un thermomètre. On arrive, au contraire, à une théorie qui rend compte de tous les phénomènes observés jusqu'ici, en complétant les équations de la première théorie par l'introduction d'un terme d'hystérésis proportionnel à la valeur absolue de la variation du volume spécifique  $v$ . C'est ce qu'a fait M. Duhem dans un mémoire encore inédit, mais qu'il a bien voulu nous communiquer. Nous allons dans cette note énoncer brièvement les principaux points de la théorie de M. Duhem : nous montrerons ensuite par les résultats expérimentaux combien cette théorie a été féconde et comment elle permet de rendre compte des moindres faits observés.

L'état du verre d'un thermomètre est, à chaque instant, défini par la température absolue  $T$  et par deux variables  $v$  et  $x$ , toutes deux affectées de coefficients d'hystérésis. L'étude d'un pareil système serait extrêmement pénible et ses propriétés seraient très difficiles à représenter si M. Duhem n'avait, dans le mémoire cité, démontré un théorème donnant une représentation approchée bien suffisante dans la plupart des cas.

L'énoncé de ce théorème général est le suivant :

Un système dépend de deux variables privilégiées  $\alpha$  et  $x$ , auxquelles correspondent des coefficients d'hystérésis  $f_\alpha, f_x$  qui ont de petites valeurs ; on donne à la température  $T$  et aux actions extérieures  $A, X$  une variation cyclique ; il en résulte pour la variable  $\alpha$ , par exemple, une variation permanente ( $\alpha_1 - \alpha_0$ ).

Cette variation peut être approximativement remplacée par la somme algébrique de deux autres :

1° La variation permanente ( $\alpha'_1 - \alpha_0$ ) que la même variation cyclique de  $T, A, X$ , imposerait à la variable  $\alpha$ , en un système où  $f_x$  serait égal à 0, et qui d'ailleurs serait identique au précédent.

2° La variation permanente ( $\alpha''_1 - \alpha_0$ ) que la même variation

cyclique de  $T$ ,  $A$ ,  $X$ , imposerait à la variable  $\alpha$ , en un système où  $f_\alpha$  serait égal à 0, et qui d'ailleurs serait identique au précédent.

Nous sommes donc ramenés à la question suivante : étude séparée de deux systèmes dépendant d'une seule variable affectée d'hystérésis, puis combinaison des résultats ainsi obtenus.

Pour le verre, en particulier, les lignes ascendantes et descendantes qui représentent les propriétés de chacun de ces systèmes ont la même disposition dans les deux cas, qu'elles soient tracées dans le plan  $TOv$  ( $f_x$  étant égal à zéro) ou dans le plan  $TOx$  ( $f_v$  étant égal à zéro).

D'autre part, on peut faire correspondre un point du plan  $TOv$  à chaque point du plan  $TOx$  : on a ainsi une représentation des propriétés du système dans un plan que nous désignerons par  $TOv_x$ . Dans ce dernier plan, la théorie montre que, pour le verre, les lignes ascendantes et descendantes sont orientées comme dans le plan  $TOx$ .

Il sera dès lors facile d'étudier la variation permanente éprouvée par le volume spécifique d'un verre dont la température, après avoir subi certaines variations, revient à sa valeur primitive.

Supposons, par exemple, qu'un thermomètre étant à la température  $T_0$ , on le porte à une température supérieure  $T_1$ , puis qu'on le ramène à  $T_0$ . On peut représenter cette expérience de la manière suivante :

Dans le plan  $TOv$  on part du point  $A$  ( $T_0, v_0$ ); une ascendante montant de gauche à droite conduit au point  $B$  (relatif à la température  $T_1$ ), puis une descendante allant de droite à gauche fait revenir au point  $C$  ( $T_0, v'_0$ ).

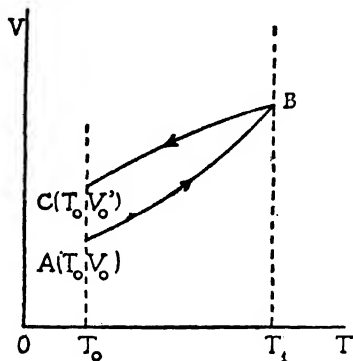


Fig. 1.

Dans le plan  $TOv_x$  on part du point  $A'$  ( $T_0, v_x$ ); une ascendante montant de gauche à droite

conduit au point B' (relatif à la température  $T_1$ ), puis une descendante allant de droite à gauche fait revenir au point C' ( $T_0, v'_{x_0}$ ).

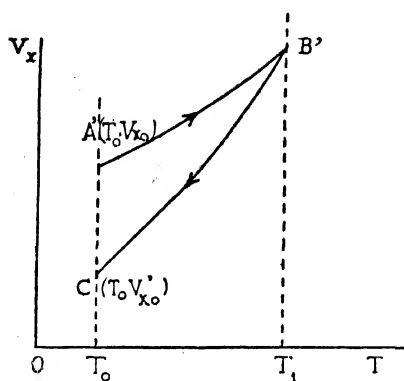


Fig. 2.

La variation permanente de  $v$  résultant de l'action des deux variables douées d'hystérésis dont dépend le système s'obtiendra en faisant la somme algébrique des deux segments  $\overline{AC}$  et  $\overline{A'C'}$ .

Il nous faut maintenant savoir quels sont les caractères des déformations permanentes dues l'une à la variable  $v$ , l'autre à la variable  $x$ .

Étudions d'abord la représentation dans le plan  $TOx$ . Les expériences de MM. Carl Barus et Vincent Strouhal sur la dureté de l'acier, et d'autre part les recherches de divers observateurs touchant le déplacement du zéro des thermomètres, ont conduit M. Duhem à la représentation graphique que voici.

Le plan  $TOx$  est divisé en quatre régions au moyen des courbes suivantes :

1° Une courbe LL' montant de gauche à droite et que l'on appelle la *ligne des états naturels*;

2° Une courbe FGH et une courbe DE qui, d'abord éloignées de LL', lui deviennent asymptotes aux températures élevées.

Nous désignerons par les noms suivants les diverses régions marquées par la figure 3 :

Région (1).....	Région des recuits modérés.
Région (2).....	Région des recuits séculaires.
Région (3).....	Région des trempes séculaires.
Région (4).....	Région des trempes modérées.

Ces diverses dénominations sont empruntées aux études sur le recuit des métaux.

Ceci posé, considérons un thermomètre oscillant entre deux températures  $T_0$  et  $T_1$ ,  $T_0 < T_1$ .

Divers cas sont à distinguer :

1° Le point figuratif de la *dureté* du verre suit le chemin ABC tel que le point B correspondant à la température supérieure  $T_1$  se trouve dans la région des *recuits modérés*.

Le segment AC est, dans ce cas, un segment

*descendant* de *grandeur moyenne*. Nous dirons alors que le thermomètre s'est recuit.

2° Le point figuratif de la *dureté* du verre suit le chemin ABC tel que le point B se trouve dans la région des *recuits séculaires*.

La ligne descendante BC est presque confondue avec la ligne ascendante AB : le segment AC est encore *descendant* mais *très petit*. Il faudra un grand nombre d'oscillations faites dans les mêmes conditions pour mettre en évidence la variation de  $x$ .

3° Le point figuratif B se trouve dans la région des *trempe modérées*.

Le segment AC aura une grandeur appréciable, mais il sera *montant*.

Nous dirons que le thermomètre s'est *trempe*.

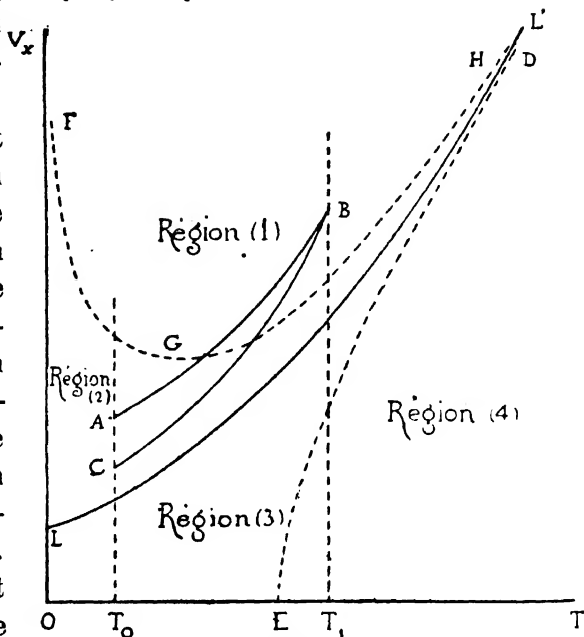


Fig. 3.

4° Le point figuratif B se trouve dans la région des *trempees séculaires*.

Le segment  $\overline{AC}$  est montant, mais il est excessivement petit : il faudra un grand nombre d'oscillations pour déceler l'existence de la variation.

Remarquons d'ailleurs que dans les cas 2° et 4° nous admettons que tout le parcours ABC du point figuratif est contenu soit dans la région (2), soit dans la région (3).

Ceci posé, prenons un thermomètre neuf : le constructeur l'a trempé fortement en le portant à une très haute température et en le laissant se refroidir brusquement. Le point figuratif initial A est d'abord très élevé au-dessus de la ligne LL' et la ligne ascendante correspondante se trouve en général tout entière dans la région (1). Si on fait des oscillations entre les températures  $T_0$  et  $T_1$ , le point représentatif de l'état du thermomètre décrira des chemins dont ABC (fig. 3) est le type : on aura une série de segments AC descendants et les points extrêmes correspondant aux températures  $T_0$  et  $T_1$  se rapprocheront de la région (2). Tant que l'un de ces points (C et B dans la fig. 3) se trouvera dans la région (1), les segments tels que AC auront une grandeur absolue appréciable : toutefois si, en valeur absolue, ils étaient grands au début de la série des transformations, ils diminuent constamment et d'une manière assez rapide. Mais lorsque l'ascendante qui suit le point figuratif de la température  $T_0$  à la température  $T_1$  est contenue tout entière dans la région (2), la descendante correspondante est presque confondue avec l'ascendante et on obtient des segments  $\overline{AC}$  très petits. Ils ne sont cependant pas nuls, car un grand nombre d'oscillations permettent de mettre en évidence la diminution de  $\alpha$ .

D'après cela, on peut caractériser de la manière suivante la variation de  $\alpha$  : Au début, la diminution de  $\alpha$  est rapide ; mais la valeur absolue de la vitesse avec laquelle  $\alpha$  varie diminue rapidement, c'est la période de *recuit rapide*. Puis la vitesse de diminution de  $\alpha$  étant devenue assez petite en valeur

absolue, bien qu'encore appréciable, se met à décroître avec une grande lenteur : c'est la période de *recuit modéré*. Enfin, la vitesse de diminution de  $\alpha$  devient extrêmement petite, en sorte que des journées et des semaines sont nécessaires pour que l'on puisse apprécier cette diminution de  $\alpha$ , qui peut se prolonger pendant bien des années ; c'est la période de *recuit séculaire*.

Les variations du volume spécifique du verre soumis à une température qui oscille entre deux valeurs  $T_0$  et  $T_1$ ,  $T_0 < T_1$ , suivent la même marche que les variations de  $\alpha$ .

Avec les différents verres, les phénomènes gardent les mêmes caractères généraux ; mais, selon la nature du verre, certains de ces caractères sont plus ou moins marqués. Ainsi, avec le cristal blanc la période de recuit rapide est beaucoup plus marquée qu'avec le verre vert.

La variation permanente de la variable  $v$  ou, comme on dit, la *variation permanente d'origine élastique*, qu'impose aux thermomètres la température oscillante que nous étudions, ne présente pas, en général, les mêmes caractères.

Le plan TOV est divisé en deux parties par une ligne  $L_1L'_1$  montant de gauche à droite et que l'on appelle la ligne des états naturels.

Imaginons que l'on fasse osciller un thermomètre entre deux températures  $T_0$  et  $T_1$ ,  $T_0 < T_1$ .

Le point figuratif A sera, par exemple, au-dessus de la ligne  $L_1L'_1$ , et il en sera de même de l'ascendante AB conduisant le thermomètre de la température  $T_0$  à la

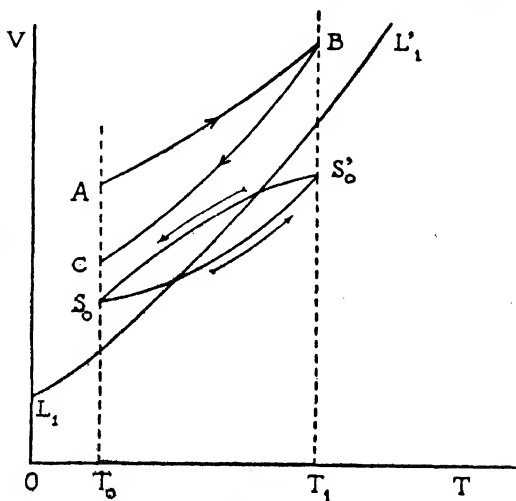


Fig. 4.

température  $T_1$ . En revenant de  $T_1$  à  $T_0$ , le point figuratif décrira une ligne descendante telle que BC. Si on fait des oscillations entre  $T_0$  et  $T_1$ , le point figuratif décrira une série de chemins tels que ABC, mais ces chemins tendront rapidement vers un cycle fermé *sinistrorsum*  $S_0S'_0$  : il ne faudra plus, comme dans le cas précédent, des semaines entières pour arriver à la limite; il suffira souvent de quelques jours ou même parfois de quelques heures.

De plus, le cycle fermé  $S_0S'_0$  a, dans le cas de la variable élastique, une aire finie; pour la variable chimique ou dureté, le cycle fermé a une aire infiniment petite; il est formé d'une descendante et d'une ascendante qui sont très sensiblement confondues.

Ceci posé, considérons un thermomètre qui oscille entre les deux températures  $T_0$  et  $T_1$  : la déformation permanente élastique atteint rapidement sa limite et le point figuratif y décrit sensiblement le cycle  $S_0S'_0$ ; mais la déformation permanente chimique continue à se produire pendant un temps excessivement long, et sa variation, d'abord rapide, puis modérée, puis séculaire, se fait finalement sentir par un glissement lent du cycle  $S_0S'_0$ . En réalité, on n'a jamais de cycle limite fixe, mais un cycle limite qui se déplace et se déforme lentement lorsque le nombre des oscillations de la température croît et devient très grand.

C'est un fait que l'expérience nous a mis en évidence dans un très grand nombre de cas. J'en donnerai ici deux exemples caractéristiques :

#### I. — THERMOMÈTRE EN CRISTAL G. M., n° 32688.

1 degré = 10 mill.

Oscillations entre 60° et 185°.

Nombre d'oscillations.	Division correspondant au degré 60 de l'étalon.
25 .....	132,50
49 .....	132,50

Nombre d'oscillations.	Division correspondant au degré 60 de l'étalon.
50 .....	133,00
25 .....	133,00
54 .....	133,00
96 .....	133,20
184 .....	133,50

## II. — THERMOMÈTRE EN VERRE VERT, N° 36821

1 degré = 15 mill.

Oscillations entre 0 et 185°.

Nombre d'oscillations.	Division correspondant à 0° (glace fondante).	Variation moyenne en degrés par oscillation.
Point de départ . . .	19,60	
1 .....	19,80 .....	0°,01333
155 .....	22,55 .....	0°,00118
291 .....	23,75 .....	0°,00027

Ces deux exemples nous montrent comment le recuit séculaire agit pendant un temps excessivement long pour faire monter le zéro d'un thermomètre.

Ils nous montrent en même temps que l'on pourra considérer toute variation inférieure à 1/1000° de degré par oscillation comme due à ces variations séculaires de la dureté.

Il résulte aussi immédiatement de là que nous aurons toujours à tenir compte de ce recuit séculaire. Lorsque, dans les diverses modifications que nous ferons subir à un thermomètre, le point figuratif ne sortira pas de la région des variations séculaires de la dureté (recuits séculaires et trempes séculaires), nous dirons que nous avons un *thermomètre très recuit* pour la série de modifications considérées. Les propriétés de ce thermomètre seront alors sensiblement celles d'un système dépendant comme variables à hystérésis de la seule variable élastique : il faudra néanmoins, dans le résultat final, tenir compte de l'influence des variations séculaires de



la dureté, et nous avons vu plus haut comment se traduit cette influence.

Nous allons passer en revue quelques-unes de ces propriétés des thermomètres très recuits et montrer comment l'expérience vient vérifier les principales conclusions de la théorie :

1° Considérons un thermomètre très recuit qui oscille entre deux températures  $T_0$  et  $T_1$ ,  $T_1 > T_0$ ; il tend rapidement vers

un cycle limite  $S_0S'_0$ . Cette limite étant atteinte, portons l'instrument à une température  $T_2 > T_1$ , puis faisons des oscillations entre les températures  $T_0$  et  $T_2$ . Nous devons, d'après la théorie, obtenir dans le plan  $TOv$ , un cycle  $S_1S'_1$  plus élevé que le précédent  $S_0S'_0$ . Ce dernier cycle limite  $S_1S'_1$  étant obtenu, refaisons des oscillations entre les températures  $T_0$  et  $T_1$ , nous devons, au bout d'un nombre convenable d'oscillations, retrouver le cycle  $S_0S'_0$ . En réalité nous le retrouvons, mais légèrement déplacé par suite des variations séculaires de la dureté.

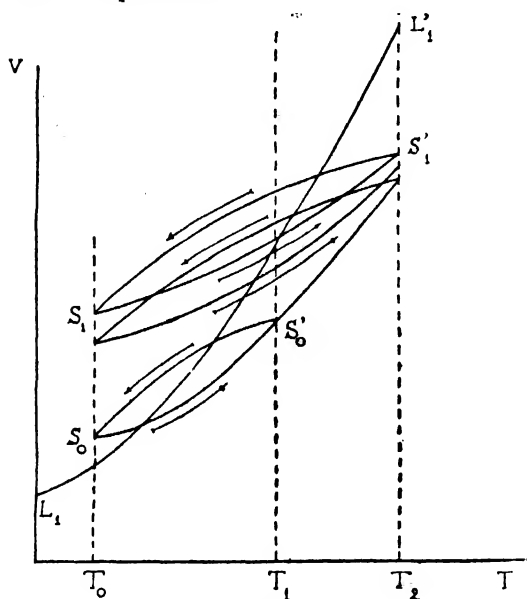


Fig. 5.

## THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 33601

1 degré = 37<sup>mm</sup>,50

Oscillations entre		
60° et 185°.....	Position limite du point 60.....	230,75 ( $S_0$ )
Oscillations entre		
60° et 100°.....	Position limite du point 60.....	246,65
	(Au bout de 275 oscillations)	

Oscillations entre

60° et 185°..... Position limite du point 60..... 231,50 ( $\Sigma_0$ )  
(Au bout de 200 oscillations)

Différence en degré des deux positions limites  $S_0$  et  $\Sigma_0$  : 0°,02; il y a eu 475 oscillations dans l'intervalle.

2° Considérons un thermomètre très recuit qui oscille entre  $T_0$  et  $T_1$ ; soit  $S_0S'_0$  un cycle limite. Portons l'instrument à une température  $T_2$  assez peu supérieure à  $T_1$  pour que nous ne sortions pas de la région des variations séculaires de la dureté. Ramenons le thermomètre à la température  $T_0$  et enfin faisons-le de nouveau osciller entre  $T_0$  et  $T_1$ . Dans le plan  $TOv$  le point figuratif correspondant à  $T_0$ , d'abord au-dessus de  $S_0$ , tend en s'abaissant vers la limite  $S_0$  au bout d'un nombre convenable d'oscillations. Si la température  $T_2$ , au lieu d'être supérieure à  $T_1$ , lui est inférieure, le point figuratif correspondant à  $T_0$ , d'abord au-dessous de  $S_0$ , tend en s'élevant vers la limite  $S_0$ .

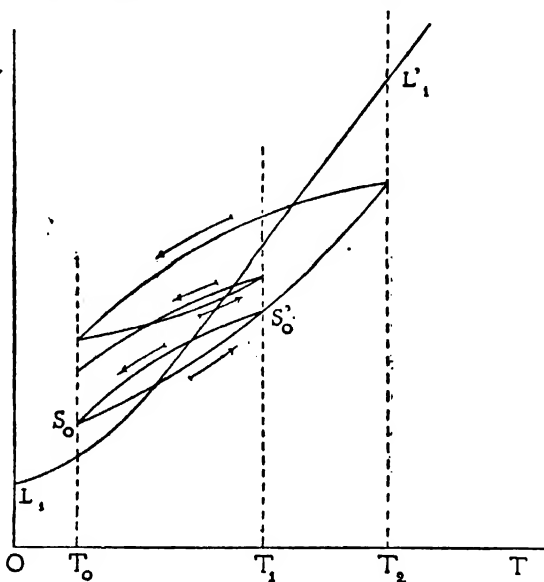


Fig. 6.

#### THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 30850

1 degré = 5<sup>mm</sup>,75

Position du point 60 après un très grand nombre d'oscillations entre 60° et 185°..... 275,25

Porté à 220°, puis refroidi brusquement.

Position du point 60..... 274,50 Descente de 0<sup>mm</sup>,75

Après 50 oscillations entre 60° et 185°.

Position du point 60..... 275,25

## THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 32416

1 degré = 5<sup>mm</sup>,75.

Position du point 60 après un très grand nombre d'oscillations entre 60° et 185°.	293,25	
Chauffé 86 heures à 66°, puis refroidissement brusque.....	295	Ascension de 1 <sup>mm</sup> ,75
Après 103 oscillations entre 60° et 185°...	293,25	

3° Soit un thermomètre très recuit qui a oscillé un très grand nombre de fois entre les températures  $T_0$  et  $T_1$  de manière à décrire sensiblement le cycle limite  $S_0S'_0$  (voir fig. 6). Cet instrument étant porté à la température  $T_1$ , on l'y maintient quelque temps et on laisse refroidir lentement de  $T_1$  à  $T_0$ . Le point figuratif de l'état du thermomètre suit alors sensiblement la ligne des états naturels aux températures élevées; aux températures basses, à moins que le refroidissement ne soit infiniment lent, il se détache de la ligne des états naturels et suit une descendante d'autant plus abaissée que le refroidissement aura été plus lent. Dans le plan  $TOv$ , le point figuratif viendra couper l'ordonnée de la température  $T_0$  d'autant plus bas que le refroidissement aura été plus lent. Si, à ce moment, on fait de nouveau osciller le thermomètre entre les températures  $T_0$  et  $T_1$ , le point figuratif correspondant à la température  $T_0$  s'élève et, au bout d'un nombre suffisamment grand d'oscillations, vient se confondre de nouveau avec le point  $S_0$ .

## THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 32688

1 degré = 10<sup>mm</sup>.

Oscillations entre 60 et 185°.	
Point de départ.....	60°.. 135,75
1° Refroidissement lent de 4 heures...	60°.. 139,25
Après 60 oscillations entre 60° et 185°.	60°.. 135,85
Différence en degrés avec le précédent point fixe.....	0°,01

2° Refroidissement lent de 16 heures . 60°.. 140    Ascension de 0°,415  
 (1 heure de 100° à la température  
 ordinaire.)

Après 50 oscillations entre 60° et 185°. 60°.. 136,15

Différence en degrés avec le précédent  
 point fixe..... 0°,03

3° Refroidissement lent de 20 heures . 60°.. 140,50    Ascension de 0°,435  
 (5 heures de 100° à la température  
 ordinaire.)

Après 61 oscillations entre 60° et 185°. 60°.. 136,25

Différence en degrés avec le précédent  
 point fixe..... 0°,01

4° Refroidissement lent de 63 heures . 60°.. 142    Ascension de 0°,575  
 (43 heures de 100° à la température  
 ordinaire.)

Après 52 oscillations entre 60° et 185°. 60°.. 135,25

Différence en degrés avec le précédent  
 point fixe..... 0°,00

Dans ce qui précède, nous avons supposé que toutes les modifications imposées au thermomètre étaient telles que le point figuratif ne sortit pas de la région des variations séculaires de la dureté. Nous allons maintenant étudier la question suivante :

Un thermomètre a oscillé un très grand nombre de fois entre la température  $T_0$  et  $T_1$ , de telle sorte que le point figuratif de son état finisse par décrire sensiblement un cycle fermé  $S_0 S'_0$ . On porte l'instrument à une température  $T_2 > T_1$  et telle que le point figuratif sorte de la région des variations séculaires de la dureté. On recommence les oscillations entre les températures  $T_0$  et  $T_1$  : au bout d'un nombre convenable de ces dernières oscillations, le point figuratif décrit sensiblement un nouveau cycle fermé  $\Sigma_0 \Sigma'_0$ . Comment ce dernier cycle est-il situé par rapport au cycle  $S_0 S'_0$ ?

Nous distinguerons plusieurs cas :

1<sup>er</sup> CAS. — Pendant la perturbation produite à la température  $T_1$ , le point figuratif pénètre dans la région des *recuits modérés*.

Considérons la représentation dans le plan  $TOv_x$ . Pendant les oscillations du thermomètre entre les températures  $T_0$  et  $T_1$ , le point figuratif de la dureté décrit, par exemple, dans la

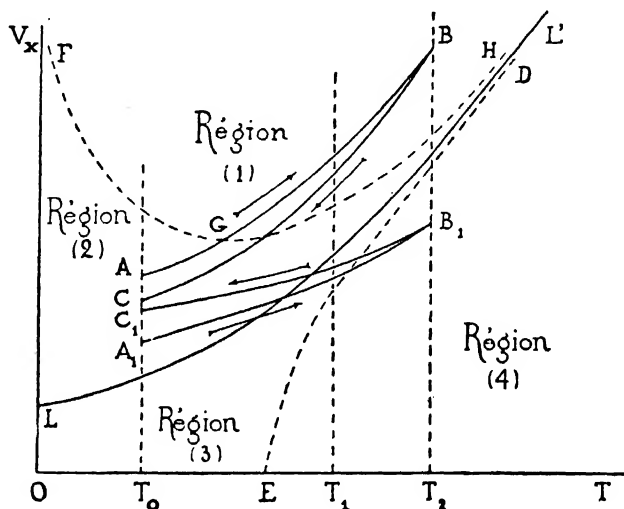


Fig. 7.

région des variations séculaires, une série de lignes ascendantes et descendantes infiniment voisines les unes des autres. Lorsqu'on produit la perturbation à la température  $T_1$ , le point figuratif décrit le chemin ABC tel que le segment BC soit *descendant*. De nouvelles oscillations entre  $T_0$  et  $T_1$  font parcourir au point figuratif, dans la région des variations séculaires, une série d'ascendantes et de descendantes sensiblement confondues entre elles. La perturbation a donc eu pour effet de produire une variation permanente de la dureté telle que la variation permanente correspondant au volume soit sensiblement représentée par le segment descendant AC. Si, maintenant, nous considérons la variation *permanente élastique*, nous voyons que, dans le plan  $TOv$ , le point figuratif, décrivant

avant la perturbation le cycle fermé  $S_0S'_0$ , revient à décrire le même cycle après la perturbation.

Si, enfin, on veut tenir compte de l'influence simultanée des deux modifications permanentes, il faut, d'après un théorème énoncé au début de cette étude, déplacer vers le bas d'une quantité égale au segment AC l'extrémité inférieure  $S_0$ . Le nouveau cycle fermé  $\Sigma_0\Sigma'_0$  est donc tel que l'extrémité  $\Sigma_0$  est située *plus bas* que l'extrémité  $S_0$ . Le volume du thermomètre correspondant à la température  $T_0$  a donc *diminué* par l'effet de la perturbation : par suite, le zéro du thermomètre a *monté*.

Nous disons que, dans ce cas, la perturbation a produit un *recuit du thermomètre*.

De ce fait, nous avons un très grand nombre d'exemples : on peut même dire qu'il en est ainsi dans la majorité des cas. C'est ce qui nous avait conduit, dans une publication antérieure <sup>(1)</sup>, à considérer ce fait comme une loi générale régissant toutes les perturbations.

Nous allons voir, au contraire, qu'il n'en est pas toujours ainsi.

2<sup>e</sup> CAS. — Pendant la perturbation produite à la température  $T_1$ , le point figuratif pénètre dans la région des *trempes modérées*.

Considérons la représentation dans le plan  $TOv_x$  (voir fig. 7). Durant les oscillations du thermomètre entre les températures  $T_0$  et  $T_1$ , le point figuratif de la dureté décrit, par exemple, dans la région des variations séculaires, une série de lignes ascendantes et descendantes infiniment voisines les unes des autres. La perturbation à la température  $T_1$  est représentée par le chemin  $A_1B_1C_1$ , tel que  $A_1C_1$  soit un *segment ascendant*. C'est ce segment que l'on devra considérer lorsqu'on étudiera l'influence simultanée des deux modifications permanentes dans la perturbation précédente. Il faudra déplacer le cycle  $S_0S'_0$

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, nov. 1896.

(variation permanente élastique) de telle façon que le point  $S_0$  se trouve relevé vers le haut d'une quantité sensiblement égale au segment  $A_1C_1$ . Le nouveau cycle fermé  $\Sigma_0\Sigma'_0$  est donc tel que l'extrémité  $\Sigma_0$  est située *plus haut* que l'extrémité  $S_0$ . Le volume du thermomètre correspondant à la température  $T_0$  a donc *augmenté* par l'effet de la perturbation ; par suite, il y a eu *dépression* du zéro du thermomètre.

Nous dirons, dans ce cas, que la perturbation a produit *une trempe* du thermomètre.

Ce fait de la descente du zéro dans les conditions que nous venons d'indiquer a été aperçu par nous pour la première fois ; il n'en est question dans aucun des travaux parus jusqu'ici sur le déplacement du zéro des thermomètres. En général, il faut, pour l'obtenir, effectuer au préalable un très grand nombre d'oscillations entre les deux températures  $T_0$  et  $T_1$  ; c'est là, comme nous le verrons, une condition nécessaire mais non suffisante. Donnons quelques exemples de ce fait nouveau :

#### THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 32688

1 degré = 10<sup>mm</sup>.

- 1° Position du point 60 après un très grand nombre d'oscillations entre 60° et 185°. 135,50 ( $S_0$ )  
 Instrument chauffé 20 minutes à 310°, puis refroidi brusquement. . . . . 130 Descente de 0°,55  
 Après 120 oscillations entre 60° et 185°. 134,25 ( $\Sigma_0$ )  
 $\Sigma_0$  est *au-dessous* de  $S_0$  de : 0°,125.
- 2° Position du point 60 après un très grand nombre d'oscillations entre 60° et 185°. 134,75 ( $S_0$ )  
 Instrument chauffé 10 minutes à 357°, puis refroidi brusquement. . . . . 127,50 Descente de 0°,725  
 Après 133 oscillations entre 60° et 185°. 131,65 ( $\Sigma_0$ )  
 $\Sigma_0$  est *au-dessous* de  $S_0$  de : 0°31.

On a même pu observer ces phénomènes de trempe dans un cas tel que le suivant :

Un thermomètre a oscillé un très grand nombre de fois

entre  $60^\circ$  et  $185^\circ$ , par exemple; on l'abandonne plusieurs mois à la température ordinaire; puis, au bout de ce temps, on lui fait exécuter un très grand nombre d'oscillations entre  $60^\circ$  et  $185^\circ$ . Le nouveau cycle est au-dessous du précédent :

## THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 33601

1 degré =  $37^{\text{mm}},50$ .

Position du point 60 après un très grand

nombre d'oscillations entre  $60^\circ$  et  $185^\circ$ . 231,25 ( $S_0$ )

Instrument abandonné 3 mois à la tem-

pérature du laboratoire..... 237,50 Ascension de  $0^\circ,1786$

Après 125 oscillations entre  $60^\circ$  et  $185^\circ$ .. 230,25 ( $\Sigma_0$ )

$\Sigma_0$  est au-dessous de  $S_0$  de :  $0^\circ,0266$ .

Le cycle fermé  $\Sigma_0 \Sigma'_0$  résultant de la perturbation à la température  $T_1$  étant obtenu, on reproduit une perturbation identique à la première : on obtient un nouveau cycle fermé  $\Sigma_1 \Sigma'_1$ . En recommençant un certain nombre de fois cette même série d'opérations identiques, on arrive à ce que nous avons appelé le *Cycle limite des limites*. L'expérience montre qu'en général les divers cycles  $\Sigma_0 \Sigma'_0$ ,  $\Sigma_1 \Sigma'_1$ ,  $\Sigma_2 \Sigma'_2$ , ..., sont tels que les sommets inférieurs correspondant à  $T_0$  ( $\Sigma_0$ ,  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ , ...) sont les uns au-dessus des autres; en d'autres termes, on tend vers la limite des limites par des recuits. Mais on peut y tendre soit par des trempes, soit alternativement par des trempes et des recuits. Nous avons un exemple de ce dernier cas :

## THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 32688.

1 degré =  $10^{\text{mm}}$ .

Oscillations entre  $60^\circ$  et  $185^\circ$ .

Perturbation à  $357^\circ$ .

Cycle  $\Sigma_0 \Sigma'_0$ ..... 131,65 ( $\Sigma_0$ )

Cycle  $\Sigma_1 \Sigma'_1$ ..... 132,00 ( $\Sigma_1$ ) Recuit de  $0^\circ,035$

Cycle  $\Sigma_2 \Sigma'_2$ ..... 130,75 ( $\Sigma_2$ ) Trempe de  $0^\circ,125$

Cycle  $\Sigma_3 \Sigma'_3$ ..... 132,00 ( $\Sigma_3$ ) Recuit de  $0^\circ,125$

A quel moment parvient-on à la limite des limites? On y est certainement arrivé lorsque, dans la perturbation, le point figu-



ratif ne sort pas de la région des variations séculaires de la dureté.

Toutefois, si le point figuratif traverse avec une très grande rapidité, dans une partie de son parcours, la région des recuits modérés, par exemple, on peut observer une limite des limites. C'est ce qui a permis de constater le cas suivant :

# THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 30850

1 degré = 5<sup>mm</sup>, 75.

Oscillations entre 60° et 185°.

Perturbation produite en chauffant 8 minutes à 357° et en produisant un refroidissement *excessivement brusque* (3 minutes au plus).

Point de départ.....	273,85	
Après perturbation à 357°, puis 135 oscillations entre 60° et 185°.	273,85	} Limite des limites.
Après perturbation à 357°, puis 133 oscillations entre 60 et 185°.	273,75	
Après perturbation à 357°, puis 140 oscillations entre 60 et 185°.	273,75	

On modifie les conditions expérimentales en chauffant 30 minutes à 357°, au lieu de 8 minutes comme dans le cas précédent. Le refroidissement est *toujours le plus brusque possible*.

Après perturbation à 357°, puis 127 oscillations entre 60 et 185°.	273,85	} Nouvelle limite des limites ne différant de la précédente que de 0°,0173 après 282 oscillations.
Après perturbation à 357°, puis 155 oscillations entre 60 et 185°.	273,85	

Au lieu de 30 minutes, on chauffe 60 minutes à 357°.

Après perturbation à 357°, puis 152 oscillations entre 60 et 185°.	274	} Limite des limites ne différant de la précédente que de 0°,026 après 307 oscillations.
Après perturbation à 357°, puis 155 oscillations entre 60 et 185°.	274	

Au lieu de 60 minutes, on chauffe 4 heures à 357°. Refroidissement *excessivement brusque*.

Après perturbation à 357°, puis 170 oscillations entre 60 et 185°. 274,15	} Limite des limites ne différant de la précé- dente que de 0°,026 après 340 oscillations.
Après perturbation à 357°, puis 170 oscillations entre 60 et 185°. 274,15	

On peut donc conclure de ces expériences que le thermomètre étudié est parvenu à sa limite des limites pour les modifications qui lui sont imposées; nous voyons, en effet, que cette limite des limites ne se déplace plus que par variation séculaire.

Or, je me suis demandé si en produisant la perturbation à 250° au lieu de 357°, on aurait encore la même limite des limites. Il n'en est rien, comme le montrent les expériences suivantes :

Perturbation à 250° (10 minutes de chauffe), puis 122 oscillations entre 60 et 185°..... 274,50	} Limite des limites diffé- rant de la précédente de 0°,061 après 247 oscillations.
Perturbation à 250°, puis 125 os- cillations entre 60 et 185°..... 274,50	

On ne peut expliquer cette anomalie que de la manière suivante :

Pendant la perturbation à 357°, le point figuratif traverse, pour des températures voisines de 250°, la région des recuits modérés. Mais, comme l'échauffement et le refroidissement se font avec une très grande rapidité, on peut obtenir une limite des limites tout comme si le chemin parcouru par le point figuratif était contenu tout entier dans la région des variations séculaires. Au contraire, dans la perturbation suivante à 250° le point figuratif reste un temps appréciable dans la région des recuits modérés : il y décrit une série d'ascendantes et de descendantes infiniment petites. Il se produit un certain recuit qui est mis en évidence par la montée du zéro.

Si, d'ailleurs, on renouvelle un très grand nombre de fois les opérations qui consistent à chercher les limites des limites

pour des perturbations à 250° et à 357°, le produit figuratif arrive à décrire un chemin contenu tout entier dans la région des variations séculaires. Les anomalies que nous venons de signaler ne se présentent plus.

Dans ce qui précède, nous avons étudié plus particulièrement l'influence des hautes températures sur le déplacement du zéro d'un thermomètre. L'observation d'un thermomètre maintenu longtemps à une température peu élevée nous conduit à de nouvelles conclusions.

Prenons un thermomètre que nous ferons osciller très longtemps entre les deux températures  $T_0$  et  $T_1$  (60° et 185° par exemple). Le point figuratif décrit, au bout d'un nombre convenable d'oscillations, très sensiblement un cycle fermé  $S_0S'_0$ , qui ne subit que des déplacements très petits dus aux variations séculaires de la dureté. Ceci posé, on abandonne le thermomètre pendant quelque temps à une température oscillante peu élevée : ce sera, par exemple, la température d'un laboratoire. Au bout de ce temps, on constate que le zéro a monté et que le point figuratif correspondant à  $T_0$  est au-dessous de  $S_0$ . On porte alors le thermomètre à la température  $T_1$  et on le ramène à  $T_0$ ; on remarque alors que le point figuratif se trouve *au-dessus* de  $S_0$ , puisqu'il *redescend* pour venir coïncider avec  $S_0$  ou passer *au-dessous* quand on fait un nombre convenable d'oscillations entre  $T_0$  et  $T_1$ .

Indiquons quelques-uns des exemples observés :

#### THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 32416

1 degré = 5<sup>mm</sup>, 75

Après un très grand nombre d'oscillations entre 60° et 185°. Point de départ.....	60°.	293,25	
Instrument chauffé 14 jours dans la vapeur d'alcool méthylique (66°)	60°.	295,75	Ascension de 0°, 4348
Après 1 oscillation entre 60° et 185°	60°.	293	Dépression de 0°, 4783
Après 85 oscillations entre 60° et 185°.....	60°.	293,25	

La *dépression* est *plus grande* que l'*ascension* de : 0°, 0435

## THERMOMÈTRE CRISTAL, N° 30390

1 degré = 5<sup>mm</sup>,75

Après un très grand nombre d'oscillations entre 60° et 310°.....	60°.	187,60	
Instrument abandonné 42 jours à des températures oscillant entre 25 et 30 degrés.....	60°.	188,40	Ascension de 0°,14
Après 1 oscillation entre 60° et 310°	60°.	187,35	Dépression de 0°,18
Après 42 oscillations entre 60° et 310°.....	60°.	187,85	

La *dépression* est plus grande que l'*ascension* de : 0°,04.

Or, il est impossible d'expliquer ces faits en admettant que l'état d'un thermomètre ne dépend que de la variable élastique et de la variable dureté que nous avons considérées jusqu'ici. En effet, si la perturbation à une température basse n'a produit aucun recuit appréciable, le point figuratif correspondant à  $T_0$  doit tendre vers  $S_0$  en restant constamment *au-dessous* de  $S_0$ . Or, ici le point figuratif  $V_y$  passe manifestement *au-dessus* de ce point. S'il y a eu recuit, le point figuratif doit être toujours *au-dessous* de  $S_0$  pour *redescendre* ensuite : il se produit ici des intersections d'ascendantes entre elles et de descendantes entre elles.

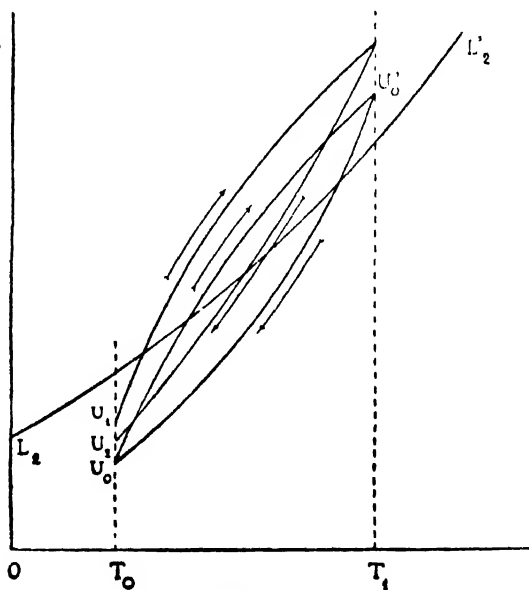


Fig. 8.

On explique nettement les faits observés en faisant l'hypothèse suivante :

Outre les deux variables considérées uniquement jusqu'ici, l'état d'un thermomètre dépend d'une troisième variable, qui présente *les mêmes caractères* que la variable élastique, mais telle que tout cycle fermé décrit par le point figuratif sera *dextrorsum* au lieu d'être *sinistrorsum*. La ligne des états naturels stables monte toujours de gauche à droite, mais les cycles fermés sont décrits comme le montre la figure 8.

Si dès lors on fait osciller un thermomètre un très grand nombre de fois entre  $T_0$  et  $T_1$ , le point figuratif relatif à la nouvelle variable décrit bientôt le cycle fermé  $U_0U'_0$  : à ce moment, on abandonne le thermomètre quelque temps à la température  $T_0$ ; le point figuratif s'élève de  $U_0$  à  $U_1$ ; une première oscillation le ramène à  $U_1$ . C'est le segment *montant*  $U_0U_1$  que nous avons à considérer comme représentant l'effet de cette première oscillation. Or, il est facile de voir que le segment correspondant de la variable élastique est un segment *descendant*. L'effet simultané des deux variables s'obtiendra donc en retranchant les deux segments. On voit donc que, si le segment  $U_0U_1$  est en valeur absolue plus grand que l'autre, il se peut que le point figuratif vienne *au-dessus* de  $S_0$ .

Enfin, le coefficient d'hystérésis de cette nouvelle variable doit diminuer très rapidement quand la température s'élève : l'état naturel de cette variable doit, dans ces conditions, être rapidement atteint. En effet, nous n'avons pu jusqu'ici déceler l'existence de cette nouvelle variable à des températures voisines de  $100^\circ$ .

## Nouvelles synthèses opérées à l'aide de l'éther cyanosuccinique;

Par M. L. BARTHE.

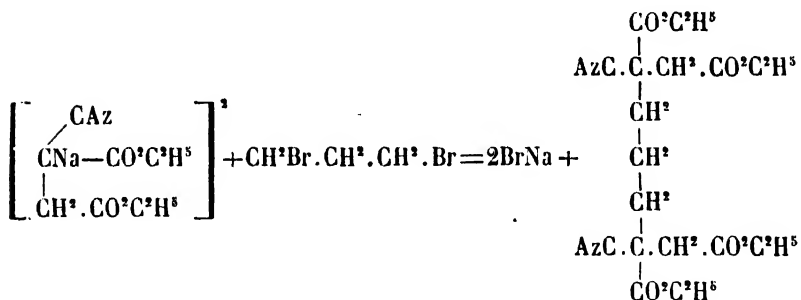
I. *Action du bromure de propylène normal (1, 3, dibromopropane) sur le cyanosuccinate d'éthyle.*

On a chauffé au bain-marie et au réfrigérant ascendant pen-

dant cinq heures deux molécules de cyanosuccinate d'éthyle sodé et une molécule de bromure de propylène normal (point d'ébullition = 165°).

Au bout de ce temps il s'est fait un abondant précipité de bromure de sodium. L'alcool a été distillé, et le résidu a été traité par de l'eau distillée froide qui a précipité une huile brunâtre qu'on a reprise avec de l'éther. La solution étherée a été desséchée sur du chlorure de calcium fondu, puis distillée; le résidu a été distillé au bain d'huile, et sous pression réduite.

A la température de 215°, sous une pression de 0<sup>m</sup> 075, on a obtenu un liquide huileux qui, soumis à l'analyse, a fourni des chiffres conduisant à la formule du *méthylnitrite*, 3, 7, *diméthylate d'éthyle*, 3, 7, *nonane dioate d'éthyle*, formé en vertu de la réaction :



Ce liquide huileux était obtenu depuis longtemps quand, à la suite de la rupture accidentelle d'un flacon dont nous nous disposions à distiller le contenu au bain d'huile, il s'est formé des cristaux qui nous ont servi dans la suite à amorcer le résidu qui jusque-là avait été distillé au bain d'huile. De ce fait cette dernière opération a été supprimée, et après purification des cristaux par dessiccation sur plaques de porcelaine dégourdie et cristallisations répétées de ses dissolutions alcooliques ou étherées, on obtient des cristaux soyeux, très blancs et très légers, fondant à 69°, de composition identique au

liquide huileux, et dont j'ai encore déterminé le poids moléculaire par la méthode de Raoult :

Acide acétique = 45<sup>gr</sup>,92.

Solidification de cet acide = 16°,46.

Substance = 6<sup>gr</sup>.

Solidification de l'acide après disso-

Abaissement observé = 1°,17.

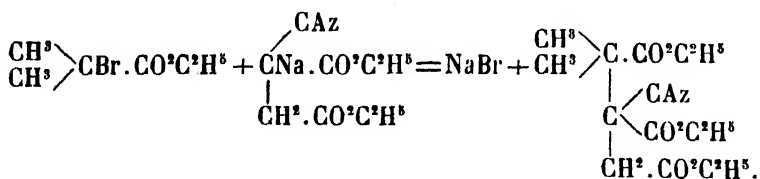
lution de la substance = 15°,29.

$$M = \frac{39 \times 6}{1.17 \times 45.92} = 435.$$

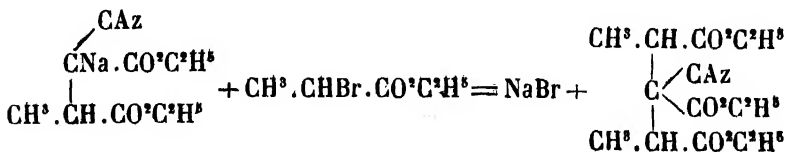
$$\text{Or, } C^{21}H^{30}Az^3O^8 = 438.$$

## II. Action de l'éther $\alpha$ -bromo-isobutyrique sur le cyanosuccinate d'éthyle sodé.

On chauffe pendant trois heures environ au bain-marie bouillant et au réfrigérant ascendant une molécule de cyanosuccinate d'éthyle sodé et une molécule d'éther  $\alpha$ -bromo-isobutyrique (point d'ébullition 163°,6), le tout dissous dans de l'alcool absolu. On termine l'opération comme précédemment. En distillant au bain d'huile et sous pression réduite le résidu de la solution étherée, on a obtenu à 233°-335°, et sous une pression de 0<sup>m</sup>,025, un liquide huileux, légèrement jaunâtre, dont l'analyse conduit à la formule du *diméthylcyanotricarballylate d'éthyle*, formé en vertu de l'équation suivante :



Ce liquide, soumis à une température de —30°, n'a pas cristallisé. Il est isomère avec le *diméthylcyanotricarballylate d'éthyle symétrique* que j'ai obtenu il y a quelques années en traitant l'éther  $\beta$ -méthylcyanosuccinique sodé par l' $\alpha$ -monobromopropionate d'éthyle.



En saponifiant ce dernier éther, MM. Tchynsky et Tschernowitow ont obtenu (1896) trois acides stéréo-isomères.

L'étude des deux nouveaux éthers que j'ai préparés peut devenir très intéressante.

## Décomposition d'un carré en quatre parties superposables;

Par M. G. BRUNEL.

Étant donné un carré (échiquier) de  $4n$  cases, on se propose de le découper en quatre morceaux superposables, les bords de chacun des morceaux étant formés de côtés des cases de l'échiquier et la décomposition étant telle que les divers sommets de l'échiquier figurent sur les bords limites des diverses parties. Cette question comporte des solutions bien diverses les unes des autres et de caractères complètement distincts.

Une *première série de solutions* est fournie par la décomposition en parties superposables l'une sur l'autre par rotation de  $90^\circ$  autour du centre de l'échiquier.

Le problème se ramène à la question de déterminer un circuit passant par tous les sommets d'un réseau déterminé, déduit du réseau primitif fourni par l'échiquier proposé.

Pour  $n=4$ , c'est-à-dire pour l'échiquier ordinaire de 64 cases, le nombre des solutions de cette nature, distinctes, c'est-à-dire qui ne peuvent se déduire par *perversion* de l'une de celles entrant dans l'énumération donnée, est égal à 66.

Désignons par 0, 1, 2, 3 respectivement, une marche le long d'une arête limite de deux cases dans une direction arbitrairement choisie, ou bien dans la direction perpendiculaire, ou bien dans la direction inverse, ou enfin dans la direction inverse de la perpendiculaire; en partant du sommet central de l'échiquier, nous pourrions choisir arbitrairement, pour première direction 0, quatre lignes différentes et obtenir alors, à l'aide du tableau suivant, la division du carré donné en



quatre morceaux superposables. Chacune des lignes du tableau doit être considérée comme formée de 13 chiffres; les chiffres non écrits sont considérés comme identiques aux chiffres qui figurent dans la ligne qui se trouve placée au-dessus :

0 0 0 1 1 1 2 3 3 2 1 1 1	0 1 0 3 3 3 0 1 1 1 1 1 1
2 3 2 1 1 0 0 0	0 1 1 1 2 1 0 0
1	1
2 2 1 0 0 1 2 2 1	0 3 2 3 0 3 2 2 3
1 0 3 0 1 0	1 1 1 2 3 2 1 1
1	2 2 1 0 0 0
1 2 1 0 0 1 2 2 2 2 1	1
3 3 3 3 3 0	1 0 0 1 2 2 2 3 2 1 1
3	3 2 3 0 3 3 3 3
1 0 3 3 3 3 0	0
2 2 2 2 2 1	1 0 3 3 2 3 0 3 0
2	2 2 3 2 1 2 2 1
1 2 2 2 3 2 1 1	2
2	3 3 0 1 1 1 2 2 1
1 0 0 1 1 2 3 2 2 1 0 1	3 3 3 2 2 3
2 2 2 1 0 0 0 0	1 0 0 3 2 3 3 0 1 0
1	3 3 3 0 1 1 1 0
3 2 3 0 3 2 3 0 0	1
1	2 3 2 2 2 1 0 0 1
3 3 0 1 1 0	1 2 3 2 1 0
1 0 1 2 2 3 2 1 2 1	1
3 3 2 3 0 3 3 0	2 1 0 0 0 3 2 3 0 0
3	3 3 0 1 1 1 0
1 0 3 3 3 2 3 0 0	1
2 3 2 1 2 2 2 1	2 3 2 1 2 3 3 2
2	2 1 0 0 0 3 0 1 0
2 2 1 2 2 2 3 3 2	1
0 0 0 3 3 0	2 1 0 0 0 0 0 0
3 3 3 3 0 1 1 1 1 0	1
2 2 2 2 2 2	2 3 3 3 3 2
3	2 1 0 0 0 0 1
0 3 2 2 2 2 3	3 3 3 3 3 2
1 1 1 1 1 0	3

Une *seconde série de solutions* s'obtient en décomposant le carré, d'abord en deux rectangles par une parallèle à l'un des côtés, puis en coupant chaque rectangle en deux parties superposables par une révolution de  $180^\circ$  autour du centre du rectangle.

Pour  $n = 4$  on obtient alors 19 décompositions distinctes du rectangle :

0 1 1 1 2 2 3 0 3 2 2	1 0 3 3 3 2 2 3 0 0 0
3 3 2 1 1 1	1
2	3 2 1 2 3 2
2 3 2 1 1 0 0 0	3
1	1 0 1 2 2 3 3 3 2
2 1 0 1 2 2 3 3 1	3 3 3 3 3 2 2 2
2 1 0 0 1 2 2 1	3
2	1 0 3 3 3 3 3 3 0
1 0 3 0 1 0	3
1	

### Sur une surface à courbures opposées;

Par M. HADAMARD.

J'ai, dans des communications présentées antérieurement à la Société, étudié des surfaces à courbures opposées et présentant un nombre variable de nappes infinies, lesquelles, au point de vue de la théorie des lignes géodésiques, devaient être considérées comme autant de bords.

Par contre, je n'avais pas, jusqu'ici, formé de surfaces de cette classe présentant des trous; de sorte que la question de l'existence de pareilles surfaces restait pendante. Cependant, il était probable qu'elle devait se résoudre dans le sens de l'affirmative; c'est, du moins, ce que semblait mettre en évidence la surface de Néovius, mentionnée par M. Brunel dans la précédente séance.

Seulement, cette dernière surface ne rentre pas dans la caté-

gorie de celles dont nous nous occupons, parce qu'elle a une infinité de nappes, autrement dit que si l'on en considère des portions de plus en plus grandes, l'ordre de connexion de ces portions ne reste pas invariable à partir d'un certain moment.

Il existe des surfaces à courbures opposées satisfaisant, au contraire, à cette dernière condition et présentant des trous. Telle est, par exemple, la surface

$$[(x + a)^2 + y^2 - z^2 - b] [(x - a)^2 + y^2 - z^2 - b] = K$$

(où K est un nombre positif très petit et  $a^2 - b > 0$ ), ou du moins la portion connexe de cette surface définie par les inégalités

$$(x + a)^2 + y^2 - z^2 - b > 0,$$

$$(x - a)^2 + y^2 - z^2 - b > 0.$$

**PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES**  
**DE LA SOCIÉTÉ DES**  
**SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES**  
**DE BORDEAUX**



PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

6. JUL. 1898

# DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

---

Année 1897-1898

---

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & FILS

IMPRIMEURS-LIBRAIRES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU  
DES LONGITUDES, SUCCESSIONS DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

---

A BORDEAUX

CHEZ FERET & FILS, LIBRAIRES

15, cours de l'Intendance, 15

---

1898



# LISTE

DES

## PRÉSIDENTS ET VICE-PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ

de 1853 à 1898

---

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1853-1854	BAZIN.	DELBOS.
1854-1855	BAZIN.	»
1855-1856	BAZIN.	»
1856-1857	ORÉ.	»
1857-1858	BAUDRIMONT.	»
1858-1859	BAZIN.	»
1859-1860	BAUDRIMONT.	»
1860-1861	ABRIA	»
1861-1862	LESPIAULT.	ORÉ.
1862-1863	BAUDRIMONT.	ROYER.
1863-1864	ORÉ.	AZAM.
1864-1865	AZAM.	ROYER.
1865-1866	ROYER.	H. GINTRAC.
1866-1867	H. GINTRAC.	O. DE LACOLONGE.
1867-1868	O. DE LACOLONGE.	GLOTIN.
1868-1869	GLOTIN.	JEANNEL.
1869-1870	LINDER.	DELFORTERIE.
1870-1871	LINDER.	DELFORTERIE.
1871-1872	DELFORTERIE.	ABRIA.
1872-1873	ABRIA.	RATHEAU.
1873-1874	BAUDRIMONT.	SERRÉ-GUINO.
1874-1875	SERRÉ-GUINO.	BAYSSELLANCE.
1875-1876	BAYSSELLANCE.	LOQUIN. •



ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1876-1877	LOQUIN.	HAUTREUX.
1877-1878	HAUTREUX.	E. BOUTAN.
1878-1879	E. BOUTAN.	MICÉ.
1879-1880	DUPUY.	MILLARDET.
1880-1881	MILLARDET.	DE LAGRANDEVAL.
1881-1882	DE LAGRANDEVAL.	G. RAYET.
1882-1883	G. RAYET.	FOURNET.
1883-1884	G. RAYET.	FOURNET.
1884-1885	G. RAYET.	FOURNET.
1885-1886	G. RAYET.	BOUCHARD.
1886-1887	G. RAYET.	BOUCHARD.
1887-1888	G. RAYET.	AZAM.
1888-1889	G. RAYET.	TANNERY.
1889-1890	TANNERY.	GAYON.
1890-1891	AZAM.	GAYON.
1891-1892	DUPUY.	GAYON.
1892-1893	DROGUET.	BLAREZ.
1893-1894	BAYSSELLANCE.	BLAREZ.
1894-1895	BLAREZ.	HAUTREUX.
1895-1896	DE LAGRANDEVAL.	HAUTREUX.
1896-1897	DURÈGNE.	BOULOUC.
1897-1898	BOULOUC.	STROHL.

# LISTE DES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

pendant l'année 1897-1898.

## Composition du Bureau pour l'année 1897-1898.

MM. BOULOUCH, *Président.*

STROHL, \*, *Vice-Président.*

RAYET, O. \*, *Secrétaire général.*

GOGUEL, { *Secrétaires adjoints*

HUGOT, {

BRUNEL, *Archiviste.*

CHEVALLIER, *Trésorier.*

GAYON, \*

MILLARDET, \*,

FIGUIER,

PÉREZ, \*,

BAYSSELLANCE, O. \*,

DURÈGNE,

DE LAGRANDEVAL, \*,

JOLYET,

LESPIAULT, O. \*,

ELLIE,

BLAREZ,

DROGUET, \*,

*Membres du Conseil.*

## Membres titulaires (1).

MM. AIGNAN, inspecteur d'Académie, à Vannes.

ASTOR, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

AUGIS, \*, ingénieur de la Compagnie du Midi en retraite.

AVRIL, \*, ingénieur de la Compagnie du Gaz.

BARCKHAUSEN, O. \*, professeur à la Faculté de Droit.

BARTHE, professeur à la Faculté de Médecine.

BAYSSELLANCE, O. \*, ingénieur des Constructions navales en retraite.  
ancien maire de Bordeaux.

BERGONIÉ, professeur à la Faculté de Médecine.

BICHON, licencié ès sciences.

BLAREZ, professeur à la Faculté de Médecine.

BORDIER, docteur-médecin, à Lyon.

BOULOUCH, professeur au Lycée.

BOUTINEAU, pharmacien-major de 1<sup>re</sup> classe.

BOYER, préparateur à la Faculté des Sciences.

BRUNEL, professeur de calcul infinitésimal, doyen de la Faculté des Sciences.

(1) Les membres dont le nom est précédé d'un astérisque sont membres à vie.

MM. CARDE, ingénieur civil.

CARLES, agrégé à la Faculté de Médecine.

CARMIGNAC-DESCOMBES, ingénieur des Manufactures de l'État à Morlaix.

CARON, professeur de Mathématiques au Lycée en retraite.

CAUBET, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

CHADU, professeur de Mathématiques au Lycée.

CHAINE, préparateur à la Faculté des Sciences.

CHENEVIER, chimiste au Chemin de fer du Midi.

CHEVALLIER, préparateur à la Faculté des Sciences.

CHEVASTELON, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

CHIPART, ingénieur des Mines.

COLOT, licencié des sciences, professeur de Mathématiques.

COULON (l'abbé), licencié des sciences.

DELMAS, ancien élève de l'École polytechnique.

DENIGÈS, professeur à la Faculté de Médecine.

DEVAUX, professeur à la Faculté des Sciences.

DOUBLET, astronome à l'Observatoire.

DROGUET, \*, directeur des postes et télégraphes en retraite.

DUBOURG, professeur à la Faculté des Sciences.

DUHEM, professeur à la Faculté des Sciences.

DUPOUY, préparateur à la Faculté de Médecine.

DURÈGNE, ingénieur des Télégraphes.

ELGOYHEN, négociant-propriétaire.

ELLIE, ingénieur civil.

FALLOT, professeur de géologie à la Faculté des Sciences.

FÉRAUD, astronome à l'Observatoire.

FIGUIER, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

GADEN, négociant.

GAULNE (DE), propriétaire.

\*GAYON, \*, correspondant de l'Institut, professeur de Chimie à la Faculté des Sciences, chimiste en chef à la Douane.

GELBLUM, ingénieur-agronome.

GENDRON, électricien.

GILLES, inspecteur général de l'Enseignement primaire.

GOGUEL, professeur à la Faculté des Sciences.

GOUTTES, inspecteur divisionnaire du travail à Bordeaux.

GOSSART, professeur à la Faculté des Sciences.

GRUVEL, professeur à la Faculté des Sciences.

GUESTIER (Daniel), négociant.

HADAMARD, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

HAUTREUX, \*, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port en retraite.

HUGOT, chef de travaux à la Faculté des Sciences.

ISSALY (l'abbé), licencié des sciences mathématiques.

JOANNIS, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

JOLYET, professeur à la Faculté de Médecine.

JOUET, propriétaire.

**MM. KOWALSKI**, professeur de Mathématiques.

**KUNSTLER**, professeur à la Faculté des Sciences.

**LABORDE**, sous-directeur de la Station agronomique.

**LACROIX**, professeur de Mathématiques en retraite.

**LAGACHE**, ingénieur des Arts et Manufactures.

**LAGRANDVAL** (DE), \*, professeur honoraire de Mathématiques spéciales au Lycée.

**LANDE**, \*, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.

**LENOBLE**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

**LASSERRE**, chimiste des Douanes.

\***LESPIAULT**, O. \*, doyen honoraire de la Faculté des Sciences.

**MALUS**, agrégé de l'Université, préparateur à la Faculté des Sciences.

**MARCHIS**, professeur à la Faculté des Sciences.

**MICÉ**, O. \*, recteur honoraire.

**MILLARDET**, \*, correspondant de l'Institut, professeur de Botanique à la Faculté des Sciences.

**MONNET**, maître de conférences à la Faculté libre des Sciences de Lille.

**PACHON**, professeur agrégé à la Faculté de Médecine.

**PALMADE**, professeur au Lycée de Montpellier.

**PÉLABON**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

**PÉREZ**, \*, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences.

**PICART**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

**PIÉCHAUD**, professeur à la Faculté de Médecine.

**PIONCHON**, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

**PITARD**, chef des travaux à la Faculté des Sciences.

**PRÉVOST**, ingénieur civil des Mines.

**PUIG**, professeur au Lycée.

**RAGAIN**, licencié ès sciences, professeur de dessin graphique au Lycée.

**RAYET** (G.), O. \*, correspondant de l'Institut, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.

**RENOUS**, ingénieur civil.

**RIVIÈRE**, docteur-médecin.

**ROCH**, chimiste.

**RODBERG**, ingénieur-directeur de la Compagnie du Gaz.

**RODIER**, professeur au Lycée.

**ROZIER**, professeur de Mathématiques.

**SANSON**, professeur de Mathématiques au Lycée.

**SARRAN**, professeur au Lycée.

**SAINT-MARTIN** (DE), propriétaire.

**SOUM**, professeur au Lycée.

**SOULARD**, pharmacien des Hôpitaux.

**STROHL**, \*, ingénieur en chef du Service maritime.

\***TANNERY** (P.), ingénieur des Manufactures de l'État, à Paris.

**TURPAIN**, préparateur à la Faculté des Sciences.

**VALLANDÉ** (DE), licencié ès sciences.

**VÈNE**, ingénieur civil.

**VERGELY**, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

MM. VÉZES, professeur à la Faculté des Sciences.

VIGOUROUX, professeur à la Faculté des Sciences.

### Membres honoraires.

MM. DARBOUX (G.), \*, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences de Paris.

DE TILLY, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.

FORTI (Angelo), ancien profess. de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.

FRENET, \*, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à Périgueux.

KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan (Russie).

LINDER, O. \*, inspecteur général des Mines, à Paris.

RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.

### Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.

ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de Milan.

ARIÈS, capitaine du Génie.

BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.

CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.

DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.

ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.

ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.

GAUTHIER-VILLARS, O. \*, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire éditeur, à Paris.

GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coïmbre.

GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.

GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.

HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.

HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.

IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Petersbourg.

LAISANT, \*, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.

MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres, directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).

PEAUCELLIER, O. \*, général du génie.

PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).

PONSOT (M<sup>me</sup>), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.

ROIG Y TORRES (D. Rafael), naturaliste à Barcelone, directeur de la *Crónica Científica*.

ROUX, \*, docteur en Médecine, à Paris.

TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.

WEYR (Ed.), professeur à l'Université de Prague.

# TABLE DES MATIÈRES DES PROCÈS-VERBAUX

ANNÉE 1897-1898

	Pages
DUHEM. — Sur la formation des hydrates et les points quadruples .....	2
FÉRAUD. — Sur les expressions des latitudes des satellites de Jupiter .....	9
BRUNEL. — Sur quelques configurations polyédrales.....	20
DEVAUX. — Sur la porosité des gros troncs d'arbre.....	22
DUHEM. — Sur l'équation des forces vives en thermodynamique et les relations de la thermodynamique avec la mécanique classique .....	23
TURPAIN. — Sur divers procédés d'observation de la résonance électrique .....	27
PITARD. — Des perturbations de la symétrie axillaire dans les pédicelles floraux.....	34
BRUNEL. — Polygones à autoinscription multiple .....	43
PRÉVOST. — Note sur l'intégration de l'équation différentielle des coniques.....	47
DE TANNENBERG. — Sur un théorème de M. Lie.....	49
TURPAIN. — Sur le résonateur de Hertz .....	55
DUHEM. — Remarque touchant les lois du résonateur hertzien établies par M. Turpain .....	64
LABORDE. — Sur l'oxydase du « Botrytis cinerea » .....	67
GOGUEL. — Description cristallographique du plato-oxalonitrite de potassium.....	73
LENOBLE. — Sur les déformations permanentes des fils métalliques.....	74
DE TANNENBERG. — Sur l'interprétation géométrique de quelques formules relatives au mouvement d'un corps solide...	80
HADAMARD. — Sur la forme de l'espace.....	83
HADAMARD. — Sur la courbure dans les espaces à plus de deux dimensions .....	85
DENIGÈS. — Nouvelle réaction très sensible et spécifique de l'acide citrique.....	87
DENIGÈS. — Diagnose rapide des acides lactique et glycolique.	92

	Pages
VÈZES. — Sur quelques sels platineux mixtes.....	93
DEVAUX. — Échanges gazeux des tiges ligneuses .....	96
BRUNEL. — Sur les duades formées avec $2p$ éléments. ....	104
DE TANNENBERG. — Sur une question relative au calcul des variations .....	105
DE TANNENBERG. — Sur la transformation des intégrales multiples. ....	109
VÈZES. — Sur les combinaisons salines du Palladium .....	114
TURPAIN. — Sur le champ hertzien. ....	117
PICART. — De la rotation de la terre supposée fluide à son intérieur.....	128
BOULOUCH. — Corrections calorimétriques.....	132
FÉRAUD. — Sur les formes et les symétries du carré de la distance de deux astres.....	137
BORDIER. — Sur le pouvoir dioptrique d'un système centré..	141
DE TANNENBERG. — Sur l'équation d'Euler .....	143
FÉRAUD. — Sur le nombre des coefficients distincts du développement de la fonction perturbatrice.....	143
PICART. — Sur l'équation de Gylðen-Lindstedt généralisée..	145
HADAMARD. — Sur le billard non euclidien. ....	147
LABORDE. — Sur les ferments des maladies des vins.....	149
GOGUEL. — Projet de statistique minéralogique de la région du Sud-Ouest et des Pyrénées .....	155
SARRAN. — Compression de l'azote .....	158
CHAIÑE. — Sur le masséter des Rongeurs.....	161
HAUTREUX. — Les bancs de sable de la Gironde et de son embouchure; leurs mouvements.....	166
TURPAIN. — Comparaison du champ hertzien dans l'air et dans l'huile.....	171
DUHEM. — Sur l'équation des petits mouvements dans un milieu fluide.....	180
DUHEM. — Sur les aciers au nickel irréversibles.....	184
HUGOT. — Action du sodammonium en excès sur le phosphore rouge.....	185
VÈZES. — Sur le poids atomique de l'azote.....	188
VÈZES. — Sur les oxalates complexes du platine et du palladium .....	191
DENIGÈS. — Combinaisons obtenues avec l'iodoforme et les amines aromatiques tertiaires.....	198
MONNET. — Sur la chaleur de dilution de l'hyposulfite de sodium .....	200

	Pages
PÉLABON. — Action de l'hydrogène sur le sulfure d'argent et réaction inverse .....	205
DUHEM. — Sur l'intégrale des équations des petits mouvements d'un solide isotrope .....	209
VÈZES. — Sur la préparation du chloroplatinite de potassium.	209
TURPAIN. — Sur la multicomunication en télégraphie au moyen des oscillations électriques .....	216
BRUNEL. — Configurations régulières sur des surfaces quelconques.....	224
DE TANNENBERG. — Sur la forme donnée par Kirchhoff aux équations différentielles du mouvement d'un corps solide.	226
GRUVEL. — Dragages méthodiques dans le golfe de Gascogne.	228
GRUVEL. — Note sur le mâle complémentaire du « Scalpellum vulgare ».....	233
CHAINED. — Pseudarthrose de la mâchoire inférieure chez une Grenouille .....	236
HUGOT. — Sur l'action du sodammonium en excès sur l'arsenic .....	239
LABORDE. — Contribution à l'étude de l'azote contenu dans le vin.....	242
GRUVEL. — Notes sur quelques résultats d'un dragage dans le Golfe de Gascogne.....	248
CAUBET. — Sur la liquéfaction d'un mélange de gaz.....	256
GAYON et LABORDE. — Sur le dosage du mercure dans les liquides organiques et spécialement dans les liquides fermentés en présence du bi-chlorure de mercure.....	264
TURPAIN. — Étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans les diélectriques .....	267
TURPAIN. — Sur le résonateur à coupure.....	270
BOYER. — Action de quelques acides organiques sur la respiration des plantes.....	274
HUGOT. — Sur l'action du sodammonium sur l'arsenic en excès .....	282





# PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES DE BORDEAUX

---

ANNÉE 1897-1898.

---

*Séance du 25 novembre 1897.*

PRÉSIDENCE DE MM. GAYON ET DURÈGNE.

---

M. Gayon fait part à la Société de la perte douloureuse qu'elle a faite pendant les vacances dernières, en la personne de M. Georges-Léon Croizier, capitaine d'artillerie en retraite, chevalier de la Légion d'honneur.

M. Gayon regrette de n'avoir pu assister à l'enterrement de notre dévoué secrétaire. Il avait depuis longtemps appris à le connaître, alors que notre capitaine était attaché à la fonderie de Ruelle. Il avait eu plaisir à le retrouver depuis et à le rencontrer chaque jour dans la Faculté. Un seul de nos collègues a pu être informé assez à temps pour aller porter nos sincères condoléances à sa famille si douloureusement éprouvée.

Ce n'est point seulement à la Société des Sciences physiques et naturelles que M. Croizier a été si utile. Il a trouvé moyen de rendre successivement service aux laboratoires divers de la Faculté des sciences où sa patience et son bon vouloir n'ont cessé d'être mis à contribution. Nous perdons en lui un collègue dévoué, un collaborateur de tous les instants, à l'esprit toujours en éveil, d'un caractère égal, d'une humeur franchement parfaite.

M. Durègne prend le fauteuil de la présidence. Il s'associe aux témoignages de regrets donnés par M. Gayon à la mémoire de notre collègue, M. Croizier.

M. Durègne fait part à la Société du décès d'un autre de ses membres, de M. Laporte, ancien professeur de mathématiques. M. Laporte se faisait un plaisir d'assister à nos séances. Il y a peu de temps encore, alors que la maladie le forçait déjà à rester éloigné de nous, il priait M. de Lagrandval de nous présenter le résultat de quelques-unes de ses recherches. M. Laporte nous est resté fidèle jusqu'au dernier moment.

Ici encore le nombre des membres qui ont pu accompagner notre collègue à sa dernière demeure, s'est trouvé fort limité. De ce fait, nos regrets ont encore augmenté.

Le Bureau de la Société est constitué comme il suit :

<i>Président</i> .....	M. BOULOUCH.
<i>Vice-Président</i> .....	M. STROHL.
<i>Secrétaire général</i> .....	M. RAYET.
<i>Secrétaires adjoints</i> .....	MM. GOGUEL et HUGOT.
<i>Archiviste</i> .....	M. BRUNEL.
<i>Trésorier</i> .....	M. CHEVALLIER.

#### Membres du Conseil d'administration :

1 <sup>re</sup> SÉRIE	2 <sup>e</sup> SÉRIE	3 <sup>e</sup> SÉRIE
MM. BLAREZ.	MM. LESPIAULT.	MM. DURÈGNE.
DE LAGRANVAL.	GAYON.	MILLARDET.
JOLYET.	DROGUET.	PÉREZ.
BAYSSSELLANCE.	ELLIE.	FIGUIER.

### Sur la formation des hydrates et les points quadruples ;

Par M. P. DUHEM.

Le but de la présente note est d'énoncer certains théorèmes qui peuvent être démontrés rigoureusement en suivant les méthodes que nous avons appliquées ailleurs à des cas plus

simples. (*Dissolutions et Mélanges*, 2<sup>e</sup> Mémoire, Chapitre III, § V. — *Travaux et Mémoires des Facultés de Lille*, n<sup>o</sup> 12, pp. 53 et suiv.) Les démonstrations de ces théorèmes se trouveront d'ailleurs exposées dans le tome III de notre *Traité élémentaire de Mécanique chimique*, actuellement en préparation.

## I

Supposons que l'indice 1 désigne un dissolvant, l'eau par exemple, de poids moléculaire  $\varpi_1$  et l'indice 2 un corps anhydre, de poids moléculaire  $\varpi_2$ . Ces deux corps peuvent, en se combinant, former deux hydrates, l'un II, de poids moléculaire  $(n_1\varpi_1 + n_2\varpi_2)$ ; l'autre, II', de poids moléculaire  $(n'_1\varpi_1 + n'_2\varpi_2)$ ;  $x = \frac{n_2\varpi_2}{n_1\varpi_1}$  est la concentration du premier;  $x' = \frac{n'_2\varpi_2}{n'_1\varpi_1}$  est la concentration du second. Nous supposons  $x'$  supérieur à  $x$ .

La dissolution, formée d'une masse  $M_1$  du corps 1 et d'une masse  $M_2$  du corps 2, a une concentration  $s = \frac{M_2}{M_1}$ .

Sous une pression donnée  $\Pi$ , il n'existe qu'une température  $\Theta(\Pi)$  et qu'une valeur  $\Sigma(\Pi)$  de la concentration, pour lesquelles il puisse y avoir équilibre entre les trois corps :

Premier hydrate solide;  
Deuxième hydrate solide;  
Dissolution.

Si, dans le plan  $TOs$ , le point figuratif se trouve hors du point D  $[\Theta(\Pi), \Sigma(\Pi)]$ , il ne peut y avoir équilibre avant que l'une des trois phases n'ait disparu du système.

Pour discuter ces équilibres entre deux des trois phases, certains renseignements préliminaires sont nécessaires. Trois cas peuvent se présenter :

1<sup>er</sup> Cas. — Les deux binômes  $(x - \Sigma)$ ,  $(x' - \Sigma)$  sont positifs.

2<sup>e</sup> Cas. — Les deux binômes  $(x - \Sigma)$ ,  $(x' - \Sigma)$  sont négatifs.

3<sup>e</sup> Cas. — Le binôme  $(x - \Sigma)$  est négatif; le binôme  $(x' - \Sigma)$  est positif.

Dans le premier cas, l'hydrate H peut, par une fusion aqueuse partielle, fournir de l'hydrate H' solide et une dissolution de concentration  $\Sigma$ .

Dans le second cas, l'hydrate H' peut, par une fusion aqueuse partielle, fournir de l'hydrate H solide et une dissolution de concentration  $\Sigma$ .

Dans le troisième cas, un mélange des deux hydrates H et H' peut, par une fusion aqueuse, fournir une dissolution de concentration  $\Sigma$ .

Accomplie sous la pression  $\Pi$ , à la température  $\Theta(\Pi)$ , cette fusion aqueuse partielle ou totale est un phénomène réversible. C'est un *fait d'expérience* qu'elle absorbe toujours de la chaleur; au cas où l'expérience donnerait, pour certains hydrates, un résultat inverse, les théorèmes que nous allons énoncer devraient, pour la plupart, être renversés.

*Équilibre entre les deux hydrates H et H' sans dissolution.* Pour qu'un tel équilibre ait lieu sous la pression  $\Pi$ , il faut et il suffit que la température soit inférieure à  $\Theta(\Pi)$ .

Pour étudier les deux autres espèces d'états d'équilibre entre deux des trois phases, deux cas sont à distinguer :

CAS I. — LES DEUX BINÔMES  $(\Sigma - x)$ ,  $(\Sigma - x')$  SONT DE MÊME SIGNE.

*Équilibre entre l'hydrate H et la dissolution, l'hydrate H' étant exclu.* Pour que cet équilibre ait lieu sous la pression  $\Pi$ , il faut et il suffit :

1<sup>o</sup> Que le point figuratif  $(T, s)$  se trouve sur une certaine ligne  $s = S(T)$  (courbe de solubilité de l'hydrate H), qui passe au point D.

2<sup>o</sup> Que la température soit inférieure à  $\Theta(\Pi)$  si  $(x - \Sigma)$  est positif; l'inverse a lieu dans le cas contraire.

*Équilibre entre l'hydrate H' et la dissolution, l'hydrate II étant exclu.* Il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif (T, s) se trouve sur une certaine ligne  $s = S'(T)$  (courbe de solubilité de l'hydrate H') qui passe au point D.

2° Que la température soit supérieure à  $\Theta(\Pi)$  si  $(x - \Sigma)$  est positif; l'inverse a lieu dans le cas contraire.

On a alors affaire à un POINT DE TRANSITION d'un hydrate à l'autre.

Au point de transition, la courbe de solubilité de l'hydrate H monte plus vite de gauche à droite que la courbe de solubilité de l'hydrate II'.

CAS II. — LES DEUX BINÔMES  $(\Sigma - x)$ ,  $(\Sigma - x')$  SONT DE SIGNES CONTRAIRES.

*Équilibre entre l'hydrate II et la dissolution, l'hydrate II étant exclu.* Il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif (T, s) soit sur la ligne  $s = S(T)$ ;

2° Que la température soit supérieure à  $\Theta(\Pi)$ .

*Équilibre entre l'hydrate II' et la dissolution, l'hydrate II étant exclu.* Il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif (T, s) soit sur la ligne  $s = S'(T)$ ;

2° Que la température soit supérieure à  $\Theta(\Pi)$ .

Si l'on abaisse graduellement la température d'une dissolution, au moment où cette température atteint la valeur  $\Theta(\Pi)$ , la dissolution se prend en une masse solide qui est un mélange eutectique des deux hydrates, de concentration moyenne  $\Sigma(\Pi)$ .

On a alors affaire à un POINT D'EUTEXIE.

Au point d'eutexie, la courbe de solubilité de l'hydrate II' monte plus rapidement de gauche à droite que la courbe de solubilité de l'hydrate II.

## II

Supposons que le corps anhydre 2 puisse exister dans le système à l'état gazeux. Prenons trois axes de coordonnées rectangulaires OT, Os, OΠ.

Si les quatre corps

Premier hydrate,  
Deuxième hydrate,  
Dissolution,  
Gaz

sont présents dans le système, pour que l'équilibre ait lieu, il faut et il suffit que le point figuratif se trouve en un point bien déterminé ( $\Theta$ ,  $\Sigma$ ,  $\Psi$ ) que nous nommerons le *point quadruple* Q.

Hors du point quadruple, le point figuratif ne peut représenter un état d'équilibre du système, à moins que l'une des quatre phases n'ait disparu.

*Équilibre entre les deux sels solides et la dissolution, le gaz étant exclu.* Pour que cet équilibre ait lieu, il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif se trouve sur une certaine courbe gauche F, passant au point D;

2° Que la pression soit supérieure à  $\Psi$ .

Cette ligne F diffère peu d'une parallèle à OΠ ; sa projection sur le plan TOΠ monte de gauche à droite si la fusion aqueuse, partielle ou totale, est accompagnée d'une augmentation de volume ; elle monte de droite à gauche dans le cas contraire.

*Équilibre entre les deux sels solides et le gaz, la dissolution étant exclue.* Il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif se trouve sur une certaine courbe gauche C, passant au point Q;

2° Que la température soit inférieure à  $\Theta$ .

Pour traiter les deux sortes d'états d'équilibre qui nous restent à considérer, il faut distinguer deux cas :

CAS I. — LES DEUX BINOMES  $(\Sigma - x)$ ,  $(\Sigma - x')$  SONT DE MÊME SIGNE.

*Équilibre entre l'hydrate II, le gaz et la dissolution, l'hydrate H' étant exclu.* Pour que cet équilibre ait lieu, il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif se trouve sur une certaine courbe gauche II, passant au point Q ;

2° Que la température soit inférieure à  $\Theta$  si  $(x - \Sigma)$  est positif ; l'inverse a lieu dans le cas contraire.

*Équilibre entre l'hydrate II', le gaz et la dissolution, l'hydrate II étant exclu.* Il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif se trouve sur une certaine courbe gauche II' passant au point Q ;

2° Que la température soit supérieure à  $\Theta$  si  $(x - \Sigma)$  est positif ; l'inverse a lieu dans le cas contraire.

On a affaire à un POINT DE TRANSITION entre les deux hydrates.

Au point de transition, la courbe des tensions de dissociation de l'hydrate H' monte plus rapidement de gauche à droite que la courbe des tensions de dissociation de l'hydrate II.

CAS II. — LES DEUX BINOMES  $(\Sigma - x)$ ,  $(\Sigma - x')$  SONT DE SIGNES CONTRAIRES.

*Équilibre entre l'hydrate II, le gaz et la dissolution, l'hydrate H' étant exclu.* Il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif se trouve sur la courbe II ;

2° Que la température soit supérieure à  $\Theta$ .

*Équilibre entre l'hydrate II', le gaz et la dissolution, l'hydrate II étant exclu.* Il faut et il suffit :

1° Que le point figuratif se trouve sur la courbe II' ;



2° Que la température soit supérieure à  $\Theta$ .

On a affaire à un POINT D'EUTEXIE.

Au point d'eutexie, la courbe des tensions de dissociation de l'hydrate II monte plus rapidement de gauche à droite que la courbe des tensions de dissociation de l'hydrate II'.

Ces divers théorèmes s'appliquent également aux systèmes formés par deux hydrates solides, une solution aqueuse et la vapeur d'eau.

Les physiciens et, en particulier, M. H. W. Bakhuis Roozboom, avaient déjà découvert par intuition bon nombre de ces théorèmes; mais nous ne pensons pas qu'on ait cherché, jusqu'ici, à les déduire entièrement des principes de la thermodynamique.

---

*Séance du 9 décembre 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. STROHL.

---

M. le Président rappelle à ses collègues que les membres de la Société qui désireraient prendre part au Congrès des Sociétés savantes de 1898 doivent avertir le Bureau, en sorte que les noms des délégués puissent être envoyés avant le 30 janvier 1898 à M. le Ministre de l'Instruction publique.

Sont nommés membres titulaires de la Société :

M. de Tannenberg, chargé d'un cours à la Faculté des sciences de Bordeaux;

M. Vigouroux, maître de conférences à la Faculté des sciences de Bordeaux;

M. Renous, industriel à Bordeaux;

M. Pélabon, chargé de conférences à la Faculté des sciences de Lille.

M. Lenoble, maître de conférences à la Faculté libre des sciences de Lille.

## Sur les expressions des latitudes des satellites de Jupiter;

Par M. ADRIEN FÉRAUD.

M. Souillart a donné, dans le tome XI du *Bulletin astronomique* (p. 145), deux expressions des latitudes des satellites de Jupiter. Quelques-uns des coefficients des deux formules sont en accord et d'autres diffèrent beaucoup; l'auteur demandait de voir comment la compensation s'établissait.

Dans une *Note au sujet du Mémoire précédent* (B. A., t. XI, p. 159), M. Tisserand a montré comment on pouvait passer de l'une à l'autre des formules de M. Souillart, et a donné, en même temps, une nouvelle expression des latitudes.

Il m'a semblé que l'on pouvait retrouver toutes ces expressions par un même procédé analytique qui conduit immédiatement à la comparaison complète de leurs coefficients.

J'adopterai, dans la suite, les notations du tome IV du *Traité de Mécanique céleste* de M. Tisserand.

1. Les latitudes  $\lambda, \lambda', \lambda'', \lambda'''$  des satellites rapportées au plan fixe sont données par les formules

$$\lambda = q \sin l - p \cos l, \quad \dots, \quad \lambda''' = q''' \sin l''' - p''' \cos l'''$$

et les quantités  $p, q, p', \dots, q^{iv}$  vérifient les équations différentielles (*loc. cit.*, p. 45 et suiv.)

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{dt} + \dots = P, \\ \frac{dq}{dt} - \dots = Q, \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dq^{iv}}{dt} + \dots = Q^{iv}. \end{array} \right.$$

Le problème de la recherche des expressions des latitudes sera donc immédiatement résolu quand on aura trouvé la



équations (1), nous obtiendrons donc

$$\begin{aligned}
 & \left[ \frac{d.T \sin(bt+c)}{dt} - bT \cos(bt+c) \right] + \dots \\
 & \quad + \left[ \frac{d.T_i \sin(b_i t + c_i)}{dt} - b_i T_i \cos(b_i t + c_i) \right] = P, \\
 & \left[ \frac{d.T \cos(bt+c)}{dt} + bT \sin(bt+c) \right] + \dots \\
 & \quad + \left[ \frac{d.T_i \cos(b_i t + c_i)}{dt} + b_i T_i \sin(b_i t + c_i) \right] = Q, \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \sigma^{iv} \left[ \frac{d.T \cos(bt+c)}{dt} + bT \sin(bt+c) \right] + \dots \\
 & \quad + \sigma_i^{iv} \left[ \frac{d.T_i \cos(b_i t + c_i)}{dt} + b_i T_i \sin(b_i t + c_i) \right] = Q^{iv}.
 \end{aligned}$$

Ces relations différentielles peuvent être divisées en deux groupes absolument analogues aux deux groupes d'équations (19) (*loc. cit.*, p. 49), on peut donc les écrire

$$\begin{aligned}
 (x) \left\{ \begin{aligned} & \frac{d.T \sin(bt+c)}{dt} - bT \cos(bt+c) \\ & \qquad \qquad \qquad = n \sum_{j=0}^{j=7} S_j [\cos(s_j t + \varsigma_j) - \cos \varsigma_j], \\ & \frac{d.T \cos(bt+c)}{dt} + bT \sin(bt+c) \\ & \qquad \qquad \qquad = -n \sum_{j=0}^{j=7} S_j [\sin(s_j t + \varsigma_j) - \sin \varsigma_j], \\ & \dots \dots \dots \\ & \frac{d.T_3 \cos b_3 t + c_3)}{dt} + b_3 T_3 \sin(b_3 t + c_3) \\ & \qquad \qquad \qquad = -n_3 \sum_{j=0}^{j=7} S_j [\sin(s_j t + \varsigma_j) - \sin \varsigma_j], \end{aligned} \right. \\
 (y) \left\{ \begin{aligned} & \frac{d.T_i \sin(b_i t + c_i)}{dt} - b_i T_i \cos(b_i t + c_i) \\ & \qquad \qquad \qquad = n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j [\cos(s_j t + \varsigma_j) - \cos \varsigma_j], \\ & \frac{d.T_i \cos(b_i t + c_i)}{dt} + b_i T_i \sin(b_i t + c_i) \\ & \qquad \qquad \qquad = -n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j [\sin(s_j t + \varsigma_j) - \sin \varsigma_j]. \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Pour que le système des quantités  $p, q, \dots, q^{iv}$  définies par les relations (2) constitue une solution particulière des équations (1), il faut et il suffit que les quantités  $T$  et  $c$  vérifient le système de relations différentielles précédent.

Je vais montrer successivement, dans les trois numéros suivants, que l'on peut partir de trois systèmes de valeurs des  $T$  et des  $c$  satisfaisant aux équations ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ) de manière à obtenir respectivement les formes de la solution  $L$  qui conduisent aux expressions des latitudes données par M. Souillart et par M. Tisserand.

2. Les relations ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ) sont manifestement vérifiées si l'on détermine les  $T$  et les  $c$  de façon que

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} T \sin (b t + c) = n \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\sin (s_j t + \varsigma_j)}{s_j - b} + \frac{\sin \varsigma_j}{b} \right], \\ T \cos (b t + c) = n \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\cos (s_j t + \varsigma_j)}{s_j - b} + \frac{\cos \varsigma_j}{b} \right], \\ \dots \dots \dots \\ T_4 \cos (b_4 t + c_4) = n_4 \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\cos (s_j t + \varsigma_j)}{s_j - b_4} + \frac{\cos \varsigma_j}{b_4} \right]. \end{array} \right.$$

Les valeurs des  $T$  et des  $c$ , déterminées par les précédentes équations, portées dans les expressions (2) donnent une solution particulière des équations (1) dont la solution générale s'écrit alors

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} p = N \sin (b t + \gamma) + \dots + N_4 \sin (b_4 t + \gamma_4) \\ \quad + \sum_{i=0}^{i=4} n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\sin (s_j t + \varsigma_j)}{s_j - b_i} + \frac{\sin \varsigma_j}{b_i} \right], \\ q = N \cos (b t + \gamma) + \dots + N_4 \cos (b_4 t + \gamma_4) \\ \quad + \sum_{i=0}^{i=4} n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\cos (s_j t + \varsigma_j)}{s_j - b_i} + \frac{\cos \varsigma_j}{b_i} \right], \\ \dots \dots \dots \\ q^{iv} = \sigma^{iv} N \cos (b t + \gamma) + \dots + \sigma_4^{iv} N_4 \cos (b_4 t + \gamma_4) \\ \quad + \sum_{i=0}^{i=4} \sigma_i^{iv} n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\cos (s_j t + \varsigma_j)}{s_j - b_i} + \frac{\cos \varsigma_j}{b_i} \right]. \end{array} \right.$$

Posons

$$N \sin \gamma = x, \quad N \cos \gamma = y, \quad \dots, \quad N_i \cos \gamma_i = y_i.$$

Désignons respectivement par  $\xi, \eta, \dots, \eta_i$  les valeurs, pour  $t = 0$ , des seconds membres des relations (3).

Faisons  $t = 0$  dans les deux membres des équations (4), nous obtenons, pour déterminer les valeurs  $x, y, x_1, y_1, \dots, y_i$  des quantités  $x$  et  $y$  relatives à la solution L, les deux systèmes d'équations

$$(5) \quad \begin{cases} p_0 = (x + \xi) + (x_1 + \xi_1) + (x_2 + \xi_2) + (x_3 + \xi_3) + \dots + (x_i + \xi_i), \\ p'_0 = \sigma' (x + \xi) + \dots + \sigma'_i (x_i + \xi_i), \\ p''_0 = \sigma'' (x + \xi) + \dots + \sigma''_i (x_i + \xi_i), \\ q_0 = (y + \eta) + (y_1 + \eta_1) + (y_2 + \eta_2) + (y_3 + \eta_3) + \dots + (y_i + \eta_i), \\ q'_0 = \sigma' (y + \eta) + \dots + \sigma'_i (y_i + \eta_i), \\ q''_0 = \sigma'' (y + \eta) + \dots + \sigma''_i (y_i + \eta_i). \end{cases}$$

La forme (4) de la solution L conduit immédiatement aux expressions suivantes des latitudes

$$(6) \quad \begin{cases} \lambda = N \sin (l - b t - \gamma) + \dots + N_i \sin (l - b_i t - \gamma_i) \\ \quad + \sum_{i=0}^{i=4} n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\sin (l - s_j t - \zeta_j)}{s_j - b_i} + \frac{\sin (l - \zeta_j)}{b_i} \right], \\ \lambda'' = \sigma'' N \sin (l'' - b t - \gamma) + \dots + \sigma''_i N_i \sin (l'' - b_i t - \gamma_i) \\ \quad + \sum_{i=0}^{i=4} \sigma''_i n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\sin (l'' - s_j t - \zeta_j)}{s_j - b_i} + \frac{\sin (l'' - \zeta_j)}{b_i} \right], \end{cases}$$

Ces expressions des latitudes au-dessus du plan fixe correspondent aux expressions (11) du Mémoire de M. Soullart, qui se rapportent aux latitudes au-dessus de l'orbite actuelle de la planète.

3. Développons le second membre de la première relation (4) suivant les puissances de  $t$ ; nous aurons très approximativement, puisque les  $s_j$  sont très faibles,

$$n \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\sin (s_j t + \zeta_j)}{s_j - b} + \frac{\sin \zeta_j}{b} \right] = n \sum_{j=0}^{j=7} \frac{S_j s_j \sin \zeta_j}{(s_j - b) b} + t n \sum_{j=0}^{j=7} \frac{S_j s_j \cos \zeta_j}{s_j - b}.$$

$b$  est grand par rapport aux  $s_j$ ; nous pouvons donc, sans erreur sensible, remplacer dans les dénominateurs  $(s_j - b)$   $b$  et  $(s_j - b)$  par  $-b^2$  et  $-b$ .

Le second membre de la première relation (4) s'écrit alors

$$-\frac{n}{b^2} \sum_{j=0}^{j=7} S_j s_j \sin \varsigma_j - t \frac{n}{b} \sum_{j=0}^{j=7} S_j s_j \cos \varsigma_j,$$

ou encore

$$B \frac{n}{b^2} - t A \frac{n}{b},$$

si l'on pose

$$A = \sum_{j=0}^{j=7} S_j s_j \cos \varsigma_j, \quad B = - \sum_{j=0}^{j=7} S_j s_j \sin \varsigma_j.$$

On pourra de même développer le second membre de la deuxième relation (4) et l'écrire

$$-A \frac{n}{b^2} - t B \frac{n}{b}.$$

Lorsque  $i$  prend les valeurs 1, 2, 3 les  $b_i$  sont, comme  $b$ , grands par rapport aux  $s_j$ ; nous pouvons donc, comme précédemment, développer les seconds membres des 3<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, ..., 8<sup>e</sup> relations (4). Les 8 premières équations (4) s'écrivent alors

$$T \sin (bt + c) = B \frac{n}{b^2} - t A \frac{n}{b},$$

$$T \cos (bt + c) = -A \frac{n}{b^2} - t B \frac{n}{b},$$

.....

$$T_3 \cos (b_3 t + c_3) = -A \frac{n_3}{b_3^2} - t B \frac{n_3}{b_3}.$$

Les équations ( $\alpha$ ) sont très approximativement vérifiées par les valeurs des  $T$  et des  $c$  déterminées par les précédentes relations.

Considérons maintenant les relations différentielles ( $\beta$ ). On les transforme facilement en deux équations différentielles linéaires.

Les valeurs des seconds membres des deux dernières relations (4) constituent une solution particulière de ces équations.

Ces mêmes équations privées de leurs seconds membres admettent la solution

$$T_i \sin(b_i t + c_i) = n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left( \frac{1}{s_j - b_i} + \frac{1}{b_i} \right) \sin(b_i t + \zeta_j),$$

$$T_i \cos(b_i t + c_i) = n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left( \frac{1}{s_j - b_i} + \frac{1}{b_i} \right) \cos(b_i t + \zeta_j).$$

Les relations différentielles (3) sont donc vérifiées par les valeurs de  $T_i$  et de  $c_i$  déterminées par les équations

$$T_i \sin(b_i t + c_i) = n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\sin(s_j t + \zeta_j)}{s_j - b_i} + \frac{\sin \zeta_j}{b_i} - \left( \frac{1}{s_j - b_i} + \frac{1}{b_i} \right) \sin(b_i t + \zeta_j) \right],$$

$$T_i \cos(b_i t + c_i) = n_i \sum_{j=0}^{j=7} S_j \left[ \frac{\cos(s_j t + \zeta_j)}{s_j - b_i} + \frac{\cos \zeta_j}{b_i} - \left( \frac{1}{s_j - b_i} + \frac{1}{b_i} \right) \cos(b_i t + \zeta_j) \right].$$

Nous pouvons développer les seconds membres suivant les puissances de  $t$  puisque  $b_i$  et les  $s$  sont très petits; toutes réductions faites, on obtient

$$T_i \sin(b_i t + c_i) = \frac{t^2 n_i B}{2},$$

$$T_i \cos(b_i t + c_i) = -\frac{t^2 n_i A}{2}.$$

Les coefficients de  $t^2$ , dans ces dernières expressions, sont très faibles; de sorte que, sans erreur sensible, on peut dire que les relations différentielles (3) admettent la solution

$$T_i \sin(b_i t + c_i) = 0,$$

$$T_i \cos(b_i t + c_i) = 0.$$

On voit donc que les relations (α) et (β) sont vérifiées, sans erreur sensible, si l'on détermine les  $T$  et les  $c$  par les



équations

$$(3') \quad \left\{ \begin{array}{l} T \sin (bt + c) = B \frac{n}{b^2} - t A \frac{n}{b}, \\ T \cos (bt + c) = -A \frac{n}{b^2} - t B \frac{n}{b}, \\ \dots\dots\dots \\ T_3 \cos (b_3 t + c_3) = -A \frac{n_3}{b_3^2} - t B \frac{n_3}{b_3}, \\ T_4 \sin (b_4 t + c_4) = 0, \\ T_4 \cos (b_4 t + c_4) = 0. \end{array} \right.$$

Les valeurs des  $T$  et des  $c$ , déterminées par les précédentes équations, portées dans les équations (2) donnent une solution particulière des équations (1) dont la solution générale s'écrit alors

$$(4') \quad \left\{ \begin{array}{l} p = N^1 \sin (bt + \gamma^1) + \dots + N_i^1 \sin (b_i t + \gamma_i^1) \\ \quad \quad \quad + \sum_{i=0}^{i=3} \frac{B n_i}{b_i^2} - t \sum_{i=0}^{i=3} \frac{A n_i}{b_i}, \\ q = N^1 \cos (bt + \gamma^1) + \dots + N_i^1 \cos (b_i t + \gamma_i^1) \\ \quad \quad \quad - \sum_{i=0}^{i=3} \frac{A n_i}{b_i^2} - t \sum_{i=0}^{i=3} \frac{B n_i}{b_i}, \\ \dots\dots\dots \\ q^{IV} = \sigma^{IV} N^1 \cos (bt + \gamma^1) + \dots + \sigma_i^{IV} N_i^1 \cos (b_i t + \gamma_i^1) \\ \quad \quad \quad - \sum_{i=0}^{i=3} \frac{A n_i \sigma_i^{IV}}{b_i^2} - t \sum_{i=0}^{i=3} \frac{B n_i \sigma_i^{IV}}{b_i}. \end{array} \right.$$

Faisons  $t = 0$  dans les deux membres des équations (4'), nous obtenons, pour déterminer les valeurs  $x'$ ,  $y'$ , ...,  $y'_i$  des quantités  $N^1 \sin \gamma^1$ ,  $N^1 \cos \gamma^1$ , ...,  $N_i^1 \cos \gamma_i^1$ , relatives à la solution L, en remarquant que les quantités  $\frac{B n}{b^2}$ ,  $-\frac{A n}{b^2}$ , ...,  $-\frac{A n_3}{b_3^2}$  sont respectivement égales à  $\xi$ ,  $\eta$ , ...,  $\eta_i$ , les deux systèmes d'équations.

$$(5') \quad \left\{ \begin{array}{l} p_0 = (x' + \xi) + (x_1 + \xi_1) + (x_2 + \xi_2) + (x_3 + \xi_3) + x'_4 \dots \\ p_0^{IV} = \sigma^{IV} (x' + \xi) + \sigma_1^{IV} (x_1 + \xi_1) + \dots + \sigma_4^{IV} x'_4. \\ q_0 = (y' + \eta) + (y_1 + \eta_1) + (y_2 + \eta_2) + (y_3 + \eta_3) + y'_4 \dots \\ q_0^{IV} = \sigma^{IV} (y' + \eta) + \sigma_1^{IV} (y_1 + \eta_1) + \dots + \sigma_4^{IV} y'_4. \end{array} \right.$$

La forme (4') de la solution L conduit immédiatement aux expressions suivantes des latitudes

$$(6') \left\{ \begin{aligned} \lambda &= N^1 \sin(l - bt - \gamma^1) + \dots + N_s^1 \sin(l - b_s t - \gamma_s^1) \\ &\quad - (A \sin l + B \cos l) \sum_{i=0}^{i=3} \frac{n_i}{b_i^2} - t(B \sin l - A \cos l) \sum_{i=0}^{i=3} \frac{n_i}{b_i} \\ &\quad \dots \dots \dots \\ \lambda''' &= \sigma''' N^1 \sin(l''' - bt - \gamma^1) + \dots + \sigma_s''' N_s^1 \sin(l''' - b_s t - \gamma_s^1) \\ &\quad - (A \sin l''' + B \cos l''') \sum_{i=0}^{i=3} \frac{\sigma_i''' n_i}{b_i^2} - t(B \sin l''' - A \cos l''') \sum_{i=0}^{i=3} \frac{\sigma_i''' n_i}{b_i} \end{aligned} \right.$$

Ces expressions des latitudes au-dessus du plan fixe correspondent aux expressions (38) du Traité de M. Tisserand qui se rapportent aux latitudes au-dessus de l'orbite actuelle de la planète.

4. Les seconds membres des équations (3') sont très faibles. On peut donc dire que les relations ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ) sont approximativement vérifiées par les valeurs des T et des c déterminées par les équations

$$(3'') \quad T \sin(bt + \gamma) = 0, \quad T \cos(bt + \gamma) = 0, \quad \dots, \quad T_k \cos(b_k t + \gamma_k) = 0,$$

ou, encore, que les équations (1) admettent une solution particulière identiquement nulle; ou, enfin, que la solution générale des équations (1) peut s'écrire

$$(4^v) \quad \begin{cases} p = N^2 \sin(bt + \gamma^2) + \dots + N_4^2 \sin(b_4 t + \gamma_4^2), \\ q = N^2 \cos(bt + \gamma^2) + \dots + N_4^2 \cos(b_4 t + \gamma_4^2), \\ \dots \dots \dots \\ q^{IV} = \sigma^{IV} N^2 \cos(bt + \gamma^2) + \dots + \sigma_4^{IV} N_4^2 \cos(b_4 t + \gamma_4^2). \end{cases}$$

Faisons  $t = 0$  dans les deux membres des équations (4'), nous obtenons, pour déterminer les valeurs  $x'', y'', \dots, y_i''$  des quantités  $N^1 \sin \gamma^1, N^2 \cos \gamma^1, \dots, N_i^2 \cos \gamma_i^2$ , relatives à la solution L, les deux systèmes d'équations

$$(5') \begin{cases} p_0 = x' + x'_1 + x'_2 + x'_3 + x'_4, & q_0 = y' + y'_1 + y'_2 + y'_3 + y'_4, \\ p_0^{IV} = \sigma^{IV} x' + \sigma_1^{IV} x'_1 + \dots + \sigma_4^{IV} x'_4, & q_0^{IV} = \sigma^{IV} y' + \sigma_1^{IV} y'_1 + \dots + \sigma_4^{IV} y'_4. \end{cases}$$

La forme (4'') de la solution L conduit immédiatement aux expressions suivantes des latitudes

$$(6'') \left\{ \begin{array}{l} \lambda = N^2 \sin (l - bt - \gamma^2) + \dots + N_1^2 \sin (l - b_1 t - \gamma_1^2), \\ \lambda''' = \sigma''' N^2 \sin (l''' - bt - \gamma^2) + \dots + \sigma_1''' N_1^2 \sin (l''' - b_1 t - \gamma_1^2), \end{array} \right.$$

qui coïncident avec les expressions (12) du Mémoire de M. Soullart.

5. Nous allons maintenant comparer les expressions (6), (6'), (6'') des latitudes.

L'examen des équations (5) et (5') montre immédiatement que l'on a

$$x = x', \quad y = y', \quad \dots, \quad y_3 = y_3'.$$

Ainsi les coefficients  $N, \dots, N_3, \gamma, \dots, \gamma_3$  des expressions (6) sont, respectivement, rigoureusement égaux aux coefficients  $N', \dots, N_3', \gamma', \dots, \gamma_3'$  des expressions (6') et les termes de ces formules qui contiennent ces coefficients se compensent rigoureusement.

Les termes des formules (6) qui ne contiennent ni les  $N$  ni  $n_4$  proviennent des termes des expressions (4) qui ne contiennent pas ces quantités.

De même, les termes des formules (6') qui ne contiennent pas les  $N'$  proviennent des termes des expressions (4') qui ne contiennent pas ces quantités.

Or, les termes des expressions (4') qui ne contiennent pas les  $N'$  ont été obtenus en développant suivant les puissances de  $t$  les termes des expressions (4) qui ne contiennent ni les  $N$  ni les  $n_4$ .

La compensation s'établira donc complètement entre les termes des formules (6) et (6') que nous venons d'énumérer.

L'examen des équations (5) et (5') montre encore que l'on a

$$x_4 + \xi_4 = x_4', \quad y_4 + \eta_4 = y_4'.$$

Le calcul montre en outre que  $x_4$  et  $y_4$  sont petits par

rapport à  $\xi_i$  et  $\eta_i$ ; on a donc approximativement

$$\xi_i = x'_i, \quad \eta_i = y'_i.$$

Les termes les plus importants de  $\xi_i$  et  $\eta_i$  sont d'ailleurs

$$\frac{n_i S_6 s_6 \sin \varsigma_6}{(s_6 - b_i) b_i} \quad \text{et} \quad \frac{n_i S_6 s_6 \cos \varsigma_6}{(s_6 - b_i) b_i}.$$

On a donc approximativement l'un ou l'autre des deux systèmes de relations suivants :

$$\begin{aligned} N_i^1 &= \frac{n_i S_6 s_6}{(s_6 - b_i)}, & \gamma_i^1 &= \varsigma_6, \\ N_i^1 &= -\frac{n_i S_6 s_6}{(s_6 - b_i)}, & \gamma_i^1 &= \varsigma_6 + 180^\circ. \end{aligned}$$

Dans les formules (6), les coefficients des sinus dont les arguments contiennent  $-s_6 t - \varsigma_6$  sont sensiblement égaux, en raison de l'égalité approchée de  $s_6$  et de  $b_i$ , à  $\frac{n_i S_6}{s_6 - b_i}$ , quantité qui, comme nous venons de le voir, est sensiblement égale à  $\pm N_i^1$ .

Les termes des formules (6') qui contiennent  $N_i^1$  compensent les termes des formules (6) qui contiennent  $N_i$  et ceux qui contiennent  $n_i$ , ces derniers sont de beaucoup les plus importants parmi les termes qui contiennent les  $n_i$ .

Comparons maintenant les expressions (6') aux expressions (6) et (6').

L'examen des équations (5') et (5'') montre immédiatement que l'on a

$$x'_i = x''_i, \quad y'_i = y''_i.$$

Ainsi les coefficients  $N_i^2$  et  $\gamma_i^2$  des formules (6'') sont respectivement rigoureusement égaux aux coefficients  $N_i^1$  et  $\gamma_i^1$  des formules (6') et les termes des formules (6'') qui contiennent  $N_i^2$  compensent complètement les termes des formules (6') qui contiennent  $N_i^1$ .

Il en résulte, d'après ce qui précède, que  $N_i^2$  est sensiblement

égal aux coefficients des sinus qui rentrent dans les formules (6) et dont les arguments contiennent  $-s_i t - \zeta_i$ , et que les termes des formules (6'') qui contiennent  $N_i^2$  compensent complètement les termes des formules (6) qui contiennent  $N_i^1$  et ceux qui contiennent  $n_i$ .

L'examen des équations (5') et (5'') montre encore que l'on a

$$x' + \xi = x'', \quad y' + \eta = y'', \quad \dots, \quad y'_3 + \eta_3 = y''_3.$$

Mais, pour  $i = 0, 1, 2, 3$ , les quantités  $\xi_i$  et  $\eta_i$  sont faibles; on a donc approximativement

$$x' = x'', \quad y' = y'', \quad \dots, \quad y'_3 = y''_3.$$

Par suite les coefficients  $N^1, \dots, N_3^1, \gamma^1, \dots, \gamma_3^1$  des formules (6'') sont sensiblement égaux aux coefficients analogues des formules (6) et (6') et chacun des termes des formules (6'') qui contient l'une des quantités  $N^1, \dots, N_3^1$  compense chacun des termes analogues des formules (6) et (6').

Les résidus des compensations, entre les termes des formules (6'') et des formules (6) ou (6'), que nous venons d'énumérer, sont d'ailleurs de l'ordre des termes de ces formules que l'on n'a pas envisagés et de l'ordre des erreurs que l'on a commises en supposant que le système (1) admet une solution particulière identiquement nulle.

## Sur quelques configurations polyédrales;

Par M. G. BRUNEL.

Sur une surface fermée de genre 0, on considère les configurations telles que de chaque sommet parte le même nombre  $k$  d'arêtes. Si l'on désigne par  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_p, \dots$  le nombre des faces d'une configuration limitées par 1, 2, 3, ...,  $p, \dots$  arêtes, le théorème d'Euler permet d'établir entre le nombre  $k$

et les nombres  $f$  la relation suivante :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} 4k = (2 + k)f_1 + 4f_2 + (6 - k)f_3 + (8 - 2k)f_4 \\ \quad \quad \quad + \dots + [2p - (p - 2)k]f_p + \dots \end{array} \right.$$

En particulier, lorsque  $k$  est égal à 3, nous avons

$$(2) \quad 12 = 5f_1 + 4f_2 + 3f_3 + 2f_4 + f_5 + 0 - f_7 - 2f_8 - \dots$$

La quantité  $f_6$  ne figure pas dans la relation, qui fournit entre les nombres  $f$  une condition nécessaire pour que ces nombres soient relatifs à une configuration polyédrale tracée sur une surface de genre 0 et à sommets trilatères.

Nous représenterons par le symbole  $P_m(n, r)$  une configuration qui présente un nombre de faces hexagonales égal à  $r$  et qui, en dehors de ces hexagones, n'a d'autres faces que des  $m$ -gones en nombre égal à  $n$ .

La formule (2) montre que les seules configurations qui puissent exister ont pour symboles

$$P_2(3, r), \quad P_3(4, r), \quad P_4(6, r), \quad P_8(12, r).$$

Les configurations polyédrales correspondant aux cas où  $r = 0$  sont bien connues.

Relativement aux configurations  $P_2(3, r)$ , nous sommes arrivés aux résultats suivants :

Il n'y a pas de configuration  $P_2(3, r)$  pour toute valeur de  $r$ .

En désignant par  $x$  et  $y$  deux nombres entiers auxquels on peut attribuer toutes les valeurs à partir de 0, le couple (0, 0) étant excepté, on peut construire une configuration de symbole  $P_2(3, r)$  pour la valeur

$$r = x^2 + xy + y^2 - 1.$$

La configuration peut être mise sous une forme telle que l'on ait en évidence, pour toute valeur de  $r$  donnée précédemment, un axe de symétrie ternaire et trois axes de symétrie binaire.

Il existe des valeurs de  $r$  égales entre elles, mais correspondant à des figures essentiellement distinctes.

Un mode de construction unique s'applique pour  $x$  quelconque au cas où  $y$  est égal à  $x$ .

Pour une valeur déterminée de  $x$  et une valeur de  $y$  supérieure à  $x$  on peut donner une construction constituant une généralisation de la figure relative au couple de valeurs  $(x, x)$ .

Nous n'avons pas démontré, mais nous avons tout lieu de croire qu'il n'existe pas de polyèdre  $P_1(3, r)$  pour une valeur de  $r$  qui n'est pas comprise dans le tableau à double entrée donnant les diverses valeurs de l'expression  $x^2 + xy + y^2 - 1$ .

## Sur la porosité des gros troncs d'arbre;

Par M. H. DEVAUX.

Voir la note des *Comptes rendus* du 6 décembre 1897.

*Séance du 23 décembre 1897.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

M. Micé, ancien recteur de l'Académie de Clermont, membre de la Société depuis sa fondation, émet l'idée de célébrer dans une fête intime le prochain cinquantenaire de la création de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.

La proposition, chaleureusement accueillie, sera mise à l'étude.

M. l'abbé Coulon, licencié ès sciences, est nommé membre titulaire de la Société.

M. Duhem présente, au nom de M. H. Pélabon, chargé





Les équations du mouvement du système sont, en désignant par  $\mathfrak{C}$  la force vive et par  $A_1, \dots, L_1, A_2, \dots, L_2$  les actions extérieures, et en supposant le système sans viscosité ni frottement,

$$(3) \quad \begin{cases} A_1 - \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (\mathcal{F}_1 + E\Psi - \mathfrak{C}) - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial \alpha'_1} + \Pi^1 M_1^1 + \dots + \Pi^p M_1^p = 0, \\ \dots \dots \dots \\ L_2 - \frac{\partial}{\partial \lambda_2} (\mathcal{F}_2 + E\Psi - \mathfrak{C}) - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial \lambda'_2} + \Pi^1 P_2^1 + \dots + \Pi^p P_2^p = 0, \end{cases}$$

$\Pi^1, \dots, \Pi^p$  étant les multiplicateurs de Lagrange.

Le nombre de ces équations est égal au nombre  $(n_1 + n_2)$  des variables  $\alpha_1, \dots, \lambda_1, \alpha_2, \dots, \lambda_2$ . *Le nombre des équations (1) et (3) est donc inférieur au nombre des inconnues*

$$\alpha_1, \dots, \lambda_1, T_1, \quad \alpha_2, \dots, \lambda_2, T_2, \quad \Pi^1, \dots, \Pi^p$$

*d'autant d'unités (ici 2) qu'il y a de températures distinctes  $T_1, T_2$ .*

Pour compléter la mise en équations du problème, il faudra toujours demander à des théories autres que la thermodynamique un nombre égal d'équations supplémentaires :

$$(4) \quad \theta_1 = 0, \quad \theta_2 = 0.$$

Supposons que les actions extérieures dérivent d'un potentiel  $\Omega$  :

$$(5) \quad A_1 \partial \alpha_1 + \dots + L_1 \partial \lambda_1 + A_2 \partial \alpha_2 + \dots + L_2 \partial \lambda_2 = - \partial \Omega.$$

Multiplions respectivement les équations (3) par  $\alpha'_1 dt, \dots, \lambda'_2 dt$  et ajoutons-les membre à membre en tenant compte des équations de liaison (1). Nous aurons

$$(6) \quad \frac{d}{dt} (\mathcal{F} + \Omega + \mathfrak{C}) - \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial T_1} \frac{dT_1}{dt} - \frac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial T_2} \frac{dT_2}{dt} = 0.$$

Cette équation fournira une intégrale des équations du mouvement si l'expression

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial T_1} dT_1 + \frac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial T_2} dT_2$$

est une différentielle totale soit *par elle-même*, soit en vertu des *conditions supplémentaires* (4).

## II

Nous nommerons *systèmes classiques* les systèmes où l'expression  $\left( \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial T_1} dT_1 + \frac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial T_2} dT_2 \right)$  est, par elle-même, une différentielle totale, c'est-à-dire les systèmes pour lesquels

$$(7) \quad \begin{cases} \mathcal{F}_1 = f_1(T_1) + E\psi_1(\alpha_1, \dots, \lambda_1), \\ \mathcal{F}_2 = f_2(T_2) + E\psi_2(\alpha_2, \dots, \lambda_2). \end{cases}$$

Tel est un système formé d'un nombre quelconque de corps solides, invariables de forme et d'état, et variables seulement de température, indépendants les uns des autres ou unis par des liaisons bilatérales sans viscosité ni frottement; c'est le type des systèmes étudiés par la *Dynamique classique*.

Outre l'existence d'une intégrale des forces vives lorsque les actions extérieures dérivent d'un potentiel, les systèmes classiques possèdent des propriétés remarquables : tous leurs coefficients calorifiques sont nuls, sauf les capacités calorifiques  $c_1, c_2$ , des diverses parties ; ces dernières sont des fonctions respectives  $c_1(T_1), c_2(T_2)$  des seules températures  $T_1, T_2$ .

Mais la propriété essentielle est la suivante :

Les équations (3) sont, dans ce cas, indépendantes des températures  $T_1, T_2$ , en sorte que les équations (1) et (3) suffisent à déterminer, en fonctions de  $t$ , les variables normales  $\alpha_1, \dots, \lambda_2$ , sans rien faire connaître touchant les expressions de  $T_1, T_2$  en fonctions de  $t$  ; les équations supplémentaires ont pour objet de faire connaître la loi de variation de ces dernières variables. Donc, *pour un système classique, l'étude du mouvement du système peut être fournie entièrement par les équations de la Dynamique, sans qu'on ait à introduire aucune équation supplémentaire ni à connaître la marche*

*des températures des diverses parties; les équations supplémentaires déterminent ensuite cette marche.*

TANT QU'ON NE TRAITE QUE DES SYSTÈMES CLASSIQUES, LA THÉORIE DU MOUVEMENT ET LA THÉORIE DE LA CHALEUR SONT DEUX SCIENCES INDÉPENDANTES.

### III

Il n'en est plus de même pour les systèmes pour lesquels l'expression  $\left(T_1 \frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial T_1} + T_2 \frac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial T_2}\right)$  n'est plus d'elle-même une différentielle totale; cette expression peut cependant être une différentielle totale en vertu des équations supplémentaires (4) et alors, si les actions extérieures dérivent d'un potentiel, il existe une intégrale des forces vives.

On en peut citer deux exemples intéressants <sup>(1)</sup> :

1° Les relations supplémentaires sont

$$T_1 = \text{const.}, \quad T_2 = \text{const.},$$

c'est-à-dire que le mouvement de chaque partie du système est *isothermique*;

2° Les relations supplémentaires sont :

$$\frac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial T_1} = \text{const.}, \quad \frac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial T_2} = \text{const.},$$

c'est-à-dire que le mouvement de chaque partie du système est *isentropique*.

Ces deux formes de relations supplémentaires sont précisément celles qui ont été proposées, l'une par Newton, l'autre par Laplace, lorsqu'ils ont voulu aborder un problème qui excédait les bornes de la Mécanique classique, le problème de la propagation du son dans l'air.

On voit, par là, comment la Dynamique classique ne traite

<sup>(1)</sup> Voir, à ce sujet, Ladislas Natanson, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, Bd XXIV, p. 302; 1897.

que des systèmes extrêmement particuliers, et comment, aussitôt que l'on veut aborder l'étude d'autres systèmes, on ne peut plus regarder la Dynamique et la Théorie de la chaleur comme deux doctrines indépendantes; il devient alors nécessaire de les fondre en une doctrine unique, la Thermodynamique.

C'est, d'ailleurs, ainsi que la Thermodynamique est née du problème de la propagation du son dans l'air.

### **Sur divers procédés d'observation de la résonance électrique;**

Par M. A. TURPAIN.

Parmi les faits nouveaux que je soumettais, il y a trois ans, à la Société en répétant devant elle les expériences de Hertz, se trouve le suivant :

*Un résonateur circulaire présentant une coupure fonctionne avec une facilité au moins égale à celle que montre un résonateur complet* <sup>(1)</sup>.

Je me proposais l'emploi d'un tel résonateur comme procédé commode d'investigation du champ hertzien, mais j'ai été contraint d'abandonner ce travail au lendemain même de cette première communication et alors que j'avais réalisé le matériel spécial nécessaire pour cet ordre de recherches.

Il est indispensable, pour ce genre d'études, de disposer d'un vaste local, d'un courant électrique intense, de construire enfin toute une série de dispositifs et d'appareils divers; ce n'est que tout récemment que j'ai pu retrouver ces conditions et par suite reprendre ces expériences.

Elles ont été disposées à la station centrale d'électricité des Chartrons-Bacalan, et je ne saurais trop remercier ici

<sup>(1)</sup> Sur les expériences de Hertz... *Proc. verb. Soc. Sc. phys. et nat. Bord.* avril 1895, p. 53.

notre collègue M. Renous, directeur de cette station, pour l'aimable hospitalité qu'il m'a accordée, mettant généreusement à ma disposition le courant électrique dont il dispose, les multiples ressources de son usine et l'aide empressé de son intelligent personnel.

Je me bornerai, dans cette note, à indiquer les différentes méthodes d'observation employées.

Les résonateurs sont tous du type créé par Hertz : un cercle ou un rectangle métallique muni d'un micromètre à étincelle dont la vis offre un pas de  $0^{\text{mm}}75$  et permet d'apprécier le  $1/60^{\circ}$  de tour.

I. MÉTHODE DU MICROMÈTRE. — 1° On déplace le résonateur et l'on note : aux ventres, le maximum de longueur qu'on peut donner à l'étincelle ; aux nœuds, le minimum d'écartement à maintenir entre les pointes du micromètre pour n'observer aucune étincelle.

Ainsi réglé pour la recherche des sections ventrales, le résonateur déplacé dans le champ ne manifeste une résonance qu'aux ventres. Réglé d'autre part, pour la recherche des sections nodales, il ne cesse de vibrer qu'aux points mêmes occupés par les nœuds.

2° Indépendamment de cette mesure directe, on a utilisé aussi l'emploi d'un pont métallique, préconisé par M. Blondlot, que l'on jette sur les fils qui concentrent le champ.

II. MÉTHODE DU TÉLÉPHONE. — Si l'on s'astreint à mesurer les sections ventrales en observant les étincelles du micromètre, outre une grande fatigue des yeux qu'amènent des séances un peu prolongées de mesures, on est de suite frappé de la précision assez faible qu'on y atteint.

Ces étincelles sont, en effet, souvent microscopiques (de 5 à 50 centièmes de millimètre), il est donc très hasardeux de préciser les points où elles sont le plus fournies, et malgré l'habitude qu'une patiente pratique fait acquérir, on ne peut

guère arriver à déterminer une section nodale à moins de  $1/30^e$  de sa valeur.

Mais il est un moyen, aussi commode que délicat, d'étudier le champ hertzien et cela avec une précision des plus grandes. Ce moyen consiste à transformer l'impression lumineuse due à l'étincelle de l'interruption en une impression sonore.

Au lieu de faire appel au sens de la vue pour constater le passage successif du résonateur aux sections nodales et ventrales, j'ai songé à m'adresser à l'oreille, et à manifester à l'ouïe le passage du résonateur dans ces différentes sections, si bien que ce n'est plus une métaphore de dire qu'un résonateur de Hertz résonne ou qu'il reste muet, mais que c'est bien l'expression d'une réalité. Par ce moyen, en effet, on peut faire entendre à tout un auditoire les oscillations hertziennes.

Et le dispositif que j'ai imaginé à cet effet emploie justement le premier fait nouveau que j'ai signalé à la Société en 1895, celui de la résonance admirablement facile d'un résonateur qui présente une coupure.

Introduisez dans la coupure de ce résonateur le circuit d'une pile contenant un téléphone, et au moment où le résonateur vibrera, la présence de l'étincelle à l'interrupteur fermant le circuit de la pile dans le téléphone impressionnera celui-ci.

Ce n'est pas à proprement parler la manifestation électrique des étincelles du résonateur qui actionne le téléphone, mais ce sont ces étincelles qui commandent l'entretien de ce téléphone par une pile auxiliaire, si bien que les interruptions successives du courant de la pile dans le téléphone modulent à l'oreille, sous forme de bruits interrompus, les oscillations électriques du milieu que les aspects de l'étincelle peignent aux yeux.

Et si l'on s'astreint à regarder le micromètre du résonateur coupé en même temps qu'on écoute le téléphone, on peut dire que l'on voit en même temps qu'on l'entend la manifestation des oscillations hertziennes.

Ce mode d'investigation par l'ouïe, outre qu'il constitue un moyen d'étude bien plus commode que celui par la vue, réalise aussi un mode bien plus délicat, bien plus susceptible, par suite, de donner aux mesures une grande précision. L'oreille, en effet, pour peu qu'elle soit éduquée, sait apprécier la gamme des intensités avec une distinction des nuances autrement délicate que n'arrive à le faire l'œil. Et alors qu'à la vue on ne saurait dire si une étincelle est plus lumineuse à un endroit qu'à un autre, le téléphone, par le bruit qu'il transmet à l'oreille, permet à celle-ci de trancher sûrement la question.

Une remarque au sujet du fonctionnement du téléphone.

Les oscillations électriques émises par l'excitateur ont une période extrêmement courte. Déjà dans le dispositif de 1895 j'avais porté cette période au billionième de seconde, j'atteins actuellement le cinquante billionième. Par suite, le résonateur qui vibre à l'unisson de l'excitateur présente une période de cet ordre.

Il est évident qu'au micromètre du résonateur il ne se produit pas un billion d'étincelles par seconde, mais un billion de variations de potentiel, et l'œil qui considère ces étincelles se rend bien compte de leur extrême rapidité, mais ne saisit toutefois dans le scintillement qu'il constate qu'un énorme groupe de ces oscillations; chaque scintillement correspondra, par exemple, à un groupe de 100 millions d'oscillations.

Eh bien, de même, le téléphone, qui transmet à l'oreille une sorte de bruissement, est actionné pour chacune des vibrations sonores de sa plaque par un énorme groupe d'oscillations, mais alors que l'œil cesse de pouvoir décomposer en impressions discontinues un phénomène lumineux périodique dont la période excède  $1/10^6$  de seconde, l'oreille est susceptible de percevoir des sons qui peuvent atteindre 30,000 vibrations doubles par seconde : il suffit donc que tous les  $30,000^{\text{es}}$  de seconde, le micromètre livre passage au courant de la pile pour que le téléphone soit entretenu par elle.

Supposons que l'oscillateur émette  $N$  vibrations électriques par seconde : les régions des extrémités du micromètre en regard vont éprouver  $N$  oscillations de potentiel par seconde. A la faveur d'une de ces oscillations le courant de la pile commence à se fermer dans le téléphone.

Soit  $t$  le temps évalué en secondes que met la plaque du téléphone pour effectuer une vibration, il s'est dans ce temps produit au micromètre  $n$  oscillations de potentiel

$$n = N.t.$$

Chaque vibration du téléphone correspond donc à un groupe de  $n$  oscillations électriques et si  $N = K.n$ , le téléphone scinde les  $N$  oscillations électriques en  $K$  groupes de  $n$  oscillations chacun.

La traduction sonore des  $N$  oscillations électriques par seconde est un son de  $K$  vibrations par seconde.

Pour l'œil comme pour le téléphone, il s'établit un régime entre les rapides oscillations du résonateur et les scintillements successifs de l'étincelle d'une part, les émissions successives du courant de la pile auxiliaire, d'autre part, avec cet avantage en faveur du téléphone, qu'il scinde en un bien plus grand nombre de parties que ne le fait l'œil les oscillations électriques qu'il a charge de déceler.

Des chiffres feront saisir cette différence :

$N = 1$  billion : pour l'œil,  $K = 40$  ; pour le téléphone,  $K = 1000$ .

L'œil ne partage le billion d'oscillations qu'en 40 groupes de 100 millions chacun ; l'oreille, armée du téléphone, le scinde en 1,000 groupes de 1 million chacun. Et l'on peut espérer pousser plus loin cette subdivision par l'emploi de téléphones de plus en plus sensibles.

Il ne suffit pas d'introduire simplement dans le circuit d'un résonateur coupé une pile et un téléphone pour obtenir un phénomène épousant bien complètement le régime des oscillations, s'éteignant, prenant corps et s'exagérant avec elles.



Il faut une adaptation complète des diverses parties du dispositif pour permettre le réglage.

Une objection peut être faite à l'emploi de cette méthode du téléphone : L'entretien dans le circuit du résonateur d'un courant auxiliaire n'en change-t-il pas les conditions de fonctionnement?

Pour répondre à cette objection il suffit de supprimer complètement la pile. On se contente alors de fermer le résonateur coupé par un bon téléphone; l'oscillation hertzienne se charge alors d'entretenir le téléphone. Il est facile de s'assurer que le régime du téléphone par rapport au résonateur n'a pas changé, en faisant successivement deux expériences avec et sans le secours de la pile. Le son perçu dans les deux cas est de même hauteur, il n'a perdu qu'en intensité.

Il est nécessaire, pour observer ce phénomène, d'opérer dans un endroit calme et de n'être gêné par aucun bruit environnant.

On peut encore objecter, relativement à ce dispositif, que la présence même du téléphone dans le circuit du résonateur hertzien augmente la complexité de l'appareil. J'ai songé à rendre le téléphone tout à fait indépendant du résonateur.

Lorsqu'un résonateur est très voisin de l'excitateur qui l'entretient, l'étincelle au micromètre est relativement fournie et l'on arrive avec une assez grande attention à entendre le très faible bruit qu'elle produit en éclatant. Persuadé que dans son régime ordinaire le micromètre devait faire entendre ses décharges que seule leur très faible intensité rendait imperceptibles, je me suis proposé d'en exagérer les effets sur l'oreille et pour cela j'ai songé à en recueillir le bruit à l'aide d'un très sensible microphone. Qu'un téléphone soit attelé au microphone et le couplage de ces deux appareils va jouer le même rôle que la loupe avec laquelle on arrive à apercevoir les petites étincelles de l'interruption : le très faible bruit de ces étincelles impressionne l'oreille attentive au téléphone et lui permet de commodément les saisir.

Le réglage d'un tel dispositif ne laisse pas d'exiger de très nombreuses précautions et de demander une très longue et très patiente obstination.

Ici, aucune des objections que soulevait l'adoption du téléphone ne peut être faite : tout l'appareil qui décèle à l'oreille les oscillations hertziennes est rendu indépendant du fonctionnement même du résonateur.

De plus, l'étude des sections nodales et ventrales relatives à un résonateur donné faite d'une manière comparative avec ces trois modes d'emploi du téléphone et avec le secours du seul micromètre peut *a posteriori* légitimer l'emploi de l'un des deux premiers.

III. AUTRES MÉTHODES ANALOGUES. — Il est des cas où il ne faut point songer à l'emploi du téléphone, par exemple : lorsqu'on ne peut disposer que de rares moments de complet silence.

J'ai songé alors à remplacer le téléphone par un autre appareil :

1° On peut employer des lampes à incandescence qui s'allument périodiquement à chaque passage du courant d'une pile auxiliaire. Mais comme le temps que met un filament de lampe à rougir est bien plus grand que celui que met une plaque de téléphone à vibrer, ce dispositif manque de sensibilité et n'offre guère qu'un intérêt démonstratif ;

2° Par contre, si l'on ferme un résonateur à coupure par le circuit d'une pile contenant un galvanomètre, on dispose alors, pourvu qu'on s'adresse à un très sensible galvanomètre apériodique, d'un appareil très délicat et pouvant en fait constituer un moyen commode d'observation de la résonance électrique.

*Séance du 6 janvier 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

---

## **Des perturbations de la symétrie axillaire dans les pédicelles floraux;**

Par M. PITARD.

Nous savons que les rameaux végétatifs qui prennent une situation inclinée par rapport à l'axe, présentent assez généralement diverses particularités de structure.

D'après M. Ricome <sup>(1)</sup>, les ramifications florales, suivant leur situation dans l'espace, seraient aussi sujettes à des variations profondes, et de l'examen de l'axe d'inflorescence d'*Héacleum sphondylium* il déduit les faits suivants :

I. Les divers rameaux de beaucoup d'inflorescences présentent entre eux des différences anatomiques ;

II. Dans les rameaux dont la direction est voisine de la verticale, la symétrie est normale ;

III. Dans les rameaux très inclinés par rapport à la verticale, cette symétrie est plus ou moins troublée ; les tissus d'assimilation, de soutien, et même les tissus vasculaires, offrent une symétrie bilatérale.

L'étude de ces phénomènes de dissymétrie de structure nous permet de discuter les conclusions exprimées par cet auteur.

Nous ne nous arrêterons pas à la première constatation : Nanke <sup>(2)</sup> l'a vérifiée pour bien des cas, même pour *Sambucus nigra*, que cite M. Ricome ; ses données sur le polymorphisme des rameaux furent d'ailleurs contrôlées plus tard par Klein <sup>(3)</sup>. Nous désirons montrer tout d'abord que la

<sup>(1)</sup> Sur le polymorphisme des rameaux dans les inflorescences (C. R., 13 décembre 1897).

<sup>(2)</sup> Inaug. Dissert. Königsberg, 1888.

<sup>(3)</sup> Beiträge zur Anatomie der Inflorescenzaxen. Berlin, 1888.

seconde et la troisième proposition de M. Ricome manquent de généralité :

1<sup>o</sup> Des axes orthotropes ou sensiblement tels peuvent offrir une structure bilatérale, le bilatéralisme vrai des pédicelles étant le terme, assez rare, d'une dégénérescence complète de la symétrie axiale, le plus souvent manifestée par de simples phénomènes de dissymétrie axillaire due à de nombreux facteurs.

2<sup>o</sup> Des axes fortement infléchis peuvent ne pas présenter de phénomènes de perturbation dans leur structure axillaire fondamentale.

Dans la présente note, nous vérifierons cette première proposition. Dans toutes les observations suivantes, nous ne nous occuperons que des pédicelles floraux et fructifères, verticaux ou plus ou moins plagiotropes. Nous avons particulièrement étudié la partie moyenne de cet organe.

I. UN AXE FLORAL ORTHOTROPE PEUT PRÉSENTER UNE STRUCTURE BILATÉRALE. — Nous nous bornerons à citer deux exemples, l'un pris chez les polypétales, l'autre chez les gamopétales :

1<sup>o</sup> Le premier cas est réalisé par les pédicelles floraux du genre *Viola*. Chez *Viola odorata*, le pédicelle a environ 15 centimètres ; à 10 centimètres de son insertion sur la tige, il offre deux bractées latérales, puis après un court trajet vertical il s'infléchit, suit un trajet horizontal de plusieurs millimètres, après lequel est insérée la fleur, très irrégulière. Audessous des bractées, la structure du pédicelle est nettement bilatérale. L'écorce montre quatre ailes inégales, les ventrales plus développées, la chlorophylle est inégalement répartie sur ses deux faces, le cylindre central comprend souvent sept faisceaux disposés sur le tracé d'un losange, quatre plus importants que les trois autres, avec lesquels ils alternent. Il y a donc deux gros faisceaux latéro-dorsaux, deux latéro-ventraux, un petit faisceau dorsal et deux petits latéraux, le petit faisceau ventral manque. Souvent les trois petits faisceaux dus à la

segmentation des gros faisceaux latéraux, surtout le petit faisceau dorsal, font défaut. Au-dessus des bractées, l'écorce par ses ailes toujours inégales, la répartition différente de la chlorophylle nous indiquent toujours cette bilatéralité. Dans son trajet horizontal, le pédicelle présente une grande réduction des expansions aliformes corticales, une répartition inégale des stomates; deux faisceaux tendent à se souder ou confluent, quelquefois en un demi-anneau ligneux, tandis que les deux autres restent isolés ou se rapprochent. Des variations analogues de structure nous ont apparus dans toutes les espèces de *Viola* étudiées : *Viola cornuta*, *V. heterophylla*, *V. graciliscens*, *V. sudetica*, *V. lutea*, etc. Les ailes corticales seules varient de taille et peuvent quelquefois disparaître. La répartition des quatre gros faisceaux dans la région ascendante du pédicelle reste fixe.

2° Notre deuxième exemple sera pris parmi les Cyrtandracées. Le pédicelle floral de *Streptocarpus polyanthus* présente un port sensiblement vertical, une longueur de 20 centimètres environ et deux bractées à 15 centimètres de son point d'insertion; la fleur est irrégulière. A sa base, la hampe présente une structure légèrement anormale, voisine cependant de la symétrie axillaire; auprès des deux bractées le cylindre central change de forme, perd son aspect circulaire, produit deux ailes latéro-ventrales qui lui donnent une structure nettement bilatérale. Au-dessus des bractées, le cylindre central redevient à peu près circulaire, sauf du côté ventral où il présente encore une légère inflexion.

Nous pourrions ajouter à ces deux exemples les résultats de même ordre fournis par l'étude de nombreux pédicelles orthotropes de Scrofularinées, Gesnéracées et surtout d'Orchidées. Des exemples analogues nous ont été aussi présentés par divers axes floraux multiflores, qui offrent sinon toujours une structure bilatérale typique, du moins des tendances bien plus marquées à la bilatéralité que beaucoup d'axes floraux très infléchis (*Utricularia*, nombreuses *Orchidées*, *Liliacées*, *Ama-*

ryllidées, etc.). De ces exemples découlent les conclusions suivantes :

1° La symétrie bilatérale peut exister dans des axes verticaux. *Viola odorata* présente même quelquefois, dans le trajet horizontal du pédicelle, une tendance au retour à la symétrie axiale;

2° La bilatéralité des axes floraux pourra être produite ou accentuée par l'existence de bractées souvent nombreuses chez certaines familles.

II. BEAUCOUP D'AXES INCLINÉS PEUVENT PRÉSENTER UNE STRUCTURE AXILLAIRE NORMALÈ. — Mais à côté de ces pédicelles, dont le plan de symétrie n'est pas modifié sous l'influence de la situation, nous voyons apparaître dans des axes plagiotropes nombreux des perturbations souvent légères de la symétrie axiale. Cette symétrie, malgré ses modifications, y est presque toujours reconnaissable et très rarement altérée jusqu'au bilatéralisme. Nous pouvons, cependant, indiquer des exemples d'irrégularisation de la symétrie axiale due à divers facteurs, aboutissant à la symétrie bilatérale dans les familles et surtout les genres suivants, dont nous ne donnons provisoirement qu'une liste très brève :

Renonculacées (*Aconitum*, *Delphinium*); Berbéridées (*Mahonia*, *Berberis* divers); Crucifères (tous les genres étudiés); Violariées (*Viola*); Géraniacées (*Pelargonium*); Tropéolées (*Tropæolum*); Résédacées (*Reseda*); Rosacées (*Agrimonia*, etc.); Papilionacées (surtout les genres herbacés); Ombellifères (tous les genres étudiés, environ 60); Utriculariées; Cyrtandracées; Gesnéracées; Monotropées; Scrofularinées (nombreux genres, surtout : *Mimulus*, *Torenia*, *Celsia*, *Scrofularia*, *Rhinanthus*, *Digitalis*, *Gratiola*, *Bartsia*, *Odonites*, etc.); Labiées (nombreux genres : *Scutellaria*, *Ajuga*, *Brunella*, *Melissa*, etc.); Pédaliniées; Orobanchées; Acanthacées (*Thunbergia*, etc.); Aristolochiées (nombreux *Aristolochia*), etc.

Ces cas extrêmes de bilatéralité parfaite sont reliés aux types nombreux où la structure axillaire a persisté par un grand nombre de pédicelles, présentant des perturbations de symétrie plus ou moins accentuées.

**INFLUENCE DES FACTEURS DIVERS SUR LA DISSYMMÉTRIE DES PÉDICELLES FLORAUX.** — Les conclusions générales de l'étude de la structure des pédicelles floraux par rapport à leur situation nous montrent que, sans doute, le plagiotropisme est un facteur important, favorisant dans les axes courbés l'apparition de la structure bilatérale ou troublant, tout au moins, la structure axillaire primitive. Mais l'inclinaison des pédicelles n'est pas la seule cause qui imprime à ces axes leur symétrie particulière. Nous allons passer en revue les principaux facteurs qui peuvent agir sur les inflorescences et nous essaierons de préciser leur influence.

*α. Influence de la situation du pédicelle sur l'axe. —*

1° Port des pédicelles. — Les pédicelles orthotropes présentent, en général, une structure axillaire. Dans bien des cas, cependant la minorité, elle peut être très irrégulière et même bilatérale. Nous reconnaissons ainsi que la loi qui régit les perturbations des rameaux végétatifs est vraie, en général, pour ces axes spécialement floraux. Les pédicelles plagiotropes présentent le plus souvent des phénomènes de perturbation de la symétrie axillaire; dans quelques cas, on constate l'apparition de structures bilatérales typiques. Toutefois, le plagiotropisme est la cause prépondérante du développement exagéré de fibres péri-cycliques dorsales et de la production plus abondante en cette région du prosenchyme ligneux secondaire.

2° Éloignement du pédicelle du point végétatif. — Deux pédicelles floraux de familles différentes, également éloignés de l'extrémité de l'axe primaire de l'inflorescence, n'offrent que rarement des perturbations analogues. Dans une même inflorescence, le pédicelle le plus externe ou le plus éloigné du

point végétatif présentera en général, avec une intensité maxima, ces phénomènes d'anomalie de structure.

β. *Influence de l'inflorescence.* — 1° Sa nature. — Les phénomènes de perturbation de symétrie peuvent se produire dans les inflorescences les plus diverses, comme le dit M. Ricome. Parmi les inflorescences indéfinies, signalons surtout les grappes, les ombelles, etc.; ils sont plus rares ou moins accentués dans les inflorescences définies.

2° Son développement. — Deux inflorescences quelconques, de même nature, de même développement, ne présentent pas, à un même niveau, dans des genres différents, des perturbations correspondantes dans la structure des pédicelles floraux également infléchis.

3° Sa ramification. — Les rameaux plus ou moins nombreux interposés entre l'axe végétatif et le pédicelle floral tendent toujours à amener dans cet axe terminal une simplification de structure et de développement, ainsi que Dennert<sup>(1)</sup> l'a démontré, et que Laborie<sup>(2)</sup> l'a mentionné. Une ramification très complexe n'entraîne pas une irrégularité plus grande de la symétrie des pédicelles que leur insertion directe sur l'axe: le plagiotropisme restant le même dans les deux cas.

4° Ses bractées. — Les bractées insérées sur les axes d'inflorescence pourront, même dans le cas d'orthotropisme le plus absolu, leur donner une structure bilatérale. Si le pédicelle est incliné, elles pourront provoquer l'apparition de ces phénomènes de bilatéralisme ou les accroître (nombreuses plantes: *Delphinium*, *Aconitum*, *Pédalinées*, *Phelipæa*, *Phytolocca*, *Monotropa*, etc.). Nous nous éloignons donc beaucoup de l'avis de M. Van Tieghem<sup>(3)</sup>, qui pense que « dans la tige, la symétrie se retrouve si l'on s'affranchit de la perturbation apportée par les feuilles en la considérant dans une région où

(1) *Bot. Hefte*. Marburg, 1887.

(2) *Recherches sur l'anatomie des axes floraux*.

(3) *Traité de botanique*, p. 732.



elle en possède d'assez petites pour que leur influence perturbatrice puisse être négligée (pédicelles floraux). » Ajoutons, cependant, que nous croyons avec M. Van Tieghem que la structure axillaire est le plus souvent sauvegardée dans le pédicelle, qui présente plutôt des perturbations légères de cette symétrie qu'un bilatéralisme fréquent, comme le pense M. Ricome.

5° Groupement des fleurs. — Bien des inflorescences indéfinies, lorsque les fleurs sont tassées les unes contre les autres, présentent des perturbations de la structure axillaire dans le pédicelle (ombelles, grappes courtes, etc.). Par suite du groupement, les fleurs s'écartent plus rapidement de l'axe, et tendent à devenir hâtivement plagiotropes. Mais outre la situation, le groupement influe par lui-même sur les pédicelles floraux par les pressions qu'ils peuvent subir. Nous avons souvent remarqué dans les axes végétatifs des phénomènes de même ordre; pour ne citer qu'un exemple, les tiges verticales de *Dianthus*, au contact des rameaux qu'elles émettent, sont souvent très aplaties, de même que le rameau voisin. Leurs faces de contact sont comprimées par pression réciproque, et la coupe transversale d'organes ainsi influencés pourrait présenter une symétrie bilatérale. Des phénomènes de même ordre, toujours dus aux pressions, s'observent sous les hampes florales, souvent aplaties de nombreuses *Amaryllidées*, *Liliacées*, etc. Enfin, on remarque dans les inflorescences de *Graminées*, de *Narcisse*, etc., des phénomènes de compression tendant à donner quelquefois à leur section une apparence souvent parfaite de structure bilatérale.

γ. *Influence de l'architecture florale.* — 1° Pétales. — Dans une même famille, les pédicelles qui supportent les fleurs les moins développées offrent une structure bien plus simple que ceux dont les pièces florales sont plus larges. Nous voyons aussi apparaître des modifications très importantes dans l'axe floral lorsque le nombre des pétales augmente

dans les fleurs doubles (*Ranunculus*, *Anemone*, *Rosa*, *Crataegus*, etc.) : les faisceaux sont en nombre plus considérable ou présentent un renforcement du stéréome. Nous pensons que dans certains cas le zygomorphisme floral peut entraîner dans le pédicelle des anomalies de structure et quelquefois des phénomènes de bilatéralisme plus ou moins parfaits. Ajoutons toutefois que l'irrégularité de la fleur doit être importante pour se répercuter ainsi sur son support. Mais ces phénomènes de perturbation ne se remarquent pas seulement chez les fleurs irrégulières, d'autres causes agissant dans le même sens.

2° Carpelles. — Si le fruit est lourd, il présente un pédicelle dont la sclérose des prosenchymes est très parfaite ou dont le développement du bois secondaire est considérable. Si le fruit est charnu, l'écorce augmente de volume, le cylindre central marque une tendance centripète très accentuée, la moelle disparaît presque en totalité. Un fruit à trois carpelles a souvent un pédicelle triangulaire ; à deux carpelles, s'ils sont latéraux, un pédicelle aplati transversalement, surtout si l'ovaire est infère.

Ces quelques exemples nous prouvent que la structure de la fleur et la nature du fruit ont un retentissement très manifeste sur le pédicelle.

δ. *Influence de l'âge du pédicelle.* — Les perturbations de la structure axile varieront avec l'âge des pédicelles examinés. Pour les étudier, on devra donc les prendre à deux dates bien différentes : pendant la floraison et à la maturité du fruit. En général, les perturbations sont plus manifestes :

1° Dans la fleur épanouie et le bouton floral lorsqu'elles dépendent :

a) D'ailes corticales ;

b) De l'inégale répartition des faisceaux, si le pédicelle fructifère présente un anneau de bois secondaire continu.

2° Dans le pédicelle fructifère, si elles sont causées par :

a) D'inégales sclérifications corticales, péricycliques ou médullaires ;

b) L'inégale répartition des faisceaux, si le pédicelle n'a pas un anneau de bois secondaire continu ;

c) Un développement irrégulier du cambium (surproduction locale de bois et de liber secondaires).

Une étude complète de ces anomalies de structure devra donc envisager les différents stades de l'évolution du rameau floral et noter les variations correspondant à des situations dans l'espace souvent très variables. M. Ricome n'indique ni le stade durant lequel ses observations ont été faites, ni les régions précises des axes qu'il étudie.

Quoique fort importantes, les perturbations de la symétrie axile dues à ces causes diverses n'atteignent jamais la structure fondamentale de l'axe floral ; bien des familles de dicotylédones pétalées présentent un type caractéristique de pédicelle qui n'est pas altéré par ces phénomènes de dissymétrie.

En résumé, M. Ricome a exagéré l'influence de la situation et de la pesanteur qui en dérive. Il n'a considéré que les causes externes par rapport aux pédicelles. En réalité, leur symétrie est influencée par de nombreux facteurs internes. Un pédicelle donné, dont l'édifice cellulaire est fixe, doit tout d'abord obéir, pendant le début de son évolution, aux pressions qu'il subit de la part des pièces qui l'enveloppent souvent, le compriment, nécessitent par ce fait une marche et une orientation particulières des faisceaux libéro-ligneux. Il est sollicité ensuite par les besoins des pièces florales, parfois très irrégulièrement développées, et des bractées réparties avec ordre ou souvent dispersées sans harmonie sur son trajet. Puis, pour se développer, il doit dans certains cas s'infléchir, si les pièces florales ou le fruit présentent un certain poids. Alors, sous l'influence de la pesanteur, peuvent se produire

des modifications de structure ou des phénomènes de dégénérescence dans sa symétrie.

Tous ces facteurs : situation des axes, pressions, bractées, zygomorphisme floral, contribuent, à des degrés divers, selon les cas, à troubler la symétrie axiale des axes floraux.

## Polygones à autoinscription multiple;

Par M. G. BRUNEL.

On dit qu'un polygone est  $k$  fois autoinscrit lorsque, sur chacune des droites dont un des segments constitue l'un des côtés du polygone, il y a, outre les deux sommets qui limitent ce segment, un nombre  $k$  de sommets du polygone.

Nous désignerons les sommets consécutifs du polygone, parcouru à partir d'un quelconque des sommets dans un sens arbitraire, par les chiffres 0, 1, 2, ...,  $n - 1$ .

Relativement à un polygone  $k$  fois autoinscrit, on peut former un tableau de  $n$  colonnes de la façon suivante : on inscrit dans la  $(p + 1)^{\text{ème}}$  colonne successivement le premier et le second sommets du côté considéré, puis les sommets en nombre égal à  $k$  situés sur la même droite.

Voyons quelles sont les propriétés d'un tableau

0	1	2	. . .	$p$	. . .	$n - 1$ ,
1	2	3	. . .	$p + 1$	. . .	0
$a_0$	$a_1$	$a_2$	. . .	$a_p$	. . .	$a_{n-1}$ ,
$b_0$	$b_1$	$b_2$	. . .	$b_p$	. . .	$b_{n-1}$ ,
.	.	.	. . .	.	. . .	.
$l_0$	$l_1$	$l_2$	. . .	$l_p$	. . .	$l_{n-1}$

ainsi obtenu.

Les lettres  $a_p$ ,  $b_p$ , ...,  $l_p$  en nombre égal à  $k$  qui figurent dans une des colonnes représentent des sommets, et par suite des chiffres qui sont nécessairement distincts des nombres  $p$  et  $p + 1$ , et distincts entre eux.

Les éléments d'une colonne pris deux à deux constituent donc des duades différentes dont le nombre est égal à  $\frac{(k+2)(k+1)}{2}$ .

Nous supposons que deux côtés du polygone ne sont pas situés sur une même droite. Dès lors, dans deux colonnes distinctes, la même duade ne peut apparaître, et toutes les duades qui figurent dans les différentes colonnes sont toutes différentes.

De là résulte pour une valeur déterminée de  $k$  une limitation inférieure du nombre  $n$ . En effet, le nombre total des duades du tableau doit être inférieur ou au plus égal au nombre des duades que l'on peut former avec  $n$  éléments

$$n \frac{(k+1)(k+2)}{2} \leq \frac{n(n-1)}{2},$$

ou bien

$$n \geq (k+1)(k+2) + 1.$$

Ainsi, pour les valeurs de  $k$  égales à

$$1, 2, 3, 4, \dots$$

le nombre  $n$  doit être au moins égal à

$$7, 13, 21, 31, \dots$$

Nous avons déjà considéré le cas où  $k = 1$  (Voir *Procès-Verbaux* de 1895-96), et nous avons alors établi l'existence de tableaux correspondants jouissant d'une loi de formation particulière et aussi montré l'existence de toute une série de polygones correspondant à certains de ces tableaux.

En supposant  $k = 2$ , nous allons tout d'abord donner un tableau qui a été déduit de l'étude de la configuration formée de 35 droites qui se rencontrent quatre à quatre en 35 points, et telle que sur chacune des 35 droites se trouvent quatre des 35 points.

Dans le tableau

$5k$	$5k + 1$	$5k + 2$	$5k + 3$	$5k + 4$	mod. 35.
$5k + 1$	$5k + 2$	$5k + 3$	$5k + 4$	$5k + 5$	
$5k + 19$	$5k + 22$	$5k + 10$	$5k + 11$	$5k + 8$	
$5k + 10$	$5k + 34$	$5k + 21$	$5k + 33$	$5k + 12$	

si nous donnons à  $k$  les valeurs 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et si nous mettons à la suite les uns des autres les tableaux ainsi obtenus, nous avons un tableau correspondant à un polygone de 35 côtés deux fois autoinscrit. Le polygone est en même temps deux fois circonscrit à lui-même. La construction d'un tel polygone ne présente au point de vue théorique aucune difficulté, au point de vue graphique elle exige quelque soin.

Dans le tableau total construit comme il a été dit, les colonnes de rang  $q$ ,  $q + 5$ ,  $q + 10$ , ... se déduisent de la première, par exemple, par adjonction des nombres 5, 10, ... à ses divers éléments.

Voyons si nous pouvons obtenir des tableaux dont *toutes* les colonnes se déduiront de l'une d'entre elles, de la première par exemple par adjonction des nombres consécutifs 1, 2, 3, ...,  $n - 1$ . Si un polygone correspond effectivement à un tel tableau, il sera à la fois doublement autoinscrit et doublement autocirconscrit.

Écrivons les colonnes qui se déduisent de la première et qui contiennent l'élément 0.

0	$n - 1$	$n - k$	$n - k'$	mod. $n$
1	0	$n - k + 1$	$n - k' + 1$	
$k$	$n - 1 + k$	0	$n - k' + k$	
$k'$	$n - 1 + k'$	$n - k + k'$	0	

il faut que les duades qui figurent dans les diverses colonnes soient distinctes, et par suite que tous les nombres autres que 0 soient tous différents. De là une série d'inégalités (mod.  $n$ ) auxquelles doivent satisfaire les nombres  $k$  et  $k'$ . La détermination des valeurs de  $k$  et de  $k'$  qui vérifient ces inégalités se fait de la façon la plus simple, en figurant sur

papier quadrillé les diverses valeurs du couple  $(k, k')$  et en supprimant successivement les couples non admissibles.

Nous ne considérons pas comme distincts les couples  $(p, q)$  et  $(q, p)$  qui correspondent à une permutation des deux dernières lignes du tableau, non plus que les couples  $(p, q)$  et  $(n + 1 - p, n + 1 - q)$  qui correspondent au même polygone, mais parcouru dans le sens contraire.

On a alors les solutions suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 n = 13 & \left\{ \begin{array}{ll} k = 4, & 3 \\ k' = 6, & 9 \end{array} \right. \\
 n = 14 & \left\{ \begin{array}{ll} k = 4, & 3 \\ k' = 6, & 10 \end{array} \right. \\
 n = 15 & \left\{ \begin{array}{llllll} k = 3, & 4, & 5, & 3, & 3, & 4 \\ k' = 7, & 6, & 7, & 10, & 11, & 9 \end{array} \right. \\
 n = 16 & \left\{ \begin{array}{llllll} k = 3, & 4, & 5, & 3, & 3, & 4 \\ k' = 7, & 6, & 7, & 11, & 12, & 10 \end{array} \right.
 \end{array}$$

et ainsi de suite. La formation de ces couples de solution ne présente aucune difficulté. Le nombre de ces solutions est le même pour  $n = 2n' - 1$  et pour  $n = 2n'$ , et dans les deux cas égal à  $(n' - 5)(n' - 6)$ . La moitié du nombre des solutions qui existent pour  $n = 2n' - 1$  existe sans changement pour toute valeur de  $n$  supérieure.

Nous nous réservons de voir si les tableaux ainsi obtenus correspondent à des polygones effectifs.

La question de la construction de tableaux relatifs au cas où  $k$  est supérieur à 2 sera examinée ultérieurement. Nous nous proposons également de revenir sur l'étude d'un cas que nous avons exclu, celui où les droites dont un segment constitue un des côtés du polygone supportent également un ou plusieurs autres côtés du polygone, en particulier les polygones tels que sur chacune des droites supportant un des côtés il y ait un même nombre  $l$  de côtés.

*Séance du 20 janvier 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

# **Note sur l'intégration de l'équation différentielle des coniques;**

Par M. G. PRÉVOST.

L'équation la plus générale des coniques est :

$$y = ax + b + (mx^2 + nx + p)^{\frac{1}{2}},$$

d'où on déduit par deux différentiations successives :

$$y' = \frac{c}{(mx^2 + nx + p)^{\frac{3}{2}}},$$

par suite, on aura pour équation différentielle des coniques la forme symbolique :

$$((y')^{-\frac{2}{3}})''' = 0.$$

En développant on arrive à la forme explicite :

$$9y^v y'^3 - 45y^{iv} y''' y' + 40y'''^3 = 0.$$

En posant  $y' = c'$  dans l'équation qui est homogène, on obtient :

$$t''' - 2t' t'' + \frac{4}{9} t'^3 = 0.$$

Si on pose

$$t' = \frac{1}{z}$$

et

$$z' = p,$$

il vient

$$-pz \frac{dp}{dz} + 2p^2 - 2p + \frac{4}{9} = 0$$



ou bien

$$\frac{p dp}{\left(p - \frac{1}{3}\right) \left(p - \frac{2}{3}\right)} = 2 \frac{dz}{z};$$

ceci s'intègre facilement et donne :

$$\frac{p - \frac{2}{3}}{\left(p - \frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}} = cz,$$

c'est-à-dire

$$\left(\frac{dz}{dx} - \frac{2}{3}\right)^2 = c^2 z^2 \left(\frac{dz}{dx} - \frac{1}{3}\right),$$

d'où on tire

$$dx = -3 \frac{dz}{2} \pm \frac{3}{2} \frac{cz dz}{\sqrt{\frac{4}{3} + c^2 z^2}},$$

qui s'intègre encore facilement et conduit à

$$z = \frac{\frac{3}{c^2} - (x + a)^2}{3(x + a)} = \frac{dx}{dt}.$$

Intégrant à nouveau on aura

$$t = -\frac{3}{2} l \left( \frac{3}{c^2} - (x + a)^2 \right) + \text{const.}$$

et

$$y' = e' = b \left( \frac{3}{c^2} - (x + a)^2 \right)^{-\frac{1}{2}},$$

d'où on déduit par deux quadratures successives :

$$y = -\frac{b}{2} \sqrt{\frac{3}{c^2} - (x + a)^2} + ex + f$$

qui est l'équation générale des coniques.

## Sur un théorème de M. Lie;

Par M. W. DE TANNENBERG.

Je me propose, dans cette communication, d'indiquer une application de la théorie des groupes de transformations à l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Malgré les très longs développements publiés par M. Lie et quelques-uns de ses élèves, ou peut-être à cause de ces longs développements, la théorie des groupes a peu pénétré dans l'enseignement des Universités, aussi je crois devoir rappeler quelques principes, qui me seront utiles. On pourra alors voir qu'il n'est pas nécessaire de pénétrer bien profondément dans la théorie des groupes pour pouvoir utiliser le théorème curieux de M. Lie, qui fait l'objet de cette communication.

§ 1. — *Définition d'un groupe de transformations à un seul paramètre.* — Pour faciliter le langage, nous supposerons que le nombre des variables soit 5 et nous utiliserons la représentation géométrique suivante :

Soient M un point de l'espace ayant pour coordonnées  $x, y, z$ , et P un plan passant par ce point. On peut mettre l'équation de P sous la forme

$$Z - z - p(X - x) - q(Y - y) = 0.$$

A l'ensemble (M, P) du point M et du plan P correspondent cinq nombres déterminés ( $x, y, z, p, q$ ) et réciproquement. Appelons, d'après M. Lie, l'ensemble (M, P) un élément de surface. On voit évidemment que les éléments de surface de l'espace peuvent représenter les divers systèmes de valeurs de cinq variables  $x, y, z, p, q$ .

Enfin j'ajoute encore les notions suivantes (introduites par M. Lie) qui sont presque classiques. L'ensemble des points d'une surface et des plans tangents correspondants constitue

évidemment une multiplicité d'éléments (M, P) dépendant de deux variables indépendantes  $u$  et  $v$ . De même l'ensemble des points d'une courbe et de tous ses plans tangents constitue aussi une multiplicité d'éléments (M, P) dépendant de deux variables. Enfin la conclusion est la même si l'on envisage l'ensemble d'un point et de tous les plans passant par ce point. Toutes ces multiplicités particulières jouissent d'une propriété commune. Pour l'une quelconque de ces multiplicités, les expressions de  $x, y, z, p, q$  en fonction des deux variables indépendantes satisfont à l'équation aux différentielles totales

$$dz - p dx - q dy = 0.$$

C'est là d'ailleurs une propriété caractéristique de ces multiplicités. Nous dirons que ces multiplicités sont composées d'*éléments unis*.

Ceci posé, considérons le mouvement d'un élément de surface ( $xyzpq$ ) défini par les équations

$$(1) \quad \frac{\partial x}{\partial \theta} = \xi, \quad \frac{\partial y}{\partial \theta} = \eta, \quad \frac{\partial z}{\partial \theta} = \zeta, \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = \varpi, \quad \frac{\partial q}{\partial \theta} = \chi,$$

où  $\xi, \eta, \zeta, \varpi, \chi$  sont des fonctions données de  $x, y, z, p, q$ . Soient  $(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0)$  la position de l'élément pour  $(\theta = 0)$ . Les expressions de  $x, y, z, p, q$  en fonction de ces valeurs initiales et de  $\theta$

$$x = X(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0, \theta), \quad y = Y(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0, \theta), \quad z = Z(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0, \theta), \\ p = P(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0, \theta), \quad q = Q(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0, \theta)$$

déterminent pour chaque valeur de  $\theta$  une transformation à cinq variables; elles font correspondre à un élément de surface quelconque  $(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0)$  un second élément de surface  $(xyzpq)$ . Toutes les transformations obtenues en faisant varier  $\theta$  forment un ensemble, que nous appellerons un *groupe à paramètre*  $\theta$ . A la vérité, cette définition n'est pas celle adoptée par M. Lie, mais elle lui est équivalente. Elle a l'inconvénient de ne pas conduire à la découverte des

groupes les plus importants en calcul intégral, à savoir les groupes à plusieurs paramètres, mais elle nous suffira dans la suite.

§ 2. — *Groupe de transformations de contact à un paramètre.* — Supposons qu'on imprime aux éléments d'une multiplicité d'éléments unis un mouvement défini par les équations (1). Il peut arriver exceptionnellement que, pour une valeur quelconque de  $\theta$ , les éléments soient encore unis dans leur nouvelle position. Dans ce cas, on dit que le groupe est un groupe de *transformations de contact*. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que l'on ait :

$$dz - p dx - q dy = \rho (dz_0 - p_0 dx_0 - q_0 dy_0),$$

où  $d$  désigne la différentielle totale prise par rapport à  $x_0, y_0, z_0, p_0, q_0$  en considérant  $\theta$  comme un paramètre. — La relation précédente équivaut à

$$\frac{\delta}{\delta \theta} (dz - p dx - q dy) = \sigma (dx - p dx - q dy) \quad \sigma = \mathfrak{L}\rho.$$

De là on déduit aisément

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\partial w}{\partial p}, \quad \eta = \frac{\partial w}{\partial q}, \quad \zeta = p \frac{\partial w}{\partial p} + q \frac{\partial w}{\partial q} - w, \\ \varpi &= - \left( \frac{\partial w}{\partial x} + p \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \chi = - \left( \frac{\partial w}{\partial y} + q \frac{\partial w}{\partial z} \right), \end{aligned}$$

où  $w$  est une fonction arbitraire de  $x, y, z, p, q$ . Ces expressions font connaître tous les groupes de transformations de contact à un paramètre. La fonction  $w$  est dite la fonction caractéristique du groupe. Remarquons que

$$-w = \zeta - p\xi - q\eta.$$

§ 3. — *Intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre.* — On sait que le problème de l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre

$$(2) \quad f(x, y, z, p, q) = 0$$

évidemment une multiplicité d'éléments  $(M, P)$  dépendant de deux variables indépendantes  $u$  et  $v$ . De même l'ensemble des points d'une courbe et de tous ses plans tangents constitue aussi une multiplicité d'éléments  $(M, P)$  dépendant de deux variables. Enfin la conclusion est la même si l'on envisage l'ensemble d'un point et de tous les plans passant par ce point. Toutes ces multiplicités particulières jouissent d'une propriété commune. Pour l'une quelconque de ces multiplicités, les expressions de  $x, y, z, p, q$  en fonction des deux variables indépendantes satisfont à l'équation aux différentielles totales

$$dz - p dx - q dy = 0.$$

C'est là d'ailleurs une propriété caractéristique de ces multiplicités. Nous dirons que ces multiplicités sont composées d'*éléments unis*.

Ceci posé, considérons le mouvement d'un élément de surface  $(xyzpq)$  défini par les équations

$$(1) \quad \frac{\partial x}{\partial \theta} = \xi, \quad \frac{\partial y}{\partial \theta} = \eta, \quad \frac{\partial z}{\partial \theta} = \zeta, \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = \varpi, \quad \frac{\partial q}{\partial \theta} = \chi,$$

où  $\xi, \eta, \zeta, \varpi, \chi$  sont des fonctions données de  $x, y, z, p, q$ . Soient  $(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0)$  la position de l'élément pour  $(\theta = 0)$ . Les expressions de  $x, y, z, p, q$  en fonction de ces valeurs initiales et de  $\theta$

$$x = X(x_0 y_0 z_0 p_0 q_0 \theta), \quad y = Y(x_0 y_0 z_0 p_0 q_0 \theta), \quad z = Z(x_0 y_0 z_0 p_0 q_0 \theta), \\ p = P(x_0 y_0 z_0 p_0 q_0 \theta), \quad q = Q(x_0 y_0 z_0 p_0 q_0 \theta)$$

déterminent pour chaque valeur de  $\theta$  une transformation à cinq variables; elles font correspondre à un élément de surface quelconque  $(x_0, y_0, z_0, p_0, q_0)$  un second élément de surface  $(xyzpq)$ . Toutes les transformations obtenues en faisant varier  $\theta$  forment un ensemble, que nous appellerons un *groupe à paramètre*  $\theta$ . A la vérité, cette définition n'est pas celle adoptée par M. Lie, mais elle lui est équivalente. Elle a l'inconvénient de ne pas conduire à la découverte des

groupes les plus importants en calcul intégral, à savoir les groupes à plusieurs paramètres, mais elle nous suffira dans la suite.

§ 2. — *Groupe de transformations de contact à un paramètre.* — Supposons qu'on imprime aux éléments d'une multiplicité d'éléments unis un mouvement défini par les équations (1). Il peut arriver exceptionnellement que, pour une valeur quelconque de  $\theta$ , les éléments soient encore unis dans leur nouvelle position. Dans ce cas, on dit que le groupe est un groupe de *transformations de contact*. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que l'on ait :

$$dz - p dx - q dy = \rho (dz_0 - p_0 dx_0 - q_0 dy_0),$$

où  $d$  désigne la différentielle totale prise par rapport à  $x_0, y_0, z_0, p_0, q_0$  en considérant  $\theta$  comme un paramètre. — La relation précédente équivaut à

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (dz - p dx - q dy) = \sigma (dx - p dx - q dy) \quad \sigma = \mathfrak{L}\rho.$$

De là on déduit aisément

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\partial w}{\partial p}, \quad \eta = \frac{\partial w}{\partial q}, \quad \zeta = p \frac{\partial w}{\partial p} + q \frac{\partial w}{\partial q} - w, \\ \omega &= - \left( \frac{\partial w}{\partial x} + p \frac{\partial w}{\partial z} \right), \quad \chi = - \left( \frac{\partial w}{\partial y} + q \frac{\partial w}{\partial z} \right), \end{aligned}$$

où  $w$  est une fonction arbitraire de  $x, y, x, p, q$ . Ces expressions font connaître tous les groupes de transformations de contact à un paramètre. La fonction  $w$  est dite la fonction caractéristique du groupe. Remarquons que

$$-w = \zeta - p\xi - q\eta.$$

§ 3. — *Intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre.* — On sait que le problème de l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre

$$(2) \quad f(x, y, z, p, q) = 0$$

peut être formulé géométriquement de la manière suivante, indiquée par M. Lie :

« Dans l'ensemble des éléments de surface définis par (2) détacher une multiplicité d'éléments dépendant de deux variables indépendantes, qui soit composée d'éléments unis. »

Si la multiplicité se compose d'éléments unis suivant une surface  $S$ , cette surface est une surface intégrale de l'équation (2). La méthode classique des caractéristiques permet de ramener la recherche de ces surfaces à l'intégration d'un système d'équations différentielles ordinaires, à savoir

$$(r) \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial f}{\partial p}, & \frac{dy}{dt} = \frac{\partial f}{\partial q}, & \frac{dz}{dt} = p \frac{\partial f}{\partial p} + q \frac{\partial f}{\partial q}, \\ \frac{dp}{dt} = -\left(\frac{\partial f}{\partial x} + p \frac{\partial f}{\partial z}\right), & \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{\partial f}{\partial y} + q \frac{\partial f}{\partial z}\right). \end{cases}$$

Pour obtenir la surface intégrale passant par une courbe donnée quelconque  $C$ , on construit en chaque point  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  de la courbe le plan  $P_0(p_0, q_0)$  tangent, tel que

$$f(x_0 y_0 z_0 p_0 q_0) = 0.$$

Puis on donne à chaque élément  $(M_0, P_0)$  le mouvement défini par les équations (r). Le lieu des positions des éléments mobiles constitue la *surface intégrale cherchée*. Pour distinguer ce mouvement (r) de ceux que nous allons considérer, nous l'appellerons *mouvement caractéristique* correspondant à  $f(xy z p q)$ .

§ 4. — *Mouvements virtuels particuliers.* — Considérons un mouvement caractérisé par la fonction  $w$ , et appelons-le mouvement virtuel. Il peut arriver que ce mouvement amène à chaque valeur de  $\theta$  les éléments d'une surface intégrale *quelconque* à coïncider avec les éléments d'une autre surface *intégrale*. Dans ce cas, on dit que l'équation (2) *admet* le groupe considéré, ou bien que le mouvement virtuel laisse *invariante* la famille des surfaces intégrales.

Pour que la fonction  $w$  caractérise un mouvement de cette nature, il faut et il suffit que l'on ait

$$\delta f = 0,$$

en chaque élément  $(x, y, z, p, q)$  de la multiplicité (2).

Passons la démonstration très simple de ce point et arrivons au théorème de M. Lie.

§ 5. — *Démonstration directe du théorème de M. Lie.* — Supposons trouvés, par un procédé quelconque, deux mouvements virtuels caractérisés par  $w$  et  $w_1$ , et laissant invariante la famille des surfaces intégrales. — Quels sont les avantages que l'on peut tirer de la connaissance de  $w$  et  $w_1$ , pour l'intégration de (2), c'est-à-dire pour la détermination du mouvement caractéristique? Pour répondre à cette question, considérons d'abord le mouvement caractérisé par  $w(x, y, z, p, q)$ . En chaque élément  $(xyzpq)$  de la multiplicité (2), on a

$$\delta f = 0,$$

et par suite

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial f}{\partial x} + p \frac{\partial f}{\partial z} \right) \delta x + \left( \frac{\partial f}{\partial y} + q \frac{\partial f}{\partial z} \right) \delta y + \frac{\partial f}{\partial z} (\delta z - p \delta x - q \delta y) \\ + \frac{\partial f}{\partial p} \delta p + \frac{\partial f}{\partial q} \delta q = 0, \end{aligned}$$

ou bien, en tenant compte du mouvement caractéristique,

$$-dp \delta x - dq \delta y + \frac{\partial f}{\partial z} (\delta z - p \delta x - q \delta y) dt + \delta p dx + \delta q dy = 0,$$

ou encore

$$\begin{aligned} d(\delta z - p \delta x - q \delta y) - \delta(dz - p dx - q dy) \\ + \frac{\partial f}{\partial z} (\delta z - p \delta x - q \delta y) dt = 0. \end{aligned}$$

Mais si l'on se reporte au paragraphe (2), on voit que

$$\delta(dz - p dx - q dy) = \sigma(dz - p dx - q dy) \delta t = 0;$$



donc en chaque élément  $(xyzpq)$  de la multiplicité (2) on a

$$dw + \frac{\partial f}{\partial z} w dt = 0.$$

De même en considérant  $w_1$  on trouve

$$dw_1 + \frac{\partial f}{\partial z} w_1 dt = 0.$$

Donc nous pouvons énoncer le théorème de M. Lie :

L'équation

$$\frac{w}{w_1} = \text{const.}$$

est une intégrale première du système

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} f(x, y, z, p, q) = 0, \\ \frac{dx}{dt} = \frac{\partial f}{\partial p}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial f}{\partial q}, \quad \frac{dz}{dt} = p \frac{\partial f}{\partial p} + q \frac{\partial f}{\partial q}, \\ \frac{dp}{dt} = -\left(\frac{\partial f}{\partial x} + p \frac{\partial f}{\partial z}\right), \quad \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{\partial f}{\partial y} + q \frac{\partial f}{\partial z}\right). \end{array} \right.$$

§ 6. — *Application à une équation de Monge.* — Considérons les surfaces pour lesquelles

$$d = \varphi(\rho),$$

$\delta$  étant le rayon vecteur d'un point quelconque M, et  $d$  la distance du point O au plan tangent en M. Ces surfaces sont les surfaces intégrales d'une équation

$$f(xyzpq) = 0,$$

étudiée par Monge. Le théorème de M. Lie permet d'obtenir deux intégrales premières du système (I) sans même l'écrire. En effet, une rotation autour de l'axe des  $z$  laisse évidemment *invariante* la famille des surfaces intégrales, cette rotation est donc un des mouvements virtuels que nous venons de définir. Ce mouvement a pour équations

$$\frac{\delta x}{\delta \theta} = -y, \quad \frac{\delta y}{\delta \theta} = x, \quad \frac{\delta z}{\delta \theta} = 0, \quad -w = \zeta - p\xi - q\eta = py - qx.$$

Raisonnant sur les autres axes comme sur l'axe des  $z$ , on trouve deux autres mouvements virtuels laissant invariante la famille des surfaces intégrales. Ces mouvements sont caractérisés par

$$w_1 = x + pz, \quad w_2 = y + qz.$$

Donc

$$\frac{x + pz}{py - qx} = \text{const.} \quad \frac{y + qz}{py - qx} = \text{const.}$$

sont des intégrales premières du système (I) correspondant à l'équation de Monge.

## Sur le résonateur de Hertz;

Par M. A. TURPAIN.

En mettant en œuvre les procédés d'observation de la résonance électrique que j'ai récemment exposés ici même <sup>(1)</sup>, je me suis proposé une étude systématique du champ hertzien.

Ce sont les premiers résultats de cette étude qui font l'objet de cette communication.

I. — ANALYSE DU CHAMP. — J'ai tout d'abord recherché comment un résonateur circulaire de Hertz se comportait lorsque son plan était situé successivement dans trois positions principales.

Prenant pour axe des  $x$  celui qui passe par les centres des boules de l'excitateur, pour axe des  $y$  celui qui est situé dans la direction des fils qui concentrent le champ, et pour axe des  $z$  une perpendiculaire aux deux premiers, j'appellerai :

Position I,	celle du résonateur telle que son plan coïncide avec le plan des $xz$ ,
Position II,	des $xy$ ,
Position III,	des $yz$ ,

<sup>(1)</sup> Sur divers procédés d'observation de la résonance électrique (Procès-verbaux de la Société des Sciences de Bordeaux, 23 décembre 1897).

Si l'on déplace parallèlement à lui-même un résonateur maintenu successivement dans chacune de ces trois positions, l'expérience indique l'existence de régions ventrales et nodales pour ces trois positions.

Si l'on maintient un résonateur en un point du champ convenablement choisi, successivement dans ces trois positions, et qu'on déplace un pont mobile jeté sur les fils de concentration, l'expérience indique l'existence de régions nodales et ventrales pour ces trois positions.

1° De plus, *les longueurs d'ondes mesurées pour ces trois positions sont sensiblement égales*. On a :

$$\lambda_I = \lambda_{II} = \lambda_{III}.$$

Les phénomènes sont en général très intenses dans la position II, moins intenses dans la position I, encore moins dans la position III.

Ainsi les distances explosives varient :

de 3	à 7	millimètres aux ventres de la position II,
0,75	à 2	» » de la position I,
0,05	à 0,1	» » de la position III.

C'est dans cette dernière position que l'emploi du micromètre seul est assez pénible et que le secours du téléphone ou du galvanomètre est utile.

A chaque résonateur employé correspond pour les trois positions une longueur d'onde particulière caractéristique du résonateur.

Si l'on compare les positions respectives des ventres et des nœuds dans les trois positions, on peut énoncer cette loi :

2° *Les ventres et nœuds des positions II et III coïncident.*

*Les ventres et nœuds de la position I chevauchent sur ceux des positions II et III.*

Et si l'on a soin de rapporter la position II du résonateur au point occupé par l'étincelle du micromètre, on voit que :

3° *Les ventres pour la position I sont aux nœuds des positions II et III, et, inversement ;*

*Les nœuds pour la position I sont aux ventres des positions II et III.*

$$N_I = V_{II} = V_{III},$$

$$V_I = N_{II} = N_{III}.$$

II. — FONCTIONNEMENT DU RÉSONATEUR. — A. *Résonateur complet.* — On a déterminé les positions des sections ventrales et nodales pour deux résonateurs présentant le même développement, aussi identiques que possible, et ne différant que par la disposition de la coupure du micromètre.

L'un B était muni d'un micromètre tel que la direction de l'étincelle était normale à la circonférence du résonateur en son plan.

L'autre B' était muni d'un micromètre tel que la direction de l'étincelle était tangente à la circonférence du résonateur.

Les résultats fournis par ces deux résonateurs sont les mêmes.

*Le fonctionnement du résonateur semble donc indépendant de la direction de l'étincelle au micromètre.*

Toutefois, les distances explosives maxima observées ont été sensiblement plus grandes avec le micromètre normal qu'avec le micromètre tangent.

Si l'on compare, dans le tableau des mesures faites à l'aide du déplacement du pont, la valeur des longueurs d'onde successives dans les trois positions, on voit que lorsque le résonateur a été placé de telle sorte qu'on puisse placer le pont entre l'excitateur et le résonateur, puis au delà du résonateur, la présence du résonateur influe en diminuant plus ou moins la section ventrale qu'il occupe.

*Le résonateur par sa présence rétrécit la longueur d'onde qu'il décèle, dans la partie du champ qu'il occupe.*

Et cette influence semble plus marquée pour la position II que pour les deux autres.

Pour étudier plus complètement le fonctionnement du réso-

nateur dans les trois positions principales, on s'est astreint à mesurer les phénomènes en faisant occuper à l'interruption du micromètre toutes les situations possibles dans chaque plan.

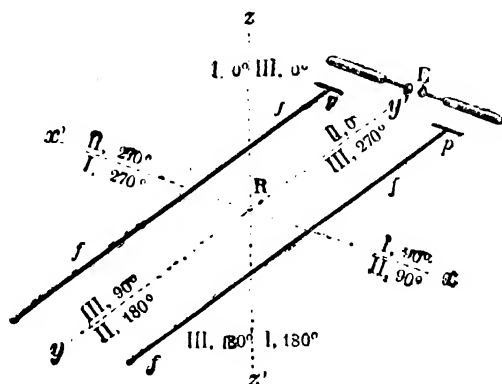


Fig. 1.

C'est ainsi que (fig. 1) dans la position I ( $xz$ ), on place successivement la coupure du micromètre

- sur la direction positive de l'axe des  $z$  ( $\alpha = 0^\circ$ ),
- » positive » des  $x$  ( $\alpha = 90^\circ$ ),
- » négative » des  $z$  ( $\alpha = 180^\circ$ ),
- » négative » des  $x$  ( $\alpha = 270^\circ$ ),

et dans les positions intermédiaires.

De même dans la position II ( $xy$ ) on place successivement l'interruption du micromètre

- sur la direction négative de l'axe des  $y$  ( $\alpha = 0^\circ$ ),
- » positive » des  $x$  ( $\alpha = 90^\circ$ ),
- » positive » des  $y$  ( $\alpha = 180^\circ$ ),
- » négative » des  $x$  ( $\alpha = 270^\circ$ ).

Enfin dans la position III ( $yz$ ) on place successivement l'interruption du micromètre

- sur la direction positive de l'axe des  $z$  ( $\alpha = 0^\circ$ ),
- » positive » des  $y$  ( $\alpha = 90^\circ$ ),
- » négative » des  $z$  ( $\alpha = 180^\circ$ ),
- » négative » des  $y$  ( $\alpha = 270^\circ$ ).

Si l'on observe les phénomènes pour chaque position principale, le micromètre étant placé successivement dans les différents azimuts, on observe que :

1° *Il existe des azimuts d'extinction pour les positions I et III;*

2° *Il n'existe pas d'azimut d'extinction pour la position II.*

Pour les positions I et III, *aux ventres comme aux nœuds*, le micromètre placé *soit à  $\alpha = 90^\circ$ , soit à  $\alpha = 270^\circ$* , ne donne naissance à aucune étincelle.

Pour la position II, aux ventres, le micromètre donne des étincelles de même ordre de longueur dans tous les azimuts.

Cependant les maxima des étincelles des positions  $\alpha = 0^\circ$  et  $\alpha = 180^\circ$  sont sensiblement plus grands que ceux des positions  $\alpha = 90^\circ$  et  $\alpha = 270^\circ$ .

La détermination des longueurs d'ondes pour la position II et pour le micromètre situé à  $\alpha = 0^\circ$  ou à  $\alpha = 180^\circ$ , montre qu'on doit rapporter la position du résonateur non pas à son centre, mais au micromètre.

3° *C'est la position du micromètre qui règle dans ce cas (position II,  $\alpha = 0^\circ$  ou  $\alpha = 180^\circ$ ) la position du ventre.*

On n'avait pas à tenir compte, en effet, du rayon du résonateur dans la position I, pour les divers azimuts, le micromètre restant toujours à la même distance que le centre du résonateur.

Mais dans la position II, suivant qu'il se trouve à  $\alpha = 0^\circ$  ou à  $\alpha = 180^\circ$ , le micromètre est ou plus près ou plus loin du ventre que le centre du résonateur et l'écart est égal au rayon du résonateur.

Il y aurait également lieu de tenir compte de ce rayon dans la position III, mais il se trouve que les azimuts  $\alpha = 90^\circ$  et  $\alpha = 270^\circ$  correspondent au diamètre d'extinction, si bien qu'un résonateur dans cette position et dans ces azimuts, déplacé tout le long du champ, ne manifeste d'étincelles en aucun point.

B. *Résonateur à coupure*. — Pour pénétrer plus avant dans l'étude du résonateur hertzien, j'ai songé à soumettre à la même analyse expérimentale un résonateur présentant une coupure, indépendamment de l'existence du micromètre, appareil dont j'ai indiqué en 1895 le facile fonctionnement.

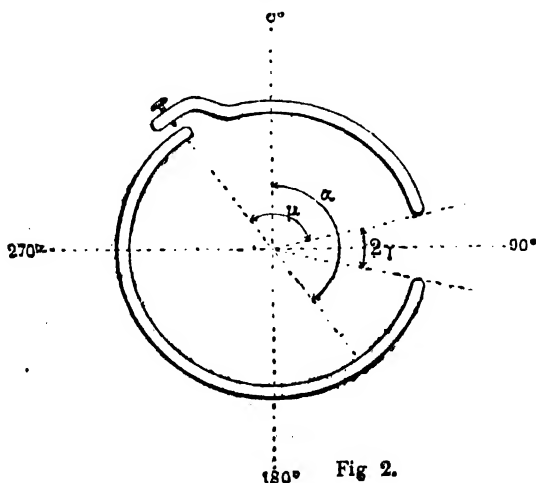
La comparaison des résultats fournis par un semblable résonateur, à ceux présentés par un résonateur complet était susceptible, en effet, de donner d'intéressants renseignements sur le rôle joué par le micromètre du résonateur.

La grandeur de la coupure variait de 0,02 à 0,11 de la longueur totale du résonateur complet.

Il y a deux manières de pratiquer une coupure dans un résonateur, ou bien on s'arrange de façon que la coupure soit symétrique par rapport au diamètre du micromètre, ou bien de façon qu'elle soit dissymétrique.

En fait, j'ai constitué un résonateur à l'aide de plusieurs axes métalliques pouvant être réunis par de petites bagues de cuivre, si bien que le résonateur peut se transformer, à volonté, de résonateur complet en résonateur à coupure symétrique ou non symétrique.

*Un résonateur à coupure symétrique présente les mêmes azimuts d'extinction qu'un résonateur complet.*



*Un résonateur à coupure dissymétrique ne présente pas de phénomène d'extinction pour les positions I et II quand le micromètre est à  $\alpha = 90^\circ$  ou  $\alpha = 270^\circ$ .*

On a cherché l'azimut d'extinction ou de minimum d'effet d'un résonateur à coupure dissymétrique pour les positions I et III et voici la règle qui donne cette position :

*L'azimut  $\alpha$  d'extinction ou de minimum d'effet est tel que l'azimut d'extinction du résonateur complet passe par le milieu de la coupure (fig. 2).*

Si  $2\gamma$  est l'angle de coupure,  $\mu$  l'angle de la plus petite position du résonateur coupé,

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (\mu + \gamma) \quad \text{ou} \quad 3\frac{\pi}{2} - (\mu + \gamma).$$

Quand la coupure est symétrique, on a  $\mu + \gamma = \pi$  :

$$\alpha = -\frac{\pi}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\pi}{2}.$$

Si l'on mesure les sections ventrales et nodales relatives à un résonateur à coupure placé successivement dans les trois positions, on constate que s'il est indifférent de faire les mesures relativement au micromètre ou à la coupure pour la position I, il n'en est plus de même pour la position II et III.

Pour que la remarque relative au chevauchement des ventres et des nœuds subsiste ici, il est indispensable de faire les lectures aux points occupés non par le micromètre, mais par la coupure.

C'est ainsi que si l'on s'adresse à un résonateur pour lequel la coupure a été pratiquée le plus loin possible du micromètre (70 centimètres) et qu'on peut à volonté reconstituer complet, on constate qu'il faut amener le pont mobile juste au-dessus du micromètre pour obtenir une étincelle maxima dans la position II lorsque le résonateur est complet, alors qu'il suffit d'amener le même pont au-dessus de la coupure pour obtenir le maximum d'effet dans la même position II, lorsque le résonateur est coupé.



De même que pour un résonateur complet, il n'est point besoin de corriger les mesures relatives à la position III pour un résonateur à coupure symétrique, puisque pour cette position les azimuts  $\alpha = 90^\circ$  et  $\alpha = 270^\circ$  correspondent au diamètre d'extraction, mais il n'en est plus de même pour un résonateur à coupure dissymétrique. On doit faire les lectures, dans la position III, aux points occupés par la coupure, qui ne coïncide plus alors avec ceux occupés par le micromètre.

On peut résumer ainsi tous ces énoncés relatifs aux résonateurs à coupure :

*Dans un résonateur à coupure, la coupure joue le rôle que jouait le micromètre dans le résonateur complet.*

Et cela tant pour les positions d'extinction que pour les positions des sections nodales et ventrales.

Tout ce que l'on a dit du micromètre dans le cas du résonateur complet peut se dire de la coupure dans le cas du résonateur coupé.

III. — INFLUENCE DE LA COUPURE SUR LA LONGUEUR D'ONDE D'UN RÉSONATEUR. — On a comparé les mesures fournies par l'étude d'un résonateur complet et d'un résonateur à coupure de même rayon; on trouve que :

*La différence entre la demi-longueur d'onde d'un résonateur complet, et la demi-longueur d'onde d'un résonateur à coupure de même rayon, est sensiblement égale à la longueur de la coupure*

$$\lambda - \lambda_c = 2c.$$

Comme on le voit, l'exactitude de cette règle est d'autant plus grande que l'on a affaire à des résonateurs plus identiques, — c'est ainsi que la comparaison des résultats relatifs aux résonateurs B, B' et B'' donne pour une coupure de 22 centimètres une différence de longueurs d'ondes de 28 centimètres, mais il est à remarquer que la coupure de B'

est munie de bornes serre-fils, et que l'influence des micromètres (qui correspond à une longueur utile des résonateurs fort grande) peut n'être pas la même pour B, B' et B'.

Les résultats sont bien plus approchés qui se rapportent aux mesures faites avec le résonateur  $\delta$ , constitué par une série d'arcs unis par des bagues.

IV. — COMPARAISON DES LONGUEURS D'ONDES DE DEUX RÉSONATEURS DE LONGUEURS DIFFÉRENTES. — On est frappé quand on compare la demi-longueur d'onde d'un résonateur et son développement de la grande différence qui existe entre ces deux nombres, alors qu'on admet en général l'égalité de ces deux nombres.

En réalité, la présence du micromètre introduit une perturbation notable, si bien que quelque simple qu'on la constitue, le micromètre tient la place d'une longueur utile de résonateur fort grande, et cela semble devoir être surtout attribué au pas de vis micrométrique impossible à supprimer, comme il ressort de mesures faites avec un même résonateur et un même micromètre à vis, aussi petite que possible et sans tête, et avec une vis de plusieurs centimètres et à large tête.

Mais si au lieu de comparer la longueur d'onde décelée par un résonateur à sa longueur, on compare entre elles les longueurs d'ondes de deux résonateurs et les longueurs de ces résonateurs, on peut assez sensiblement énoncer la loi suivante :

*La différence entre les demi-longueurs d'onde relatives à deux résonateurs est sensiblement égale à la différence de leurs longueurs*

$$\lambda - \lambda' = 2(L - L').$$

Pour peu que l'on ait eu soin de munir les deux résonateurs de micromètres aussi identiques que possible, l'élimination de la perturbation apportée par les micromètres se fait par la soustraction des mesures obtenues.

## MESURES

## 1° Résonateurs complets.

POSITIONS			V	N	V	N	V	$\lambda$	L
B	I,	0°	1,23	2,51	3,75	4,98	6	4,90	1,95
	II,	0°	»	1,25	2,49	3,78	5,02	»	»
	»	90°	»	1,30	2,50	3,76	4,97	»	»
	»	180°	»	1,22	2,52	3,72	4,98	4,97	»
	»	270°	»	1,28	2,51	3,75	5	»	»
	III,	0°	»	1,25	2,52	3,75	5,03	5	»
B'	I,	0°	1,25	2,50	3,75	5	»	5	2
	II,	0°	»	1,24	2,48	3,77	4,97	5,02	»
a	I,	0°	1,50	»	4,30	»	»	»	»
	II,	0°	»	»	2,90	4,30	5,70	5,60	2,50
b	I,	0°	1,15	2,32	3,45	4,60	5,73	»	»
	II,	0°	»	»	2,30	»	4,60	4,60	2
	III,	0°	»	1,15	2,30	3,43	4,60	»	»
$\delta$	I,	0°	1,86	»	3,50	»	5,10	3,20	1,25

## 2° Résonateurs à coupures.

POSITIONS			V	N	V	N	V	$\lambda$	L	C
B'	I,	0°	1,10	2,33	3,30	4,41	5,50	4,40	1,70	0,22
$\delta_1'$	I,	0°	2,60	»	4,05	»	5,50	2,90	1,10	0,15
$\delta_2'$	I,	0°	2,75	»	4,10	»	5,40	2,60	0,93	0,32

### Remarques touchant les lois du résonateur hertzien établies par M. Turpain;

Par M. P. DUHEM.

Malgré la netteté et la simplicité des lois établies par M. Turpain, il serait, je crois, téméraire d'en vouloir donner, dès maintenant, une explication théorique complète. Il nous semble toutefois que plusieurs de ces lois viennent se grouper de la manière la plus nette autour de l'interprétation du rôle du résonateur hertzien que nous avons développée en 1895 dans notre enseignement, et brièvement indiquée dans une

note parue à l'*Éclairage électrique*. Développant une théorie qui est la généralisation de la théorie de Helmholtz, nous admettions dans les conducteurs l'existence simultanée de flux longitudinaux et de flux transversaux; nous montrions que l'équation aux dérivées partielles, assez compliquée, qui régit les premiers, se réduit, pour les conducteurs parfaits, à l'équation des petits mouvements; que, pour des oscillations dont la fréquence ne dépasse pas celle des oscillations hertziennes, tous les conducteurs peuvent être regardés comme des conducteurs parfaits; et nous ajoutions :

« DANS LES EXPÉRIENCES HERTZIENNES, LES CORPS CONDUCTEURS NOUS PARAISSENT AGIR SURTOUT PAR LES FLUX LONGITUDINAUX QUI LES TRAVERSENT. »

« Il nous semble, en particulier, que l'état électrique d'un fil métallique de faible section soit assimilable à l'état vibratoire d'un tuyau sonore dans l'hypothèse des tranches. » C'est ainsi que, dans notre enseignement, nous avons donné, du *pont* employé tout d'abord par M. Blondlot, et dont M. Turpain fait usage dans la présente étude, une théorie analogue à celle du trombone à coulisse.

» Si le fil est isolé à une extrémité, cette extrémité est sensiblement un nœud pour les flux longitudinaux; cette extrémité est analogue à l'extrémité close d'un tuyau fermé. »

Prenons, par exemple, un fil de longueur  $L$ , dont  $A$  et  $B$  sont les deux extrémités; l'oscillation électrique longitudinale *propre*, la plus grave qu'il puisse présenter, est celle qui a pour nœuds les deux points  $A$  et  $B$ , et pour longueur d'onde, dans le métal,  $2L$ . Sa période  $T$  est donnée par l'équation

$$\mathcal{C}T = 2L,$$

où  $\mathcal{C}$  est la vitesse de propagation des flux longitudinaux dans les conducteurs parfaits.

Placé dans un milieu diélectrique, siège de flux périodiques, transversaux par exemple, de période  $T$ , ce résonateur

vibrera ; toutes choses égales d'ailleurs, c'est-à-dire pour une position relative donnée du résonateur et des conducteurs (fils,...) qui déterminent la forme du champ, pour obtenir la résonance la plus intense, on devra, selon les lois connues de la résonance, faire coïncider une *section ventrale* du milieu avec un *nœud* de la vibration propre du résonateur.

Si l'on applique ce qui vient d'être dit au résonateur type Sarrazin-de La Rive employé par M. Turpain, on voit que l'on arrive à la loi suivante :

*Si l'on fait glisser le résonateur, orienté d'une manière quelconque, parallèlement aux fils qui concentrent le champ, la résonance la plus intense a lieu lorsque le MICROMÈTRE se place dans une section ventrale du champ.*

La vérification de cette loi par M. Turpain est un précieux contrôle de la théorie proposée.

Pour rendre compte de la résonance d'un *résonateur coupé*, il faut supposer que la vibration longitudinale propre que la résonance excite est celle qui a pour nœuds les extrémités de la coupure, *le reste du résonateur étant traité comme un résonateur ininterrompu*, ce qui doit être sensiblement vrai lorsque les étincelles éclatent au micromètre. Un résonateur de longueur totale  $L$ , dont la coupure a une longueur  $c$ , et dont la longueur conductrice réelle  $a$ , dès lors, pour valeur  $(L - c)$ , donnera des vibrations longitudinales propres dont la période  $T'$  sera donnée par la relation

$$cT' = 2(L - c).$$

On voit que, *si la coupure  $c$  est de petites dimensions, les conditions de fonctionnement d'un résonateur coupé de longueur totale  $L$  seront exactement celles d'un résonateur non coupé de longueur  $(L - c)$ , pourvu que l'on place toujours la coupure du premier où l'on placerait le micromètre du second.*

La vérification si complète de cette loi par M. Turpain nous

semble encore une confirmation remarquable de l'interprétation donnée du rôle du résonateur hertzien.

Admettons ce rôle comme démontré. Nous fondant sur cette loi observée par MM. Sarrazin et de La Rive : *la longueur d'un internœud trouvé dans l'éther (pratiquement, dans l'air) avec un résonateur donné est sensiblement égale à la longueur du résonateur*, nous avons établi la proposition suivante :

*La vitesse de propagation des flux transversaux dans l'éther est égale à la vitesse de propagation des flux longitudinaux dans les conducteurs parfaits.*

Mais la loi expérimentale dont nous avons fait usage pour établir cette proposition n'était vérifiée que d'une manière très grossière par les expériences de MM. Sarrazin et de La Rive. Il était permis de supposer que les écarts devaient être attribués à ce que l'hypothèse des tranches, sensiblement vraie le long du résonateur, ne l'était plus au voisinage du micromètre. M. Turpain est parvenu à obtenir, de la loi invoquée par nous, une vérification indépendante de ces *perturbations aux extrémités*, en comparant la *différence* des longueurs de deux résonateurs, de micromètres identiques, à la *différence* des longueurs des internœuds, mesurées par ces deux instruments. L'égalité de ces deux différences met hors de doute la loi que nous avons invoquée.

### **Sur l'oxydase du « *Botrytis cinerea* »;**

Par M. J. LABORDE.

J'ai montré précédemment que le *Botrytis cinerea*, vivant en parasite sur le raisin, sécrète une diastase oxydante, une oxydase, que l'on trouve dans le moût de raisin et dans le vin après fermentation de ce moût; c'est elle qui provoque ensuite la casse du vin exposé à l'air. A ce fait se rattachent

diverses questions qui ne sont pas sans quelque intérêt pour la pratique. On peut chercher :

1° Comment varie la sécrétion d'oxydase pendant la vie de la moisissure;

2° Quelles sont les influences qui peuvent détruire l'oxydase, avant et pendant la fermentation du moût;

3° Quelle est l'action sur le vin rouge d'une quantité connue d'oxydase;

4° Quels sont les procédés à employer pour éviter les effets de l'oxydase contenue dans le vin.

Cette dernière question ayant été traitée par divers auteurs, je m'occuperai seulement des trois autres.

Pour répondre à ces différentes questions, il faut rechercher d'abord une méthode de dosage de l'oxydase, c'est-à-dire qu'il faut pouvoir mesurer les effets de quantités variables d'oxydase. La méthode de dosage à laquelle je me suis arrêté est une méthode colorimétrique basée sur la coloration que l'on obtient avec la teinture de gaïac. Comme terme de comparaison, j'ai pris la couleur bleue identique à la précédente que donne l'action de l'iode sur la même teinture.

L'intensité de coloration prise pour unité est obtenue de la manière suivante : On prend 0<sup>cc</sup>,5 d'une liqueur alcoolique d'iode à 1 0/00 que l'on introduit dans un tube jaugé à 20 centimètres cubes, on ajoute 8 centimètres cubes d'alcool absolu, et l'on complète à 20 centimètres cubes, après avoir ajouté une quantité de teinture de gaïac déterminée d'avance. Pour cela on emploie une solution de résine de gaïac assez concentrée, et l'on en prend un volume tel qu'avec la quantité d'iode employée, on obtienne une coloration bleue d'intensité maxima; on y arrive facilement après quelques tâtonnements qui montrent que le volume suffisant ne doit pas être dépassé.

L'unité d'oxydase sera la quantité de cette diastase qui donnera avec la même quantité de teinture de gaïac, dans le même volume de liquide alcoolique, une coloration d'intensité égale à l'intensité prise pour unité, au bout d'un quart d'heure

d'exposition à l'air. Comme toutes les actions diastasiques, celle de l'oxydase est progressive; la coloration bleue augmente pendant un certain temps pour décroître ensuite. L'action de l'Iode sur la résine de gaïac est, au contraire, instantanée, mais la coloration ne conserve son intensité maxima que pendant un temps assez court; on ne doit donc préparer le mélange qu'au moment précis de s'en servir.

Pour doser l'oxydase contenue dans un liquide, on en prendra un volume tel qu'après l'avoir étendu à 20 centimètres cubes avec la teinture de gaïac et l'alcool, on obtienne, dans les conditions indiquées, une coloration dont l'intensité doit être autant que possible voisine de l'intensité type. La comparaison des deux intensités se fait au colorimètre Dubosc qui donne leur rapport avec beaucoup de précision.

Si, par exemple, 2 centimètres cubes d'un liquide diastasi-fère donnent une coloration qui est les 8/10<sup>es</sup> de la coloration type, nous dirons que le liquide primitif contient 8 unités d'oxydase, puisqu'il a été étendu de dix fois son volume pour donner la teinte mesurée. Inutile de dire que l'on ne peut employer pour ces essais des liquides de culture trop colorés, comme le vin rouge, par exemple.

C'est avec cette méthode de dosage de l'oxydase que j'ai pu obtenir les résultats qui vont suivre.

Quand on ensemente avec du *Botrytis cinerea* pur des raisins blancs stérilisés, on voit leur pellicule brunir complètement au bout de trois à quatre jours, et des fructifications aériennes commencer à paraître à la surface de cette pellicule. On trouve qu'à cet état de développement, le champignon a déjà produit dans le jus du raisin une quantité d'oxydase assez importante, car elle se chiffre par 3 unités environ. Au bout d'une semaine, lorsque les raisins sont couverts des fructifications abondantes que l'on connaît, la proportion de diastase sécrétée est de 5 à 6 unités. En prolongeant l'action de la moisissure, cette proportion peut augmenter considérablement et atteindre un chiffre au moins cinq fois plus fort.



En cultivant le *Botrytis* sur du moût de raisin stérilisé, on trouve des résultats identiques, et on observe que la quantité d'oxydase qui existe dans ce moût après la combustion d'une quantité déterminée de sucre, est d'autant plus grande que l'aération du moût a été plus ménagée. Par conséquent, dans la nature, où le jus du raisin est à l'abri de l'air, les conditions sont très favorables pour la conservation de l'oxydase sécrétée par la moisissure.

On peut d'ailleurs vérifier qu'un liquide diastasifère exposé à l'air s'affaiblit en oxydase assez rapidement. Ainsi le titre primitif d'une solution de ce genre étant 5,5, après deux jours de conservation dans un vase à moitié plein, cette solution ne marquait plus que 3,5 unités; après quatre jours, son titre était tombé à 2,8 unités, etc.; toute activité finit par disparaître après une exposition suffisante à l'air, et d'autant plus vite que l'aération est plus énergique.

La chaleur, comme on sait, détruit l'oxydase; j'ai indiqué précédemment qu'il faut porter les liquides diastasifères acides jusqu'aux environs de 85°, pour qu'après refroidissement, l'oxydase ait perdu complètement ses propriétés. En chauffant à des températures croissantes un vin blanc contenant primitivement 5 unités d'oxydase, on a trouvé les chiffres suivants représentant les quantités d'oxydase non détruites :

Températures.....	60°	65°	70°	75°	80°	85°
Quantité d'oxydase.	2.30	1.15	0.92	0.75	0.45	néant.

On voit qu'à 80° il reste encore dans le vin une quantité d'oxydase assez importante; cependant l'action sur la couleur du vin rouge de cette oxydase chauffée est moins énergique que celle d'une quantité correspondante d'oxydase fraîche.

Dans la deuxième question, on peut se demander quelle est la proportion d'oxydase qui disparaît pendant la fermentation, et si la variété de levure ou les microbes qui se développent dans la cuve de vendange ont une influence sur cette disparition.

En faisant fermenter un moût de raisin contenant 13 unités d'oxydase avec des levures de variétés différentes, les unes pures, les autres mélangées de bactéries vivant dans le vin, on a trouvé que :

1° La quantité d'oxydase qui reste après la fermentation est toujours plus faible que la quantité initiale ;

2° Cette quantité restante est plus grande avec les levures plus actives qu'avec les levures moins actives ; ainsi, avec le moût précédent, la quantité d'oxydase restante était de 6 unités avec les premières et de 4,5 avec les dernières. La durée de la fermentation avait été de dix jours dans le premier cas et de quinze dans le second ;

3° Les ferments de maladie du vin qui se développent en même temps que les levures ne paraissent pas avoir d'influence sur l'oxydase ; on trouve en effet les mêmes résultats qu'avec les levures pures. Ces microbes s'étaient d'ailleurs développés abondamment, car dans un essai l'acidité volatile produite était de 2<sup>gr</sup>,5 par litre, et dans un autre de 3<sup>gr</sup>,2.

Les conditions physiques de la fermentation dans ces expériences étaient voisines de celles de la fermentation des vins blancs ; le moût étant contenu dans des bouteilles préalablement stérilisées, fermées par un tampon de coton et par un bouchon peu serré.

Pour se rapprocher des conditions de la fermentation des vins rouges, on a fait fermenter, par les levures actives précédentes, des raisins moisies par le Botrytis en culture pure, le moût et le marc étant mélangés. Dans ce cas la proportion d'oxydase disparue a été très faible ; on a trouvé qu'il en restait dans le vin 4 unités alors que le moût en contenait 5,5.

De sorte que, dans la fermentation en cuve, les causes de destruction de l'oxydase sont très réduites, parce que l'aération du moût est faible grâce à la formation du chapeau, et que la fermentation est rapide.

Dans ces mêmes conditions, il y a encore à considérer que la moisissure développée sur les raisins ayant macéré dans

le liquide en fermentation, une certaine quantité d'oxydase, qui n'existait pas dans le moût, s'y est diffusée des cellules du champignon.

Les effets de l'oxydase sont, comme on sait, beaucoup plus dangereux et plus difficiles à éviter pour le vin rouge que pour le vin blanc, et les résultats qui précèdent auront plus d'intérêt si on connaît les effets d'une quantité déterminée d'oxydase, de la quantité prise pour unité par exemple.

En mélangeant à un vin rouge stérilisé des volumes d'une solution diastasifère de richesse connue, tels que l'on ait dans le vin 1, 0,5, 0,25 unité d'oxydase, et en exposant ensuite ce vin à l'air pendant un temps suffisant, on a trouvé que la quantité de matière colorante précipitée était sensiblement proportionnelle à la quantité d'oxydase, soit :

0<sup>gr</sup>95 pour le 1<sup>er</sup> essai; 0<sup>gr</sup>45 pour le 2<sup>e</sup> et 0<sup>gr</sup>18 pour le 3<sup>e</sup>.

Par conséquent la quantité de matière colorante précipitée dans le vin rouge par l'unité d'oxydase est voisine de 1 gramme par litre. Mais l'action de l'oxydase ne se borne pas là; la couleur qui reste dans le vin est complètement jaunie, ce vin peut être considéré comme perdu. Un vin qui ne contient que 0,5 unité d'oxydase reste encore rouge après l'action de l'air et après clarification, mais sa couleur est considérablement vieillie.

D'après les résultats qui précèdent, il est facile de juger combien sont dangereux les effets du Botrytis qui a envahi une récolte. Si au moment des vendanges on a un tiers de la récolte même très peu moisie, il peut exister dans le vin une quantité d'oxydase assez grande pour le faire casser presque complètement après une aération suffisante. A ce degré le mal est encore relativement faible, il arrive souvent qu'on récolte des vins contenant des quantités beaucoup plus grandes d'oxydase. L'action de l'air sur ces vins a d'ailleurs fait l'objet d'une communication précédente.

## Description cristallographique du plato-oxalo-nitrite de potassium;

Par M. GOGUEL.

M. Vèzes, qui a préparé ce sel nouveau, lui attribue la formule :



il en a déjà donné une brève description dans une note précédente (*Comptes rendus*, t. CXXV, p. 525) et se réserve d'en donner l'étude complète dans un prochain mémoire.

C'est au point de vue cristallographique que j'ai été prié par lui d'étudier ce sel dont je puis donner la description suivante :

Le plato-oxalo-nitrite de potassium, dans l'échantillon qui m'a été soumis, se présente sous la forme de cristaux monocliniques, jaune citron, transparents, brillants et à faces nettes; ils sont allongés suivant la zone  $h^1$  (100),  $g^1$  (010) et aplatis suivant  $g^1$  (010). Ils présentent les faces  $g^1$  (010) dominante,  $m$  (110),  $p$  (001),  $e^1$  (011),  $a^1$  ( $\bar{1}01$ ). Leurs dimensions vont jusqu'à 3 à 4 millimètres de longueur, 2 millimètres de largeur et 1/2 millimètre d'épaisseur environ. Leur mesure nous a conduit aux résultats suivants :

### ANGLES DES NORMALES

ANGLES		MESURÉS	CALCULÉS
[ $mg^1$	(110) (010)	66° 2'	(fond.)
[ $mm$	( $\bar{1}10$ ) (110)	47° 56'	47° 56'
[ $g^1e^1$	(010) (011)	70° 6' 10"	70° 14'
[ $e^1p$	(011) (001)	19° 54' 55"	19° 46'
[ $g^1p$	(010) (001)	90° 1' 5"	90°
[ $me^1$	(110) (011)	63° 27' 45"	63° 27' 25"
[ $e^1a^1$	(011) ( $\bar{1}01$ )	50° 51' 50"	(fond.)
[ $a^1m$ adj.	( $\bar{1}01$ ) (110)	65° 41' 15"	(fond.)
[ $pa^1$	(001) ( $\bar{1}01$ )	47° 52' 51"	(fond.)
[ $ph^1$	(001) (100)	»	68° 20' 9"

Ces mesures conduisent aux paramètres :

$$a : b : c = 0,4131 : 1 : 0,3340,$$

$$\beta = 111^{\circ}39'51''.$$

Si on examine les propriétés optiques dans le plan  $g'$ , on constate que le plan des axes optiques est perpendiculaire à  $g'$ , faisant un angle de  $25^{\circ}$  environ avec la direction  $h'g'$  dans l'angle  $ph'$  obtus. Ces axes sont très écartés, leur bissectrice aiguë paraît être dans  $g'$ .

*Séance du 3 février 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

---

M. Soum, professeur au Lycée de Bordeaux, est nommé membre titulaire de la Société.

### **Sur les déformations permanentes des fils métalliques;**

Par M. LENOBLE.

Quand on soumet un fil métallique, maintenu à température constante, à l'action d'une charge insuffisante pour produire la rupture, le fil subit un certain allongement. Si on supprime la charge, le fil se raccourcit, mais jamais (dans les conditions ordinaires) il ne reprend sa longueur initiale; il reste déformé, même si l'action de la charge n'a duré qu'un très court instant.

Pour étudier les lois de ces déformations, je me suis astreint à faire agir les charges dans des conditions spéciales; par exemple : le fil étant soumis à l'action d'une charge suffisante pour le tendre, j'ai fait agir une série de charges supplémentaires, allant successivement en croissant, puis en diminuant et comprises entre deux limites, l'une inférieure, égale, je suppose, à  $T_0$ , l'autre supérieure, égale à  $T_1$ .

Sitôt après l'établissement de chaque charge, la longueur du fil était exactement déterminée à l'aide d'un cathétomètre; la température était maintenue constante, pendant toute la durée des observations. Dans ces conditions, voici ce que j'ai observé :

Quand la charge passe de  $T_0$  à  $T_1$ , la longueur du fil croît de  $L_0$  à  $L_1$ , mais d'une manière inégale, de telle sorte que le point figuratif parcourt une ligne courbe tournant sa convexité vers l'axe des  $x$  et montant de gauche à droite.

La charge revenant de  $T_1$  à  $T_0$ , la longueur du fil diminue de  $L_1$  jusqu'à  $L'_0$ ,  $L'_0$  étant plus grand que  $L_0$ ; cette deuxième ligne présente donc une courbure moins forte que la première.

En faisant ensuite repasser la charge de  $T_0$  à  $T_1$ , la longueur du fil croît de nouveau, de  $L'_0$  à une autre longueur  $L'_1$ , plus grande que  $L_1$ ; la nouvelle ligne montante, parcourue par le point figuratif, coupe la ligne descendante, vers la gauche, et forme avec elle une boucle.

En continuant à faire osciller les charges entre  $T_0$  et  $T_1$ , on observe que le même phénomène se reproduit, et que la longueur des boucles va en augmentant, tandis que les allongements des longueurs  $L_0$  et  $L_1$  vont en diminuant.

On tend ainsi vers une limite qu'on atteint au bout d'un nombre variable d'oscillations. A cet instant, le point figuratif parcourt, en descendant et en montant, deux lignes qui ne se coupent plus; on a réalisé un cycle fermé : une nouvelle oscillation, entre  $T_0$  et  $T_1$ , ne modifie pas le cycle obtenu.

Mais, si alors on donne à la charge une valeur  $T_2$ , supérieure à  $T_1$ , puis qu'on recommence à osciller entre  $T_1$  et  $T_2$ , le même phénomène se reproduit, mais en sens inverse : le fil se raccourcit peu à peu. Le point figuratif parcourt des lignes qui se coupent, comme précédemment, en formant des boucles, dont la grandeur va sans cesse en croissant, jusqu'à ce qu'on réalise un cycle fermé différent, par sa position, du cycle précédemment obtenu.

Ce phénomène s'observe nettement avec les métaux mous, comme le cuivre recuit et l'argent; avec les métaux durs, l'acier trempé, par exemple, le point figuratif parcourt des lignes montantes et descendantes qui se confondent fréquemment, mais qui se relèvent lentement jusqu'à atteindre un état stable, le cycle fermé, lequel se réduit sensiblement à une ligne droite. Le cycle fermé, de retour, est également peu ouvert et constamment situé plus haut que le premier cycle; dans une de mes expériences, sur l'acier trempé (8 septembre 1897), les deux cycles étaient presque parallèles et différaient, entre eux, de 0,0001 de la longueur du fil.

Fréquemment aussi, j'ai observé que la ligne montante coupe en plus d'un point la ligne descendante; ce qui produit plusieurs boucles, au lieu d'une seule.

Maintenant, le cycle de retour étant atteint, si on charge de nouveau à  $T_1$ , et si on oscille ensuite entre  $T_1$  et  $T_2$ , on réalise un nouveau cycle limite différant du précédent. Une troisième opération semblable fournit un troisième cycle limite, etc....

Tous ces cycles tendent vers un cycle *limite des limites*, qu'on atteint, assez rapidement, avec l'acier, le cuivre et le platine.

EXEMPLE. — (*Expérience du 25 septembre 1897.*) — Cuivre tréfilé de 3/10<sup>e</sup> de millimètre de diamètre, se rompant à 4 kilog. 550.

On lui donne une charge initiale de 1 kilog., on oscille entre 1 kilog. et 3 kilog. et on charge à 3 kilog. 500.

La longueur initiale = 599<sup>mm</sup>, 888.

Voici les valeurs de  $\lambda$  pour les différents cycles observés :

$$\lambda = \frac{L - L_0}{L_0},$$

$\alpha$  est le cycle obtenu avant la surcharge.

A, B, C, D, etc., sont les cycles limites successifs.

Les mesures sont rapportées à la longueur du fil, prise sous la charge de 1 kilog., le premier cycle  $\alpha$  étant réalisé.

CHARGES	CYCLES				
	$\alpha$	A	B	C	D
1 <sup>k</sup>	0,00000	0,00016	0,00024	0,00026	0,00028
1 <sup>k</sup> 500	0,00034	0,00052	0,00058	0,00060	0,00060
2 <sup>k</sup>	0,00070	0,00085	0,00091	0,00095	0,00093
2 <sup>k</sup> 500	0,00105	0,00117	0,00125	0,00131	0,00129
3 <sup>k</sup>	0,00139	0,00155	0,00161	0,00167	0,00165

Pour connaître l'influence relative de la surcharge et celle des charges oscillatoires, il fallait varier les expériences. C'est ce que j'ai fait, en opérant avec le platine.

Je donne, ci-après, les résultats de mes essais :

Fil de platine de 3/10<sup>e</sup> de millimètre de diamètre se rompant à 4000 grammes.

EXPÉRIENCE I. — Charge initiale = 500 grammes.

Oscillations entre 500 et 2500 grammes.

Surcharge = 3000 grammes.

Charges successives employées : 500, 1000, 1500, 2000 et 2500 grammes.

Le premier cycle ( $\alpha$ ) est réalisé après dix-neuf oscillations doubles, les cycles A, B et C sont obtenus, chacun après cinq oscillations.

Les valeurs de  $\lambda$  sont les suivantes :

CHARGES	CYCLES			
	$\alpha$	A	B	C
500 gr.	0,00000	0,00015	0,00012	0,00016
1000 —	0,00039	0,00055	0,00056	0,00058
1500 —	0,00073	0,00088	0,00090	0,00092
2000 —	0,00113	0,00127	0,00126	0,00132
2500 —	0,00150	0,00164	0,00166	0,00172



Des essais du même genre ont été réalisés avec des fils de platine, semblables au précédent, mais en faisant varier, soit les charges oscillatoires, soit les surcharges.

### RÉSULTATS.

EXPÉRIENCE II. — Charge initiale = 500 grammes.

Oscillations entre 500 et 1500 grammes.

Surcharge = 3000 grammes.

Cinq ou six oscillations doubles suffisent pour obtenir tous les cycles.

CHARGES	CYCLES		
	$\alpha$	A	B
500 gr.	0,00000	0,00050	0,00048
750 —	0,00018	0,00066	0,00068
1000 —	0,00040	0,00083	0,00085
1250 —	0,00056	0,00103	0,00105
1500 —	0,00078	0,00119	0,00121

EXPÉRIENCE III. — Charge initiale = 500 grammes.

Oscillations entre 500 et 1500 grammes.

Surcharge = 2000 grammes.

CHARGES	CYCLES		
	$\alpha$	A	B
500 gr.	0,00000	0,00007	0,00007
750 —	0,00019	0,00029	0,00031
1000 —	0,00039	0,00049	0,00049
1250 —	0,00061	0,00069	0,00070
1500 —	0,00081	0,00089	0,00091

EXPÉRIENCE IV. — Charge initiale = 500 grammes.  
 Oscillations entre 500 et 1500 grammes.  
 Surcharge = 1900 grammes.

CHARGES	CYCLES			
	$\alpha$	A	B	C
500 gr.	0,00000	0,00006	0,00008	0,00007
750 —	0,00021	0,00026	0,00028	0,00027
1000 —	0,00039	0,00047	0,00048	0,00047
1250 —	0,00058	0,00064	0,00067	0,00066
1500 —	0,00079	0,00085	0,00088	0,00087

EXPÉRIENCE V. — Charge initiale = 500 grammes.  
 Oscillations entre 500 et 1500 grammes.  
 Surcharge = 2100 grammes.

CHARGES	CYCLES			
	$\alpha$	A	B	C
500 gr.	0,00000	0,00008	0,00010	0,00010
750 —	0,00021	0,00031	0,00032	0,00032
1000 —	0,00042	0,00050	0,00050	0,00054
1250 —	0,00061	0,00068	0,00072	0,00072
1500 —	0,00082	0,00089	0,00092	0,00092

Cycles limite-des-limites des cinq expériences.

CHARGES	I	CHARGES	II	III	IV	V
500 gr.	0,00016	500 gr.	0,00049	0,00007	0,000075	0,00010
1000 —	0,00058	750 —	0,00067	0,00030	0,000275	0,00032
1500 —	0,00092	1000 —	0,00084	0,00049	0,000475	0,00052
2000 —	0,00132	1250 —	0,00104	0,000695	0,000665	0,00072
2500 —	0,00172	1500 —	0,00120	0,00090	0,000875	0,00092

## CONCLUSIONS.

1° Les expériences I et II, faites avec la même surcharge et des charges oscillatoires comprises entre 500 et 2500 grammes pour la première, 500 et 1500 grammes pour la seconde, nous montrent que les cycles limite-des-limites diffèrent sensiblement entre eux; le second est situé plus haut que le premier.

2° Les expériences II et III, dans lesquelles les oscillations ont été faites dans les mêmes conditions, mais où les surcharges ont été différentes, 3000 grammes dans le premier cas, 2000 dans le second, nous indiquent l'influence de cette surcharge, qui relève notablement le cycle limite, quand elle croît.

3° Les expériences IV, III et V ont été faites avec les mêmes oscillations de 500 à 1500 grammes; les surcharges ont été très voisines les unes des autres et égales :

Dans l'expérience IV à 1900 grammes;

Dans l'expérience III à 2000 —

Dans l'expérience V à 2100 —

Nous observons que les trois cycles limite-des-limites se trouvent au-dessus les uns des autres suivant l'ordre des surcharges, mais qu'ils diffèrent peu l'un de l'autre; celui de la quatrième expérience se confond même sensiblement avec celui de la troisième.

**Sur l'interprétation géométrique de quelques formules relatives au mouvement d'un corps solide;**

Par M. W. DE TANNENBERG.

On sait que le mouvement d'un solide est complètement déterminé quand on connaît les expressions en fonction du

temps  $t$  des paramètres  $u_1, u_2, \dots, u_n$  (où  $n \leq 6$ ) qui fixent la position de ce solide. Supposons ces expressions données

$$(1) \quad u_i = \varphi_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

et soient :

$Ox, Oy, Oz$  trois axes invariablement liés au corps ;

$a, b, c$  les projections sur ces axes de la vitesse du point  $O$  ;

$p, q, r$  les projections sur ces axes du segment  $\omega$  qui représente la rotation du solide par rapport à des axes de direction fixe passant par  $O$ .

Les expressions de  $a, b, c, p, q, r$  ont, comme on sait, la forme donnée par

$$(2) \quad \begin{cases} a \, dt = \sum_i a_i \, du_i, & p \, dt = \sum_i p_i \, du_i, \\ b \, dt = \sum_i b_i \, du_i, & q \, dt = \sum_i q_i \, du_i, \\ c \, dt = \sum_i c_i \, du_i, & r \, dt = \sum_i r_i \, du_i, \end{cases}$$

où les coefficients  $a_i, b_i, c_i, p_i, q_i, r_i$  sont des fonctions de  $u_1, \dots, u_n$ , qui ne dépendent nullement de la nature particulière des fonctions  $\varphi_i(t)$ .

Il est à remarquer que ces  $6n$  fonctions de  $u_1, \dots, u_n$ , ne peuvent se confondre avec  $6n$  fonctions choisies arbitrairement, car il existe entre elles et leurs dérivées du premier ordre un grand nombre de relations. Je me propose de donner une démonstration de ces relations, qui met bien en évidence leur interprétation géométrique et qui a l'avantage en outre d'être plus simple que la méthode employée ordinairement.

Considérons la position du solide, qui correspond à un système quelconque de valeurs de  $u_1, \dots, u_n$  et supposons qu'on imprime au solide successivement le mouvement défini par les équations (1) et celui défini par les équations (3)

$$(3) \quad u_i = \psi_i(\theta) \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Soient :

$M$  un point déterminé du solide ;

$x, y, z$  ses coordonnées par rapport aux axes mobiles  $Ox, Oy, Oz$ ;

$x_1, y_1, z_1$  ses coordonnées par rapport aux axes fixes  $O_1x_1, O_1y_1, O_1z_1$ ;

$V_d$  le segment qui représente la différentielle géométrique du rayon vecteur  $O_1M$ , prise par rapport à  $t$ ;

$V_\delta$  le segment analogue pour le second mouvement.

Les projections de  $V_d$  et  $V_\delta$  sur les axes fixes sont :

$$\begin{array}{cccc} V_d & dx_1 & dy_1 & dz_1 \\ V_\delta & \delta x_1 & \delta y_1 & \delta z_1. \end{array}$$

Ceci posé, les équations évidentes

$$d\delta x_1 = \delta dx_1, \quad d\delta y_1 = \delta dy_1, \quad d\delta z_1 = \delta dz_1,$$

que l'on peut exprimer par l'égalité géométrique

$$(4) \quad \overline{\delta V_d} - \overline{dV_\delta} = 0 \quad (1)$$

vont nous fournir les relations cherchées.

En effet, les projections de  $V_d$  et  $V_\delta$  sur les axes mobiles sont :

$$\begin{array}{lll} a_d + q_d z - r_d y, & b_d + r_d x - p_d z, & c_d + p_d y - q_d x, \quad (V_d) \\ a_\delta + q_\delta z - r_\delta y, & b_\delta + r_\delta x - p_\delta z, & c_\delta + p_\delta y - q_\delta x, \quad (V_\delta) \end{array}$$

où nous avons posé :

$$\alpha_d = \alpha dt, \quad \alpha_\delta = \alpha \delta t.$$

L'équipollence (4) donne donc l'équation, relative à  $Ox$

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta(a_d + q_d z - r_d y) + q_\delta(c_d + p_d y - q_d x) - r_\delta(b_d + r_d x - p_d z) \\ = d(a_\delta + q_\delta z - r_\delta y) + q_d(c_\delta + p_\delta y - q_\delta x) - r_d(b_\delta + r_\delta x - p_\delta z) \end{array} \right.$$

et deux autres analogues relatives à  $Oy$  et  $Oz$ .

Faisons d'abord

$$x = y = z = 0,$$

nous obtenons

$$\delta a_d + q_\delta c_d - r_\delta b_d = d a_\delta + q_d c_\delta - r_d b_\delta, \quad (A)$$

(1) Voir *Cours autographié de Mécanique analytique*, par M. W. de Tannenberg.

et de même

$$\delta b_a + r_\delta a_a - p_\delta c_a = \delta b_\delta + r_a a_\delta - p_a c_\delta, \quad (B)$$

$$\delta c_a + p_\delta b_a - q_\delta a_a = \delta c_\delta + p_a b_\delta - q_a a_\delta. \quad (C)$$

Si on suppose que M coïncide avec le point

$$x = 0, \quad y = 1, \quad z = 0,$$

on trouve

$$\delta r_a - \delta r_\delta + p_\delta q_a - p_a q_\delta = 0 \quad (R)$$

et de même

$$\delta p_a - \delta p_\delta + q_\delta r_a - q_a r_\delta = 0, \quad (P)$$

$$\delta q_a - \delta q_\delta + r_\delta p_a - r_a p_\delta = 0. \quad (Q)$$

Comme les deux mouvements considérés sont arbitraires, on voit aisément que chacune des relations A, B, C, P, Q, R fournit une identité entre deux formes bilinéaires par rapport à  $2n$  variables  $du_i, \delta u_i$ .

L'identification de ces formes, deux à deux, fournit les relations cherchées.

Remarquons que, pour  $n = 2$ , on obtient les six relations bien connues, qui peuvent, comme l'a montré M. Darboux, servir de fondement à la théorie des surfaces.

## Sur la forme de l'espace;

Par M. HADAMARD.

Dans une communication que j'ai faite précédemment à la Société et relative aux fondements de la géométrie, j'ai cru devoir distinguer entre la nature de l'espace en soi et celle des déplacements qu'on peut y effectuer: la définition de ces derniers comportant (du moins si on se place au point de vue purement théorique) un certain degré d'arbitraire, et important seule au point de vue de la question du Postulatum d'Euclide.

Une remarque due à M. Clifford et reprise par M. Klein <sup>(1)</sup>

(1) Conférences sur les Mathématiques faites au Congrès tenu à l'occasion de l'Exposition de Chicago: Conférence XI.

semble mettre en évidence la nécessité d'une pareille distinction, en posant une question relative à la forme même de l'espace.

Soit, dans l'espace conçu à la manière ordinaire, un parallélépipède quelconque.

Imaginons qu'on ne considère plus comme distincts l'un de l'autre deux points tels que la droite qui les joint soit la somme géométrique de segments égaux et parallèles aux arêtes du parallélépipède : autrement dit, considérons ce dernier comme un parallélépipède des périodes.

L'espace  $E'$  ainsi conçu aura les mêmes propriétés *infinitésimales* que l'espace ordinaire  $E$ . Mais les deux espaces se montrent totalement différents lorsqu'on en considère des portions suffisamment étendues.

Le volume de  $E'$  est, en effet, limité, comme celui de l'espace Riemannien. De plus, deux points quelconques peuvent être joints entre eux par une infinité de lignes droites.

L'espace  $E'$  n'est, d'ailleurs, aucunement comparable à l'espace Riemannien. Par exemple, la somme des angles d'un triangle tracé dans l'espace  $E'$  est *rigoureusement* égale à deux droits (seulement trois droites joignant deux à deux, trois points peuvent ne pas déterminer un triangle).

L'espace *réel* a-t-il la forme de l'espace  $E'$  dont je viens de parler? Il importe de remarquer qu'il peut en être ainsi sans que nous en soyons avertis le moins du monde. Les phénomènes que nous observons se passent tous dans un certain domaine limité; et il se pourrait que les propriétés topologiques de l'espace se montrassent, *lorsqu'on sortirait de ce domaine*, conformes à celles de l'espace  $E'$  et non à celles de l'espace  $E$ .

On voit que la question ainsi posée a bien le caractère que je lui assignais en commençant : elle porte sur la nature même de l'espace, *indépendamment des propriétés des déplacements qu'on y peut effectuer*, ce qui, on le sait, n'a pas

lieu pour la question du Postulatum d'Euclide. C'est sur ce point que je désirais principalement attirer l'attention de la Société.

## Sur la courbure dans les espaces à plus de deux dimensions;

Par M. HADAMARD.

La courbure d'un élément linéaire à  $n$  variables, telle qu'elle a été définie par Riemann n'est autre que la courbure, en un point déterminé  $O$  de la surface à deux dimensions formée par les géodésiques de la multiplicité issues du point  $O$  et dont les directions initiales sont dans un même plan (à deux dimensions).

J'ai été obligé, pour étendre aux multiplicités à  $n$  dimensions les recherches que j'ai communiquées précédemment à la Société, de généraliser cette conception et d'étudier la courbure d'une surface *quelconque* engendrée par des géodésiques de l'élément linéaire donné.

Pour nous rendre mieux compte des propriétés de cette courbure, considérons ce qui se passe dans l'espace ordinaire. Alors les surfaces considérées seront les surfaces réglées, dont la courbure est en général négative et *au plus* égale à zéro : par une courbe quelconque et une droite quelconque rencontrant normalement cette courbe, il passe une surface réglée composée de normales à cette courbe et dont la courbure est nulle, et il n'en passe qu'une.

Il est aisé de constater que les choses se présentent d'une manière entièrement analogue dans le cas général.

Soient  $x_1, x_2, \dots, x_n$  les coordonnées d'un point de la multiplicité

$$(1) \quad ds^2 = f(x_1, x_2, \dots, x_n \mid dx_1, dx_2, \dots, dx_n) = \sum_{i,k} f_{ik} dx_i dx_k,$$

l'élément linéaire. Considérons une géodésique variable issue



d'un point A dont les coordonnées sont fonctions d'un paramètre  $u$ , et dépendant elle-même de ce seul paramètre. Un point quelconque M de cette géodésique dépendra de deux variables, la quantité  $u$  et l'arc  $AM = s$ . Entre les dérivées par rapport à cette dernière quantité auront lieu les équations caractéristiques des géodésiques

$$(2) \quad \frac{\partial}{\partial s} \sum_k f_{ik} \frac{\partial x_k}{\partial s} = \frac{1}{2} \sum_{k,l} \frac{\partial f_{kl}}{\partial x_i} \frac{\partial x_k}{\partial s} \frac{\partial x_l}{\partial s}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

$$(3) \quad \sum_{i,k} f_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial s} \frac{\partial x_k}{\partial s} = 1.$$

Nous ne diminuerons en rien la généralité en supposant que le lieu du point A est normal à la géodésique variable, de façon que l'on ait

$$(4) \quad \sum_{i,k} f_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial s} \frac{\partial x_k}{\partial u} = 0.$$

Dans ces conditions, l'élément linéaire du lieu du point M sera  $ds^2 + C^2 du^2$ , où

$$C^2 = \sum_{i,k} f_{ik} \frac{\partial x_i}{\partial u} \frac{\partial x_k}{\partial u},$$

et nous aurons à calculer la quantité

$$(5) \quad -\frac{1}{C} \frac{\partial^2 C}{\partial s^2}.$$

Toutes les dérivées dans lesquelles figureront deux différentiations par rapport à  $s$  pourront être éliminées par le moyen des équations (2); de sorte que l'expression (5) sera une fonction des quantités

$$\frac{\partial x_i}{\partial s}, \quad \frac{\partial x_i}{\partial u}, \quad \frac{\partial^2 x_i}{\partial u \partial s}.$$

Nous regardons, actuellement, les  $x_i$ , pour  $s = 0$ , comme des fonctions données de  $u$  et nous supposons également que nous nous soyons donné les valeurs des  $\frac{\partial x_i}{\partial s}$  au point considéré. Les  $\frac{\partial^2 x_i}{\partial u \partial s}$  demeurent, par contre, arbitraires, mais ils

sont liés par les deux relations linéaires que l'on obtient, l'une en différentiant l'équation (3), l'autre en différentiant l'équation (4) par rapport à  $u$ ; toutefois il faut remarquer que cette dernière contient en outre les dérivées  $\frac{\partial^2 x_i}{\partial u^2}$ .

L'expression (5) est du second degré par rapport aux  $\frac{\partial^2 x_i}{\partial u \partial s}$  et sa partie quadratique se réduit à la forme définie

$$-\sum_{i,k} f_{ik} \frac{\partial^2 x_i}{\partial u \partial s} \frac{\partial^2 x_k}{\partial u \partial s};$$

cette expression a donc un maximum.

En appliquant les règles connues pour la recherche du maximum d'une fonction de second degré dans laquelle les variables sont supposées liées par deux relations linéaires, on constate que les  $\frac{\partial^2 x_i}{\partial u^2}$  s'éliminent d'eux-mêmes, et on retombe sur la valeur de la courbure définie par Riemann. Si cette valeur est forcément négative, on peut étendre aux géodésiques de la multiplicité considérée les théorèmes fondamentaux précédemment démontrés relativement aux géodésiques des surfaces à courbures opposées.

### *Séance du 24 février 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUGH.

## **Nouvelle réaction très sensible et spécifique de l'acide citrique.**

Recherche de cet acide dans les sucs végétaux, le vin, le lait, etc.;

Par M. G. DENIGÈS.

I. — Dans une communication antérieure (1), j'ai indiqué brièvement que les produits d'oxydation de l'acide citrique

(1) Sur quelques combinaisons mercuriques obtenues avec certaines fonctions organiques (*Procès-verbaux des séances de la Soc. des Sciences phys. et nat. de Bordeaux*, 1<sup>er</sup> juillet 1897).

par les oxydants manganiques, en milieu acide, donnaient, en présence du sulfate mercurique, une combinaison mercurielle insoluble. En étudiant de près cette réaction, je me suis rendu compte qu'elle était d'une extrême sensibilité et, dans des conditions données, spécifique pour l'acide citrique si difficile à caractériser par les méthodes connues, surtout dans certains cas.

Pour mieux étudier la méthode de recherche de cet acide que j'en ai déduite, j'indiquerai le mode opératoire à suivre dans quelques cas particuliers intéressants.

**a. — Démonstration de la présence de l'acide citrique dans une solution aqueuse de cet acide ou d'un citrate.** — Soit, par exemple, une solution aqueuse d'acide citrique à 1 ou 2 p. 100. On mettra dans un tube 5 centimètres cubes de cette solution et 1 centimètre cube de sulfate mercurique, préparé avec :

Oxyde mercurique (jaune ou rouge).	5 grammes.
Acide sulfurique concentré . . . . .	20 centimètres cubes.
Eau distillée . . . . .	100 —

On portera à l'ébullition et, retirant du feu, on ajoutera V à VI gouttes d'une solution à 2 p. 100 de permanganate de potassium. Le mélange se décolore bien vite et aussitôt après il se formera un trouble puis un précipité blanc. Pour les liqueurs très étendues, il suffira d'une goutte de permanganate; on peut ainsi déceler moins d'un demi-milligramme d'acide citrique dans la prise d'essai.

**b. — Démonstration de la présence de l'acide citrique dans un suc végétal** (jus de citron ou d'orange, par exemple). — On met dans un tube quelques gouttes de jus de citron ou d'orange, on ajoute 4 à 5 centimètres cubes d'eau et on opère comme dans le cas d'une solution aqueuse d'acide citrique.

Pour le jus de citron ou d'orange, on peut sans inconvénient ajouter V à VI gouttes de permanganate; on diminue

la dose de ce réactif pour les sucres plus pauvres en acide citrique.

**c. — Recherche de petites quantités d'acide citrique en présence de grandes quantités d'acide tartrique.** — Supposons qu'on ait à essayer un échantillon donné d'acide tartrique au point de vue de la présence possible d'acide citrique. On opérera comme suit :

Peser 1 gramme d'acide tartrique à essayer (échantillon moyen), dissoudre à chaud dans 50 centimètres cubes d'eau<sup>(1)</sup>. Mettre dans un tube 5 centimètres cubes de la solution refroidie, ajouter rapidement 1 centimètre cube de la solution à 2 p. 100 de permanganate et chauffer jusqu'à ce que le mélange prenne une teinte brune et dégage quelques bulles gazeuses; à ce moment, retirer du feu et attendre que le liquide soit entièrement décoloré, ce qui est très rapide.

Ajouter alors 1 centimètre cube de sulfate mercurique, porter juste à l'ébullition et retirer du feu. En moins d'une minute, on obtient un trouble blanc, très net, avec 1/2 p. 100, et même moins d'acide citrique. Dans le cas d'absence de cet acide, le liquide chauffé reste incolore et limpide.

**d. — Recherche de l'acide citrique dans le vin.** — On met dans un tube 10 centimètres cubes du vin examiné, blanc ou rouge, et 1 gramme à 1 gr. 50 de bioxyde de plomb; on agite vivement, on ajoute 2 centimètres cubes de sulfate mercurique, on agite encore quelques instants et on filtre, en repassant les premières portions, toujours troubles par du bioxyde de plomb en suspension; 5 centimètres cubes du filtrat sont portés à l'ébullition, on retire du feu, puis, aussitôt après, on ajoute 1 goutte de permanganate potassique à 2 p. 100, et on agite; après décoloration, on ajoute une autre goutte de

<sup>(1)</sup> Pour cet essai, il ne faudra jamais opérer sur des solutions renfermant plus de 2 p. 100 d'acide tartrique.

caméléon dans les mêmes conditions, et ainsi de suite jusqu'à 1/2 centimètre cube.

Les vins normaux, ainsi traités, ne donnent qu'un louche très faible et encore pas toujours immédiat; ce louche est dû aux traces d'acide citrique (5 à 10 centigrammes par litre, en moyenne) que renferment tous les vins, *fait non encore signalé*.

S'il y a eu addition d'acide citrique, déjà à la dose de 0 gr. 10 par litre, le trouble est nettement accusé; il va en croissant avec la quantité de cet acide et, à partir de 0 gr. 40 par litre, il s'accompagne très vite d'un précipité floconneux.

L'opalescence augmente d'intensité dans les premiers instants qui suivent l'addition du réactif manganique; il est bon avant d'en faire l'examen d'attendre deux minutes, puis de refroidir rapidement.

L'intensité de l'opalescence obtenue, comparée à celle que donneraient, traitées dans les mêmes conditions, des solutions titrées d'acide citrique dans l'alcool à 10°, permet de juger approximativement de la quantité d'acide ajoutée aux vins, au moins pour les doses inférieures à 1 gramme.

La méthode diaphanométrie pourrait être encore utilisée avec des doses supérieures d'acide citrique, à condition de diluer convenablement, au préalable, le liquide essayé.

Ce point spécial du dosage de l'acide citrique sera du reste ultérieurement complété.

**e. — Recherche de l'acide citrique dans le lait.** — Le même procédé permet aussi, avec très peu de lait, de montrer en quelques instants, à un cours, la présence de l'acide citrique dans le lait de vache, de rechercher cet acide dans les autres laits et d'en faire un dosage diaphanométrique suffisamment approché, en opérant par comparaison.

Pour l'appliquer, on met dans un tube 10 centimètres cubes de lait, 2 centimètres cubes d'une solution *récente* de métaphosphate de sodium à 5 p. 100 et 3 centimètres cubes de

sulfate mercurique; on agite et on filtre en rejetant les premières portions écoulées, le plus souvent louches.

On porte à l'ébullition 5 à 6 centimètres cubes du filtrat, on enlève du feu et on ajoute goutte à goutte, en agitant chaque fois, du permanganate de potassium à 2 p. 100. Dans le cas du lait de vache, on obtient, après addition de IV ou V gouttes de ce réactif, un trouble blanc très marqué; puis, en continuant de verser le caméléon, il se forme, vers VIII à X gouttes, un précipité blanc floconneux accompagné de coloration jaunâtre lorsqu'il y a un léger excès de permanganate. On peut faire disparaître cette coloration jaunâtre par quelques gouttes d'eau oxygénée.

II. — Dans tous les essais qui précèdent, je me suis assuré que toutes les substances qui peuvent accompagner l'acide citrique : acides acétique, tartrique, malique, succinique, lactique, etc., glycérine, gommes, glucose, fructose, saccharose, lactose, étaient négatives au point de vue de la réaction qui nous occupe.

Ceux de ces corps qui sont les plus facilement oxydables, notamment les acides tartrique, malique et lactique, protègent seulement un peu l'acide citrique contre l'attaque par le caméléon, aussi faut-il en leur présence, pour avoir des résultats positifs, forcer la dose du réactif; c'est ce que nous avons fait pour la recherche de petites quantités d'acide citrique dans l'acide tartrique.

Le corps qui prend naissance dans cette oxydation de l'acide citrique n'est pas de l'acétone, ainsi qu'on pourrait le penser, mais de l'acide acétone dicarbonique; c'est ce corps qui contracte avec la plus grande facilité, en présence du sulfate mercurique, la combinaison mercurielle insoluble qui a servi de point de départ à ce travail.

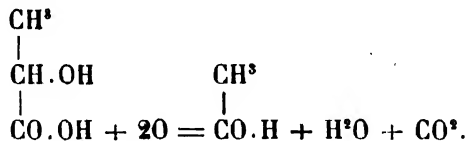
## Diagnose rapide des acides lactique et glycolique;

Par M. G. DENIGÈS.

I. — On sait que l'acide lactique traité par les oxydants acides, en milieu fortement sulfurique, donne aisément de l'aldéhyde ordinaire (éthanal).

Cette réaction n'a rien de bien caractéristique, nombre de substances organiques fournissant aussi de l'aldéhyde dans ces conditions.

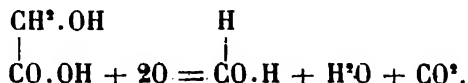
J'ai constaté qu'en milieu faiblement acide et même neutre, le peroxyde de plomb attaquait l'acide lactique sans oxyder les autres substances qui fournissent de l'éthanal, sous l'influence du permanganate de potassium par exemple. L'équation de décomposition est la suivante :



L'aldéhyde mise en liberté peut être caractérisée soit par l'azotate d'argent ammoniacal sodique, chaud, soit par l'iodure mercurico-potassique alcalin, soit par la réaction de Legal. On peut ainsi déceler de faibles quantités d'acide lactique.

Je me propose d'étudier l'action du bioxyde de plomb sur l'acide éthyléno-lactique.

II. — J'ai constaté que, traité comme l'acide lactique, l'acide glycolique donnait du formol (méthanal) d'après l'équation :



Le formol, qui ne donne pas la réaction de Legal, réduit le

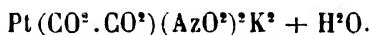
sulfate mercurique à l'état de sulfate mercurieux insoluble et cristallisé.

Cette dernière propriété, aidée de la réaction au nitroprusiate de soude, permettra donc de caractériser les acides lactique et glycolique seuls ou mélangés.

### Sur quelques sels platineux mixtes :

Par M. M. VÈZES.

J'ai signalé antérieurement (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 30 avril 1896) l'existence d'un sel platineux mixte, de composition intermédiaire entre celles du platonitrite de potassium  $\text{Pt}(\text{AzO}^3)^3\text{K}^3$  et du platooxalate de potassium  $\text{Pt}(\text{CO}^2.\text{CO}^2)\text{K}^2$ , le platooxalonitrite de potassium



Ce sel, dont j'ai indiqué ailleurs (*Comptes rendus*, t. CXXV, p. 525) le mode de préparation, et dont l'étude cristallographique vient d'être publiée par M. Goguel (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 20 janvier 1898), présente, par rapport à la plupart des autres platosels mixtes déjà connus, l'avantage d'être très stable et très facile à préparer. Il constitue donc un excellent point de départ pour l'obtention d'autres composés analogues, qu'il y a lieu de chercher à en déduire par voie de double décomposition.

C'est ainsi que, si l'on fait agir sur sa solution chaude des quantités équivalentes de solutions de divers sels métalliques, on obtient des produits qui, suivant le sel employé, correspondent à deux ordres différents de substitution.

1<sup>o</sup> Avec les sels de certains métaux, la double décomposi-



tion a pour effet de produire un échange, au moins partiel, entre le métal du sel et le potassium de l'oxalonitrite. Avec l'azotate d'argent, par exemple, on obtient de fines aiguilles incolores, très peu solubles, même à chaud, d'un sel auquel l'analyse conduit à attribuer la formule



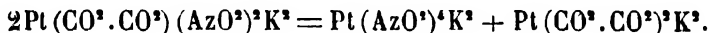
d'un platooxalonitrite argentopotassique.

2° Avec les sels de certains autres métaux, au contraire, la substitution porte sur le groupe oxalique ( $\text{CO}^{\cdot}\cdot\text{CO}^{\cdot}$ ) de l'oxalonitrite, qui est remplacé par le groupement acide du sel, tandis que le métal de ce sel est précipité à l'état d'oxalate. Le chlorure de cuivre ou celui de plomb, par exemple, fournissent un précipité d'oxalate contenant la totalité du cuivre ou du plomb employé, et la liqueur filtrée obtenue, convenablement concentrée, abandonne de beaux cristaux du platodichloronitrite de potassium  $\text{PtCl}^{\cdot}(\text{AzO}^{\cdot})^{\cdot}\text{K}^{\cdot}$  que j'ai décrit autrefois (*Annales de Chimie et de Physique*, 6<sup>e</sup> série, tome XXIX, p. 185). Ces réactions réalisent ainsi une nouvelle méthode de préparation de ce sel, qui présente sur l'ancienne (action ménagée de l'acide chlorhydrique sur le platonitrite) l'avantage de s'effectuer en liqueur neutre, c'est-à-dire dans des conditions où le produit obtenu est bien plus stable qu'en liqueur acide. Aussi les résultats analytiques montrent-ils que le platodichloronitrite s'obtient plus pur par la nouvelle méthode que par l'ancienne.

Si l'on remplace le chlorure de cuivre par le sulfate du même métal, on obtient une réaction en apparence toute différente. Le cuivre est encore éliminé totalement à l'état d'oxalate, mais la liqueur obtenue abandonne par concentration de fines aiguilles rouges, faciles à identifier avec le triplatohexanonitrite acide de potassium  $\text{Pt}^{\cdot}\text{O}(\text{AzO}^{\cdot})^{\cdot}\text{K}^{\cdot}\text{H}^{\cdot} + 3\text{H}^{\cdot}\text{O}$  que j'ai décrit autrefois (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 99, 160 et 185). Ce composé n'est plus un platosel mixte du type des précédents : c'est un produit de décomposition que

fournissent facilement, en liqueur acide et à chaud, les sels azotés du platine, et qui s'obtient en particulier par l'action ménagée de l'acide sulfurique sur le platonitrite. On serait donc en droit de le considérer comme résultant de la destruction d'un platosel mixte instable qui se formulerait  $\text{Pt}(\text{SO}^4)(\text{AzO}^3)^2\text{K}^2$ . Mais on voit qu'alors la réaction du sulfate de cuivre sur l'oxalonitrite devient analogue à celle du chlorure, et que, dans tous les cas, l'action d'un sel de cuivre sur le platooxalonitrite donne le même produit que l'action de l'acide de ce sel sur le platonitrite.

Ces réactions de substitution, ne portant que sur le groupement oxalique de l'oxalonitrite, mettent en doute la nature complexe de ce sel : elles s'expliqueraient, en effet, aussi bien, sinon mieux, dans l'hypothèse où l'oxalonitrite serait un sel double, ou, si l'on veut, un mélange de platonitrite et de platooxalate :



L'étude de l'action exercée sur lui par le chlore permet de réfuter cette objection. Quand on fait passer un courant de chlore dans une solution de platonitrite, on obtient un dépôt cristallisé d'un produit d'addition, le platidichloronitrite de potassium  $\text{PtCl}^2(\text{AzO}^3)^4\text{K}^2$ , que j'ai étudié autrefois (*Annales de Chimie et de Physique*, 6<sup>e</sup> série, t. XXIX, p. 187). Si l'oxalonitrite était un sel double dissociable par l'eau, ou un simple mélange, sa solution contiendrait du platonitrite et fournirait avec le chlore cette réaction caractéristique. Or, l'expérience montre que le chlore, traversant une solution d'oxalonitrite, n'y fournit aucun précipité. La nature complexe de ce sel ne peut donc pas être mise en doute.

---

*Séance du 3 mars 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUGH.

La Société, sur le rapport de la Commission des Finances, adopte le projet de budget suivant pour l'année 1898 :

Frais de recouvrement.....F.	80
Frais de convocation.....	50
Frais de correspondance.....	150
Entretien.....	300
Reliure.....	500
Impression.....	2,400
<hr/>	
TOTAL.....F.	3,480

M. l'Archiviste signale d'une façon toute spéciale les difficultés qui se présentent dès aujourd'hui pour mettre en ordre et en place les publications reçues par la Société.

### **Echanges gazeux des tiges ligneuses;**

Par M. H. DEVAUX.

Bien qu'un grand nombre d'auteurs se soient occupés des lenticelles, on peut dire que le rôle qui leur est attribué dans les échanges gazeux des tiges ligneuses n'est encore que bien imparfaitement démontré. C'est surtout en reconnaissant que ces organes sont des ouvertures, de véritables *pores corticaux*, qu'on a été porté à penser qu'elles servent aux échanges entre l'atmosphère des tissus de la plante et l'air extérieur. Mais les expériences qui prouvent la réalité des échanges par cette voie sont bien peu nombreuses, elles se réduisent presque entièrement à des mesures de transpiration. Il y avait donc là une lacune à combler.

Dans ce but, j'ai fait tout d'abord des recherches *sur la dif-*

*fusion des gaz étrangers à travers les parois des plantes ligneuses.*

Les premiers résultats de mes recherches, que j'avais présentés en janvier 1898 à la Société, ont été obtenus au Laboratoire de biologie végétale de Fontainebleau.

DISPOSITIF. — On détache d'un rameau d'une plante ligneuse un tronçon d'environ 50 centimètres de longueur. L'une des sections est soigneusement obturée par de la cire à cacheter. L'autre extrémité est mise en relation avec un manomètre à eau (ayant seulement 1 ou 2 millimètres de diamètre), soit directement, soit par un tube en caoutchouc très court <sup>(1)</sup>.

On confine ainsi, dans l'une des branches du manomètre, une petite masse d'air qui ne peut se renouveler, à travers la plante, que par la section. On voit de suite si elle communique avec l'atmosphère interne du sujet, en produisant artificiellement une forte différence de pression au manomètre. Cette différence tend, presque toujours, à s'effacer aussitôt, comme l'indique le déplacement immédiat des niveaux. Ceci montre que l'atmosphère confinée dans le manomètre tend à avoir la même pression que l'air extérieur; et que *l'atmosphère interne de la plante*, par l'intermédiaire de laquelle s'établit l'équilibre, *possède une pression voisine de la pression atmosphérique.*

EXPÉRIMENTATION. — Le sujet étant ainsi disposé est plongé dans une éprouvette à pied dans laquelle l'air est brusquement chassé par un courant d'acide carbonique. La plante se trouve ainsi entourée d'un gaz étranger à la pression atmosphérique. Si l'on observe alors le manomètre, on voit que les niveaux varient aussitôt, manifestant une variation de pression à l'intérieur de la plante. En dix minutes, le manomètre peut indiquer une dépression de 100 à 200 millimètres. C'est la preuve évidente que des échanges gazeux actifs s'opèrent

(1) J'ai reconnu que la diffusion qui peut s'opérer à travers ce petit tube de caoutchouc, est inappréciable et ne trouble en rien l'expérimentation.

entre l'atmosphère interne et l'air extérieur. Ces échanges sont purement diffusifs, puisqu'au début on évite toute différence de pression. Il est donc prouvé par là qu'il peut s'opérer *des échanges gazeux, par diffusion, à travers les parois de la plante*. Quant au sens dans lequel se produit la variation manométrique, il dépend des plantes ou plutôt de leur porosité superficielle.

1° *Plantes à lenticelles bien ouvertes*. — Soumettons un rameau de groseillier à l'expérience indiquée ci-dessus. Aussitôt qu'il est dans le  $\text{CO}_2$ , on voit, au manomètre, qu'une dépression rapide se produit. Il y a donc une diffusion sortante des gaz de la plante; il est probable que  $\text{CO}_2$  rentre aussi, mais moins vite, et le manomètre indique seulement le sens dans lequel s'opèrent les échanges prépondérants.

Plongeons au contraire la plante dans le gaz d'éclairage : l'inverse a lieu, une compression croissante apparaît, manifestant une diffusion rentrante prépondérante.

Si, au lieu d'une plante, nous avons expérimenté sur un vase poreux rempli d'air, nous aurions observé des phénomènes tout à fait semblables : dépression dans le  $\text{CO}_2$ , compression dans le gaz d'éclairage. Il est donc très probable que les échanges s'effectuent aussi à travers des pores, c'est-à-dire par *effusion*. J'ai pu m'en assurer facilement en clôturant les lenticelles au moyen d'un vernis et répétant l'expérience. On voit alors que la variation manométrique est beaucoup moins rapide (dix fois moins dans une expérience sur le groseillier). C'est la preuve que les gaz passaient vraiment à travers les lenticelles. Toutefois, il est fort difficile d'obturer entièrement toutes les ouvertures par ce procédé, et les variations de niveaux se produisent encore dans le même sens.

2° *Tiges sans lenticelles ou à lenticelles fermées*. — Il existe des plantes ligneuses sans lenticelles à l'état adulte, la vigne, par exemple. Qu'arrivera-t-il si l'on soumet des rameaux de ces plantes à la même expérimentation? Les essais ont montré que les phénomènes se produisaient exactement en

sens inverse, surtout dans le cas du  $\text{CO}^2$ . Quand on plonge une branche de vigne dans ce gaz, une compression se produit dans l'atmosphère interne. C'est ce qui aurait lieu si on employait une cloche formée par une lame de baudruche humide ou de caoutchouc : il y a donc *osmose* à travers les parois et non plus *effusion*. J'avais antérieurement établi ce fait pour la vigne par un autre procédé <sup>(1)</sup>.

Parmi les plantes étudiées, il n'y en a qu'un petit nombre qui appartiennent à cette catégorie, c'est-à-dire dont les échanges soient purement osmotiques. Toutefois, on y trouve des plantes à lenticelles (exemple : *Picea excelsa*), mais dont les lenticelles étaient normalement closes au moment de l'expérience (octobre).

3° *Tiges à lenticelles faiblement poreuses*. — Beaucoup de tiges m'ont donné des résultats qui peuvent sembler bizarres au premier abord. Plongées soit dans le  $\text{CO}^2$ , soit dans le gaz d'éclairage, elles manifestaient toujours une compression de leur atmosphère interne, c'est-à-dire qu'avec le premier gaz elles montraient des échanges surtout osmotiques, avec le second des échanges surtout effusifs. Il y avait donc, semble-t-il, contradiction.

Il est à remarquer que chez ces tiges la porosité lenticellaire, étudiée par l'air comprimé, se montrait toujours faible ; la porosité vasculaire y était, au contraire, toujours notable. J'ai vu disparaître la contradiction apparente qu'elles présentaient dès l'instant où j'ai pris la précaution d'obturer les vaisseaux, pour ne mettre que les méats de l'écorce en communication avec le manomètre. Dès lors, une plante qui, auparavant, indiquait une forte compression quand on la plongeait dans  $\text{CO}^2$ , se mit à indiquer une dépression, comme les plantes étudiées auparavant. Elle rentre donc dans la même catégorie : les échanges gazeux *des méats* s'y font encore, surtout par effusion, quoique cette effusion soit faible.

(1) *Porosité des tiges ligneuses (Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 1894).*

Si au lieu d'obturer les vaisseaux on les laisse ouverts, en communication avec le manomètre, et qu'on interrompe les méats par une blessure annulaire, on voit, au contraire, le manomètre indiquer une plus forte dépression quand on plonge la plante dans  $\text{CO}^2$ . Il faut en conclure que *le  $\text{CO}^2$  rentre dans les vaisseaux par osmose*. Nous avons, dès lors, la révélation des *deux systèmes aérifères* de la plante, les méats et les vaisseaux : *chacun a son mode de renouvellement particulier : pour les méats, c'est surtout l'effusion ; pour les vaisseaux c'est l'osmose*. C'est une nouvelle confirmation du fait que j'ai établi dans un autre travail, qu'aucune communication directe n'existe entre les méats et les vaisseaux <sup>(1)</sup>. Ce fait important est général, *quelle que soit la porosité lenticellaire* ; on peut en trouver la confirmation sur des plantes diverses par d'autres expériences. J'indiquerai les suivantes :

1° On peut, sur certains sujets particulièrement favorables, avoir deux manomètres adaptés sur deux sections distinctes (par exemple aux extrémités d'une branche fourchue) et voir, en plongeant la plante dans  $\text{CO}^2$ , l'un des manomètres indiquer une compression, tandis que l'autre marque une dépression. On voit ainsi qu'il se produit simultanément deux actions contraires dans la plante sous l'influence unique de  $\text{CO}^2$  : une dépression dans les méats, une compression dans les vaisseaux. Le fait est remarquable, car les deux systèmes sont très rapprochés et souvent intimement mêlés.

2° On peut réaliser une expérience plus simple et tout aussi décisive : on coupe en biseau un fragment de rameau quelconque, l'autre section est close en totalité. La section en biseau est plongée sous l'eau, le reste demeurant dans l'air. Si l'on chasse cet air par  $\text{CO}^2$ , on voit bientôt sortir des bulles par le bois : preuve qu'il s'y produit une compression ; rien ne sort par l'écorce. Mais si la plante, ayant longtemps séjourné

(1) *Loc. cit.*

dans le  $\text{CO}^2$ , est remise brusquement dans l'air, on voit les bulles vasculaires cesser bientôt, et l'écorce, au contraire, peut se mettre à en dégager. Toutefois, ce second dégagement est moins facile parce que l'écorce semble s'être injectée. Il s'explique facilement : les méats sont pleins de  $\text{CO}^2$  et l'air rentrant plus facilement que  $\text{CO}^2$  ne sort, une compression apparaît nécessairement.

ÉCHANGES GAZEUX DE L'ÉCORCE. — Étudions maintenant de plus près les échanges gazeux de l'écorce, puisque c'est par eux seuls que la totalité des gaz de la plante peut se renouveler. Nous avons vu sur beaucoup de tiges ligneuses que ce renouvellement se fait essentiellement par effusion, c'est-à-dire par diffusion à travers des ouvertures, et que ces ouvertures sont des lenticelles. Nous avons pourtant rencontré quelques plantes pour lesquelles les échanges sont purement osmotiques. Ce fait permet d'admettre *a priori* que la perméabilité osmotique des parois existe toujours, qu'elle est seulement masquée chez les plantes à lenticelles ouvertes par les échanges différents et beaucoup plus considérables qui se produisent à travers ces ouvertures. Est-il possible de prouver, chez toutes les plantes, la réalité de cette perméabilité osmotique et de mesurer la part qui revient à chaque espèce de diffusion dans la totalité des échanges?

Le procédé le plus simple, semble-t-il, serait de supprimer l'*effusion* en fermant les lenticelles. C'est ce qu'ont essayé divers auteurs, mais ils avouent eux-mêmes leur crainte de n'avoir point réussi à les oblitérer toutes complètement. Je l'ai essayé aussi, sans réussir à coup sûr dans tous les cas. J'ai alors changé de méthode : au lieu d'appliquer sur chaque lenticelle un vernis imperméable, opération délicate surtout parce qu'on risque d'oublier des lenticelles peu apparentes, j'applique sur la totalité du sujet un enduit qui ferme toutes les ouvertures sans détruire la perméabilité osmotique de ses parois. Cet enduit est l'eau. Il suffit de plonger un sujet dans



l'eau, durant quelques secondes seulement, pour obtenir l'effet désiré. Une branche qui, auparavant, étant plongée dans  $\text{CO}_2$ , indiquait une dépression rapide de son atmosphère interne, montre alors, si la surface est mouillée, non pas une dépression, mais au contraire, une compression lente <sup>(1)</sup>. Le changement est frappant. Au lieu d'une forte effusion, on n'a plus qu'une faible osmose.

MESURES COMPARÉES. — La méthode qui consiste à apprécier les échanges diffusifs d'après les variations de niveaux d'un manomètre, n'est guère susceptible de mesures exactes, même lorsqu'on apprécie seulement les changements de volumes de l'atmosphère interne au moyen d'un tube capillaire gradué muni d'un index intérieur, car ces variations de pressions ou de volumes ne sont jamais que des différences entre les entrées et les sorties. Pour mesurer les volumes absolus d'au moins l'un des gaz qui diffusent, il vaut mieux employer le procédé suivant :

La plante, un simple tronçon de tige soigneusement mastiqué aux deux bouts, est placée dans un tube de verre, et l'appareil est disposé de telle sorte qu'on peut envoyer brusquement autour d'elle du  $\text{CO}_2$  pur. On l'y laisse un temps déterminé mais très court, deux minutes par exemple. C'est alors que se produit la sortie par diffusion d'un volume déterminé de l'air de la plante. On isole cet air par absorption de  $\text{CO}_2$  au moyen de la potasse caustique, et son volume est exactement mesuré dans un tube gradué. On reconnaît ainsi les faits suivants :

1<sup>o</sup> Quand la surface est sèche, le volume de l'air diffusé en deux minutes est relativement considérable. C'est ce qui explique la baisse rapide du manomètre dans les expériences antérieures. La diffusion est donc très rapide.

2<sup>o</sup> Quand la surface est mouillée, le volume d'air diffusé est

(1) Si le sujet est imparfaitement mouillé, ce qui arrive assez souvent, la compression ne se produit pas, mais en tout cas la dépression est très amoindrie.

huit ou dix fois moindre dans les deux premières minutes, puis il baisse encore davantage. La diffusion est donc très ralentie.

3<sup>o</sup> Si l'on mouille *seulement les lenticelles*, on obtient aussi une diminution considérable, moindre pourtant en général que lorsque le sujet est mouillé tout entier, et surtout variable. On est, en tout cas, en droit de conclure que c'est par les lenticelles que sort la plus grande partie des gaz quand la surface est sèche.

4<sup>o</sup> On trouve quelques sujets, assez rares, pour lesquels il n'existe aucune différence : que la surface soit mouillée ou qu'elle soit sèche, le volume d'air diffusé reste à peu près le même, au moins dans les premières minutes. Ce dernier fait est important. Il ne se présente que chez des sujets sans lenticelles (vigne) ou à lenticelles closes (*Salix caprea*, *Populus pyramidalis*, etc., en hiver). Il prouve que l'eau remplit bien le rôle désiré, elle respecte la perméabilité osmotique des parois. On a dès lors le droit de considérer, pour tous les sujets, le petit volume gazeux recueilli quand la surface est mouillée, comme sorti par *osmose*, à travers les parois. Le volume sorti par *effusion*, c'est-à-dire par les lenticelles, est donc représenté par une simple différence entre les volumes recueillis à surface sèche et à surface humide.

Cette différence est le plus souvent considérable, elle atteint les 8 ou 9 dixièmes du volume total. *Les échanges par effusion, à travers les lenticelles, représentent donc souvent les 8 ou 9 dixièmes des échanges totaux, et les échanges osmotiques 1 ou 2 dixièmes seulement*, sauf pour quelques plantes.

Résumons les divers résultats de cette étude :

Il existe deux atmosphères distinctes dans la plante : l'air confiné dans les méats et l'air confiné dans les vaisseaux. Ce dernier se renouvelle dans l'atmosphère des méats, mais uniquement par osmose gazeuse. L'air confiné dans les méats se renouvelle directement à l'extérieur, le plus souvent à la fois

par osmose et par effusion. L'osmose existe toujours, mais elle est ordinairement faible; parfois elle existe seule. L'effusion s'y ajoute le plus souvent, même en hiver; elle représente fréquemment au moins les 8 ou 9 dixièmes des échanges; elle s'opère principalement, sinon uniquement, à travers les pores des lenticelles.

REMARQUE. — Un corollaire intéressant de ces résultats est celui qui se rapporte à l'action de la pluie. Celle-ci, en mouillant les tiges, doit fermer les lenticelles et diminuer les échanges dans une proportion considérable. C'est bien ce qui a lieu, en effet : *des mesures directes faites sur des sujets exposés à la pluie ont démontré que la diffusion générale était devenue très faible.*

### Sur les duades formées avec $2p$ éléments;

Par M. G. BRUNEL.

Nous avons rappelé dans une séance de la Société (Procès-verbaux du 7 mars 1895) ce que Sylvester avait appelé *synthème* et *total synthématique* de  $2p$  éléments. Nous nous étions proposé alors de signaler plus particulièrement l'existence de totaux synthématiques essentiellement différents dans le cas de  $2p = 8$ .

Kirkman a donné une loi générale de construction des totaux d'un nombre quelconque d'éléments (*Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, t. II, 1847); c'est le même procédé que Reiss a repris sans grande modification dans le *Journal de Crelle*.

Imaginons que l'on représente les  $2p$  éléments par les symboles

$$\infty, 0, 1, 2, \dots, 2p - 2$$

et qu'on les figure par  $2p$  points, l'un, le point  $\infty$  au centre

d'une circonférence et les autres,  $0, 1, 2, \dots, 2p - 2$ , aux sommets successifs d'un polygone régulier de  $2p - 1$  côtés ayant son centre au point désigné par le symbole  $\infty$ .

Considérons un rayon allant du centre de la circonférence à l'un des sommets du polygone et les cordes perpendiculaires à ce rayon et joignant deux à deux les autres sommets. L'ensemble de ces droites constitue un synthème des  $2p$  éléments. Les divers ensembles obtenus en considérant les  $2p - 1$  sommets du polygone forment un total synthématique des  $2p$  éléments. Le total peut se déduire par permutation circulaire effectuée sur les membres  $0, 1, 2, \dots, 2p - 2$  en opérant sur le synthème relatif au sommet  $0$  :

$$\infty.0, \quad 1.2p-2, \quad 2.2p-3, \quad \dots, \quad p-1.p;$$

ou bien en donnant dans le symbole général

$$\infty.k, \quad k+1.k-1, \quad k+2.k-2, \quad k+p-1.k-p+1 \pmod{2p-1}$$

au nombre  $k$  les diverses valeurs  $0, 1, 2, \dots, 2p - 2$ .

On retrouve ainsi sous un aspect différent le total de Kirkman.

## Sur une question relative au calcul des variations;

Par M. W. DE TANNENBERG.

Je me propose d'indiquer la solution du problème suivant, auquel conduisent certaines questions de maximum et minimum.

Considérons un arc de courbe  $(a, b)$  défini par les équations

$$(1) \quad x = f(t), \quad y = g(t), \quad z = h(t), \quad t_0 < t < t_1$$

où  $\varphi, \psi, \gamma$  sont des fonctions régulières dans l'intervalle donné  $(t_0, t_1)$ , et l'intégrale curviligne correspondante

$$(2) \quad j = \int_{t_0}^{t_1} \varphi(x, y, z, x', y', z', x'', y'', z'') dt = c.$$

Il s'agit de trouver les déformations que l'on peut faire subir au contour d'intégration, à l'intérieur d'un domaine D suffisamment petit, sans altérer la valeur numérique de l'intégrale. En d'autres termes, il s'agit de déterminer tous les arcs (AB) représentés par

$$(3) \quad X = F(t), \quad Y = G(t), \quad Z = H(t), \quad t_0 < t < t_1$$

contenus dans le domaine D et tels que

$$(4) \quad \int_{t_0}^{t_1} \varphi(X, Y, Z, X', Y', Z', X'', Y'', Z'') dt = c.$$

Il importe de remarquer que les extrémités A, B du contour d'intégration de la seconde intégrale ne se confondent pas forcément avec  $a$  et  $b$ , mais que les limites  $t_0$  et  $t_1$  de la variable indépendante  $t$  sont les mêmes pour les deux intégrales.

§ 1. — D'abord il est aisé de voir que toute déformation AB de l'arc  $ab$  peut s'obtenir en appliquant à chacun des points de  $(ab)$  un mouvement à un paramètre  $\theta$  défini par les équations

$$(5) \quad X = \xi(x, y, z, \theta), \quad Y = \eta(x, y, z, \theta), \quad Z = \zeta(x, y, z, \theta),$$

où pour  $\theta = 0$

$$X = x, \quad Y = y, \quad Z = z.$$

Les équations (5) sont les *équations de la déformation*. Une déformation de  $ab$  sera dite *normale* dans l'intervalle

$$0 < \theta < \theta_1$$

si les fonctions  $\varphi(X, Y, Z, X' \dots)$  et  $\frac{\partial \varphi(X, Y \dots)}{\partial \theta}$  sont des fonctions continues de  $t$ , du moins dans l'intervalle :

$$t_0 < t < t_1.$$

Dans la suite, nous supposerons le domaine D assez petit pour que toute déformation de l'arc  $ab$  à l'intérieur de ce domaine soit une *déformation normale*.

Enfin, remarquons qu'au lieu des équations (5) on peut, pour définir la déformation, utiliser des équations différentielles de la forme

$$\frac{\partial X}{\partial \theta} = U(X, Y, Z, \theta), \quad \frac{\partial Y}{\partial \theta} = V(X, Y, Z, \theta), \quad \frac{\partial Z}{\partial \theta} = W(X, Y, Z, \theta),$$

en admettant que pour  $\theta = 0$  les valeurs de  $X, Y, Z$  soient

$$X = x, \quad Y = y, \quad Z = z.$$

§ 2. — Ceci posé, considérons la fonction de  $\theta$  :

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \varphi(X, Y, Z, X', Y', Z', X'', Y'', Z'') dt.$$

En vertu des hypothèses faites et par suite d'une intégration évidente, on trouve la formule classique

$$(I) \quad \frac{\partial J}{\partial \theta} = [AU + BV + CW]_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} (MU + NV + PW) dt = H(\theta),$$

où  $M, N, P, A, B, C$  représentent des fonctions déterminées de  $X, Y, Z, X', Y', Z', X'', Y'', Z''$ .

La forme du second membre met en évidence les propriétés suivantes :

Supposons qu'on remplace les fonctions caractéristiques  $U, V, W$  du mouvement par  $\lambda U, \lambda V, \lambda W$  où  $\lambda$  est une fonction déterminée de  $\theta$ ,

$$\lambda = \varphi(\theta).$$

Alors il est clair que  $\frac{\partial J}{\partial \theta}$  se change en  $\lambda H$ . Supposons maintenant qu'on considère deux mouvements caractérisés respectivement par  $(U_1, V_1, W_1)$  et  $(U_2, V_2, W_2)$ . Soient  $H_1(\theta)$  et  $H_2(\theta)$  les valeurs correspondantes de  $\frac{\partial J}{\partial \theta}$ . Si on imprime à l'arc  $(ab)$  le mouvement défini par les fonctions  $(U, V, W)$

$$(II) \quad U = \lambda U_1 - U_2, \quad V = \lambda V_1 - V_2, \quad W = \lambda W_1 - W_2,$$

on voit que

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = \lambda H_1 - H_2;$$

donc si on pose

$$\lambda = \frac{H_2}{H_1},$$

on voit que l'on a, quel que soit  $\theta$  (dans le domaine D),

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = 0, \quad \text{et} \quad J = \text{const.} = k.$$

Ainsi, de deux déformations normales *absolument quelconques* on déduit par le procédé de calcul précédent une déformation (U, V, W) répondant à la question. Il est clair que cette méthode fournit toutes les solutions du problème, car trois fonctions U, V, W peuvent d'une infinité de manières être mises sous la forme (II).

§ 3. — Proposons-nous de déterminer l'arc (ab) de manière que

$$j = \int_a^b \varphi(xyz x' y' z' x'' y'' z'') dt = c$$

et que l'intégrale

$$k = \int_a^b \psi(xyz x' y' z' x'' y'' z'') dt$$

soit maximum ou minimum.

Considérons une déformation (U, V, W) laissant invariante  $j$  et soit

$$K = \int_a^b \psi(XYZ X' Y' Z' X'' Y'' Z'') dt,$$

la valeur correspondante de  $k$ . Soient  $\delta_1 K$  et  $\delta_2 K$  les différentielles de  $K$  qui correspondent respectivement aux *déformations quelconques*  $(U_1, V_1, W_1)$  et  $(U_2, V_2, W_2)$ .

Ceci posé, il faut que la fonction  $K$  de  $\theta$  soit maximum ou minimum pour  $\theta = 0$ , donc

$$(\partial K)_0 = \partial k = 0.$$

Mais par ce qui précède

$$\partial K = \lambda \partial_1 K - \partial_2 K = \frac{H_2(\theta)}{H_1(\theta)} \partial_1 K - \partial_2 K,$$

donc

$$\frac{H_2(0)}{H_1(0)} \partial_1 k - \partial_2 k = 0, \quad \text{ou} \quad \frac{\partial_2 j}{\partial_1 j} \partial_1 k - \partial_2 k = 0,$$

ou encore

$$\frac{\partial_1 k}{\partial_1 j} = \frac{\partial_2 k}{\partial_2 j} = -\rho,$$

et par suite

$$\partial_1 k + \rho \partial_1 j = 0.$$

Ainsi, *quelle que soit la déformation* de l'arc  $(ab)$ , dans le voisinage de sa position initiale, il existe une *constante*  $\rho$  telle que la variation de l'intégrale  $(k + \rho j)$  soit nulle. — On sait comment cette condition nécessaire conduit à la solution complète du problème.

On remarquera que le procédé de raisonnement employé fournit tout naturellement la solution en apparence artificielle indiquée dans le *Cours d'analyse* de M. Jordan (t. III, p. 482).

*Séance du 17 mars 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

## Sur la transformation des intégrales multiples;

Par M. W. DE TANNENBERG.

Je me propose dans cette note d'appliquer la méthode classique de la transformation des intégrales multiples à l'intégrale particulière

$$(I) \quad J = \iiint \varphi(x, y, z) \, dx \, dy \, dz,$$

où  $\varphi(x, y, z)$  est une fonction *homogène* de degré  $m$ , finie dans le champ d'intégration. Nous supposerons que ce champ est un *secteur* ayant pour sommet l'origine  $O$  des coordonnées,



c'est-à-dire la portion de l'espace limitée d'une part par un cône quelconque de sommet  $O$  et d'autre part par une surface quelconque  $\Sigma$ . Nous supposons encore qu'une sécante issue de  $O$  ne coupe  $\Sigma$  qu'en un point et qu'en chaque point de  $\Sigma$  la direction de la normale est celle qui correspond à l'extérieur du secteur. Enfin nous désignerons par  $V$  le volume du secteur et par  $S$  l'aire de la base  $\Sigma$ .

Ceci posé, pour pouvoir transformer l'intégrale  $J$  en une intégrale double, il suffit de mettre  $\varphi$  sous la forme

$$(2) \quad \varphi(xyz) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z},$$

où  $u, v, w$  sont des fonctions de  $x, y, z$ . Or

$$(3) \quad m\varphi = x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

donc

$$(4) \quad (m+3)\varphi = \frac{\partial}{\partial x}(x\varphi) + \frac{\partial}{\partial y}(y\varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(z\varphi).$$

En appliquant une formule bien connue de Lagrange, on voit que

$$(5) \quad (m+3)J = \iint_{\Sigma} \varphi(xyz) r_n d\sigma,$$

où  $r_n$  représente la projection de rayon secteur  $OM$  d'un point  $M$  de  $\Sigma$  sur la normale au point  $M$ . On peut donner à cette formule deux formes suivant que  $\Sigma$  est une surface plane ou courbe. Dans le premier cas, le secteur se réduit à un cône. Soit  $h$  la hauteur de ce cône. Comme

$$r_n = h,$$

la formule (5) devient

$$(1') \quad (m+3)J = h \iint_{\Sigma} \varphi(xyz) d\sigma.$$

Dans le second cas, remarquons que le cône ayant pour sommet le point  $O$  et pour base l'élément plan  $d\sigma$ , a son

volume  $dv$  défini par

$$3dv = r_n d\sigma.$$

Donc l'intégrale du second membre de (5) est la limite pour ( $n = \infty$ ) d'une somme de termes de la forme ( $3\varphi \Delta v$ ) où l'on peut supposer

$$\Delta v = \frac{V}{n}.$$

Mais, soit

$$\Delta \sigma = \frac{S}{n},$$

il est clair que

$$3\varphi \Delta v = 3V \cdot \frac{\varphi}{n} = \frac{3V}{S} \cdot \varphi \Delta \sigma.$$

Donc on a la seconde formule

$$(I) \quad (m + 3) \iiint \varphi(xyz) dx dy dz = \frac{3V}{S} \iint \varphi(xyz) d\sigma.$$

On remarquera que la fonction à intégrer est la même dans les deux membres, ce qui distingue cette formule des formules ordinairement employées. On voit aussi que la formule (I) comprend comme cas particulier la formule (I'), car si la surface  $\Sigma$  est plane, on a

$$\frac{3V}{S} = h.$$

Enfin il est bien clair que la formule est applicable si le champ d'intégration de l'intégrale triple est l'espace limité par une surface fermée  $\Sigma$ , pourvu que cet espace renferme l'origine.

REMARQUE I. — La démonstration précédente met en évidence que, *quelle que soit* la fonction  $\varphi(xyz)$ , on a

$$\frac{3V}{S} \iint \varphi(xyz) d\sigma = \iiint \left[ \frac{\partial}{\partial x} (x\varphi) + \frac{\partial}{\partial y} (y\varphi) + \frac{\partial}{\partial z} (z\varphi) \right] dx dy dz;$$

donc, pour que la formule I ait lieu, quel que soit le secteur,

il faut et il suffit que l'on ait

$$\frac{\partial}{\partial x}(x\varphi) + \frac{\partial}{\partial y}(y\varphi) + \frac{\partial}{\partial z}(z\varphi) = (m+3)\varphi,$$

c'est-à-dire

$$x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi}{\partial z} = m\varphi;$$

il faut donc que la fonction soit homogène. Nous avons supposé la fonction finie dans le champ d'intégration, mais cette condition n'est pas toujours nécessaire, ainsi la formule (I) est applicable à la fonction

$$\varphi(xyz) = \frac{1}{r} \quad \text{où} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

REMARQUE II. — Si le secteur est plan, la surface  $\Sigma$  se réduit à une ligne et la formule (I) prend la forme

$$(II) \quad (m+2) \iint_{\Sigma} \varphi(x, y) dx dy = \frac{2S}{l} \int_{\Sigma} \varphi(x, y) d\tau,$$

$l$  désignant la longueur de l'arc  $\Sigma$  et  $S$  désignant la surface du secteur.

#### APPLICATIONS DES FORMULES (I) ET (II).

Les formules (I) et (II) permettent de simplifier le calcul des moments d'inertie d'un corps <sup>(1)</sup>. Je me bornerai aux deux exemples suivants :

EXEMPLE I. — Proposons-nous de déterminer le moment d'inertie  $I$  d'un ellipsoïde homogène par un plan diamétral quelconque  $P$ .

Prenons le centre pour origine et pour plan des  $xy$  le plan  $P$ ; on a en vertu de la formule (I)

$$I = \iiint z^2 dx dy dz = \frac{3M}{8} \cdot \Phi, \quad \Phi = \frac{1}{S} \iint z^2 d\tau,$$

(1) Voir *Cours autographié de Mécanique analytique*, par M. W. de Tanenberg.

où  $\Phi$  désigne la valeur moyenne de  $z^2$  sur la surface de l'ellipsoïde.

Groupons maintenant trois par trois les demi-diamètres de l'ellipsoïde de manière que ceux d'un même groupe soient conjugués. La somme des carrés des distances au plan  $xOy$  des extrémités de trois diamètres, appartenant au même groupe, est une constante  $d^2$ , donc

$$\Phi = \frac{d^2}{3} \quad \text{et} \quad I = \frac{M d^2}{5}.$$

Il est clair que  $d$  est la longueur du demi-diamètre conjugué du plan P.

Il résulte de là que les moments d'inertie de l'ellipsoïde par rapport aux axes principaux sont :

$$A = \frac{M}{5} (b^2 + c^2), \quad B = \frac{M}{5} (c^2 + a^2), \quad C = \frac{M}{5} (a^2 + b^2).$$

EXEMPLE II. — Moments d'inertie d'un triangle.

Cherchons le moment d'inertie  $I$  du triangle ABC de masse  $M$  par rapport à une droite D passant par le centre de gravité G. Il est clair que

$$I = I_{BGC} + I_{CGA} + I_{AGR},$$

$I_{BGC}$  désignant le moment d'inertie du triangle BGC par rapport à D. En vertu de la formule (II),

$$I_{BGC} = \frac{M}{6} \Phi,$$

$\Phi$  désignant la valeur moyenne du carré de la distance à D d'un point de BC. Une intégration simple donne

$$\Phi = \frac{1}{r-q} \int_q^r y^2 dy = \frac{q^3 + qr + r^2}{3} = \frac{q^2 + r^2 + (q+r)^2}{6},$$

c'est-à-dire

$$\Phi = \frac{p^2 + q^2 + r^2}{6}.$$

Nous appelons ici  $p, q, r$  les distances respectives de A, B, C à la droite D.

Donc

$$I_{BGC} = I_{CGA} = I_{AGB},$$

et

$$I = \frac{M}{12} (p^2 + q^2 + r^2).$$

Pour la droite D' perpendiculaire à D et passant aussi par G, on a

$$I' = \frac{M}{12} (p'^2 + q'^2 + r'^2).$$

Par suite le moment d'inertie du triangle par rapport au point G est

$$C = I + I' = \frac{M}{12} [\overline{GA}^2 + \overline{GB}^2 + \overline{GC}^2].$$

CAS PARTICULIER. — Supposons le triangle équilatéral et soit  $a$  le côté, alors évidemment

$$C = \frac{Ma^2}{12};$$

d'autre part, quand la droite D tourne autour de G, on a

$$p^2 + q^2 + r^2 = \text{const} = \frac{a^2}{2},$$

donc

$$I = \frac{Ma^2}{24} = \frac{C}{2}.$$

## Sur les combinaisons salines du Palladium;

Par M. M. VÉZES.

Parmi les métaux qui accompagnent le platine dans son minerai, le palladium est celui qui s'en rapproche le plus. Comme lui, en effet, il présente, comme combinaisons fondamentales, des sels dans lesquels il joue plutôt le rôle d'un métalloïde que celui d'un métal, et ces sels, généralement isomorphes des sels correspondants du platine, possèdent une constitution analogue : de sorte que les considérations que j'ai

développées autrefois (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 30 avril 1896), sur la théorie des combinaisons salines du platine, sont directement applicables aux combinaisons salines du palladium.

En laissant de côté celles de ces combinaisons qui sont encore mal connues, on peut citer :

1° Comme sels palladiques ou palladisels, pour lesquels la formule générale des sels de potassium est  $\text{PdX}^{\text{K}}$  :

Chloropalladates  $\text{PdCl}^{\text{K}}$  ;

2° Comme sels palladeux ou palladosels, pour lesquels la formule générale des sels de potassium est  $\text{PdX}^{\text{K}}$  :

Chloropalladites	$\text{PdCl}^{\text{K}}$ ,
Bromopalladites	$\text{PdBr}^{\text{K}}$ ,
Iodopalladites	$\text{PdI}^{\text{K}}$ ,
Palladonitrites	$\text{Pd}(\text{AzO}^{\text{K}})^{\text{K}}$ ,
Palladocyanures	$\text{Pd}(\text{CAz})^{\text{K}}$ ,
Palladosulfites	$\text{Pd}(\text{SO}^{\text{K}})^{\text{K}}$ ;

3° Comme palladosels mixtes, dans lesquels les quatre groupes acides  $\text{X}^{\text{K}}$  ne sont pas identiques, un seul terme actuellement connu, le

Palladochloronitrite  $\text{PdCl}^{\text{K}}(\text{AzO}^{\text{K}})^{\text{K}}$ ,

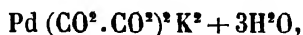
que j'ai décrit autrefois (*Comptes rendus*, t. CXV, p. 111).

Comme on le voit, X représente, dans ces formules, un radical acide monovalent (Cl, Br, I,  $\text{AzO}^{\text{K}}$ , CAz,  $\text{SO}^{\text{K}}$ ), dérivant d'un sel de potassium KX (KCl, KBr, KI,  $\text{AzO}^{\text{K}}$ , CAzK,  $\text{SO}^{\text{K}}$ ) par perte d'un atome de potassium.

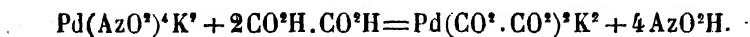
Comme dans le cas des combinaisons salines du platine, il est possible d'obtenir des sels palladeux de même forme  $\text{PdX}^{\text{K}}$ , mais dans lesquels X représente un radical acide divalent, dérivant du sel de potassium  $\text{K}^{\text{K}}\text{X}^{\text{K}}$  d'un acide bibasique  $\text{H}^{\text{K}}\text{X}^{\text{K}}$  par perte de deux atomes de potassium.

Si l'on fait agir, en effet, sur une solution de palladonitrite

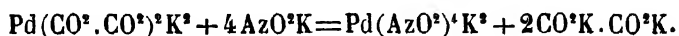
de potassium, un excès d'acide oxalique, et si l'on porte le mélange à l'ébullition, la totalité de l'azote contenu dans ce sel se dégage à l'état de vapeurs nitreuses, et il se dépose par refroidissement de fines aiguilles jaune foncé d'un palladooxalate de potassium



dont la formule, on le voit, correspond au cas qui vient d'être indiqué, et que son mode de préparation rattache bien au palladonitrite, puisqu'il consiste dans une simple substitution de l'acide oxalique à l'acide azoteux, exprimée par l'équation



Inversement, l'addition d'un excès d'azotite de potassium à la solution chaude du palladooxalate fait passer cette solution du brun au jaune : elle contient alors du palladonitrite qu'elle abandonne par refroidissement. On a réalisé ainsi la transformation inverse de la précédente



Le palladooxalate de potassium est assez peu stable sous l'action de la chaleur. Un long séjour du sel sec à une température de 80° environ lui fait perdre non seulement son eau de cristallisation, mais encore une certaine quantité de gaz carbonique et d'oxyde de carbone; en même temps, il noircit, et fournit, avec de l'oxalate de potassium qu'on peut lui enlever par des lavages, du palladium plus ou moins oxydé. L'ébullition de ses solutions produit à la longue une décomposition analogue, manifestée par un léger dépôt métallique sur les parois du vase où l'on opère.

L'existence de ce sel, et les propriétés qui viennent d'être indiquées, propriétés qui rappellent, on le voit, celles des composés analogues du platine, sont donc une nouvelle preuve à l'appui de la classification périodique des éléments, en ce qui concerne la correspondance qu'elle établit entre le platine

et le palladium parmi les métaux constituant ce que l'on est convenu d'appeler le huitième groupe :

Fe	Co	Ni
Ru	Rh	Pd
Os	Ir	Pt.

---

*Séance du 31 mars 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

---

### **Sur le champ hertzien ;**

Par M. A. TURPAIN.

Tous les expérimentateurs qui ont étudié le champ hertzien se sont toujours servis, pour en concentrer les effets, de deux fils métalliques parallèles libres ou réunis à l'une de leurs extrémités et venant aboutir chacun par l'autre à une plaque métallique placée parallèlement à celles de l'excitateur.

Dans ces conditions, un résonateur circulaire déplacé en maintenant son plan perpendiculaire à la direction des fils décèle des régions nodales et ventrales. Nous avons montré précédemment <sup>(1)</sup> qu'outre ce système de ventres et de nœuds que met en évidence le résonateur déplacé dans cette position classique que nous avons appelée position I, il en existe un autre échangeant avec le premier ses sections nodales en sections ventrales et inversement qu'on rend manifeste en déplaçant le résonateur dans deux positions perpendiculaires à la précédente que nous avons désignées positions II et III.

Ces phénomènes ont conduit à assimiler le champ à deux

(1) *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 20 janvier 1898. — *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 31 janvier 1898.



fil à l'analogie d'une sorte de tuyau sonore où se trouveraient étagées les différentes régions alternativement nodales et ventrales et où le résonateur sert d'appareil investigateur.

L'emploi d'un pont métallique jeté sur les deux fils et créant au point où il se trouve placé un nœud pour le système de la position I, semblait rendre encore plus plausible cette assimilation du champ hertzien à deux fils et d'un tuyau sonore dans l'hypothèse des tranches.

Il y avait lieu de se demander quel était en réalité dans ce phénomène le rôle joué par chacun des fils pris isolément.

**I. Propriétés du champ hertzien concentré par un fil unique.** — C'est pour répondre à cette question que nous avons étudié expérimentalement le champ hertzien dû à un seul fil.

Tant pour permettre l'étude complète de ce champ en lui-même que pour faciliter la comparaison des résultats obtenus avec ceux que donne l'étude du champ à deux fils, nous nous sommes astreints à faire cette étude en déplaçant le résonateur dans trois séries de positions différentes.

**1° Positions symétriques.** — Le fil est un axe de symétrie du résonateur.

**Position I.** — Le fil est perpendiculaire au plan du résonateur en son centre.

**Positions II et III.** — Le fil coïncide avec un des diamètres du résonateur. — Il est à remarquer ici que par raison de symétrie les positions II et III sont identiques.

**2° Positions dissymétriques.** — Le fil a subi par rapport au résonateur une translation.

**Position I.** — Le fil est perpendiculaire au plan du résonateur en un point autre que son centre; mais intérieur au cercle que limite le résonateur.

**Positions II et III.** — Le fil coïncide avec une corde du résonateur. Ici encore, par raison de symétrie, les positions II et III sont identiques.

3° Positions extérieures. — On a accentué la translation du fil par rapport au résonateur, de telle sorte que le cercle du résonateur ne rencontre plus le fil.

Position I. — Le fil est perpendiculaire au plan du cercle.

Position II. — Le fil est parallèle à un diamètre du résonateur dont le plan coïncide avec celui qui est déterminé par ce diamètre et par le fil.

Position III. — Le fil est parallèle à un diamètre du résonateur dont le plan est perpendiculaire à celui qui est déterminé par ce diamètre et par le fil.

Dans chacune de ces positions on a fait varier l'azimut du micromètre en conservant les notations employées dans le précédent travail.

Voici les résultats fournis par cette étude :

POSITIONS SYMÉTRIQUES. — Position I. — 1° *Un résonateur déplacé dans la position I manifeste des sections nodales et ventrales, l'extrémité libre du fil étant un ventre. — Toutefois l'intensité du phénomène est des plus faibles, il doit être rapporté au fait d'une dissymétrie impossible à éviter.*

2° *L'intensité TRÈS FAIBLE du phénomène est ÉGALE dans tous les azimuts.*

Positions II et III. — 1° *Présentent les mêmes phénomènes que la position I au chevauchement des ventres et des nœuds près.*

2° *Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre coïncide avec la direction du fil.*

POSITIONS DISSYMÉTRIQUES. — Position I. — 1° *Le résonateur décele des sections nodales et ventrales, l'extrémité libre du fil étant un ventre.*

Les phénomènes sont ici d'une très appréciable intensité.

2° *Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre passe par le fil.*

Positions II et III. — 1° *Le résonateur décele des sections*

*nodales et ventrales qui sont interverties par rapport à celles de la position I, l'extrémité libre du fil étant un nœud.*

*2° Il y a minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est perpendiculaire à la direction du fil.*

POSITIONS EXTÉRIEURES. — Position I. — *1° Le résonateur décèle des sections nodales et ventrales, l'extrémité libre du fil étant un ventre.*

*2° Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre prolongé passe par le fil.*

Position II. — *1° Le résonateur décèle des sections nodales et ventrales interverties par rapport à celles de la position I.*

*2° Il y a minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est perpendiculaire à la direction du fil.*

Position III. — *1° Le résonateur décèle des sections nodales et ventrales identiques à celles de la position II.*

*2° Il y a extinction ou minimum d'effet lorsque le rayon du micromètre est parallèle au fil.*

Dans tous les cas, pour les positions II et III les lectures furent faites au micromètre.

RÉSONATEUR A COUPURE. — A côté de ces résultats relatifs à un résonateur complet, nous placerons ceux auxquels conduit un résonateur à coupure; ils peuvent se ranger sous cette loi déjà énoncée dans un travail précédent :

*« Dans un résonateur à coupure, la coupure joue le rôle que jouait le micromètre dans le résonateur complet. »*

**II. Comparaison des propriétés du champ à un fil et du champ à deux fils.** — A la suite de cette étude du champ à un fil, nous avons effectué une série de mesures comparatives des intensités des phénomènes dans le cas de un et de deux fils.

A cet effet, le résonateur était placé, alors que le champ n'était concentré que par un fil, dans chacune des positions I,

II et III, dans la situation même qu'il devait offrir pour ces différentes positions lorsqu'on ajoutait le second fil concentrant le champ.

Dans ces conditions, les effets du premier fil sur le résonateur étaient identiques, que le second fil soit absent ou qu'il soit tendu. La mesure des distances explosives au micromètre permettait donc de pouvoir se faire une idée de l'augmentation d'intensité qu'apportait dans chaque cas la présence du second fil.

Nous ferons remarquer que les choses étant ainsi disposées, les positions du résonateur par rapport au premier fil correspondaient :

La position I à une position dissymétrique.

La position II à une position dissymétrique.

La position III à une position extérieure.

Voici le tableau résumé de ces mesures comparatives dont la lecture renseignera mieux que tout énoncé :

Positions :		I, 0°	I, 270°	II, 0°	II, 270°	III, 0°	III, 270°
		mm	mm	mm	mm	mm	mm
Champ à un fil.	V	0 135	0 038	0 563	0 323	0 015	0 008
	N	0 060	0 022	0 225	0 240	0 008	0 000
Champ à deux fils.	V	0 240	0 038	1 500	1 410	0 038	0 023
	N	0 090	0 030	1 125	1 028	0 023	0 015

Si l'on rapproche des renseignements que fournit ce tableau le fait que chacun des fils considéré seul agit d'une façon identique sur le résonateur et y produit des phénomènes d'égale intensité, on est tenté de considérer chaque point en regard de chacun des fils comme étant à chaque instant dans le même état électrique.

Or, l'influence que l'établissement d'un pont reliant les deux fils a sur la distribution des sections notables du champ est en désaccord absolu avec cette manière de voir.

En effet, le pont crée aux points qu'il réunit un nœud de la position I, un ventre des positions II et III.

Si les deux fils avaient à chaque instant leurs points en regard dans le même état électrique, l'établissement du pont ne devrait troubler en rien la distribution des sections notables.

Le pont réunit-il, en effet, deux nœuds de chacun des fils considéré seul? Aucun changement dans la distribution des ventres et nœuds ne doit s'ensuivre. C'est, en effet, ce qu'indique l'expérience. Le pont réunit-il deux ventres de chacun des fils considéré seul, si l'état électrique de ces deux points était identique, la communication métallique établie entre eux ne devrait troubler en rien cet état, et la section où se trouve alors le pont devrait demeurer une section ventrale pour la position I.

Or l'expérience indique donc au contraire que le pont crée, dans la section où il se trouve établi, un nœud de la position I, un ventre des positions II et III.

Ainsi donc, bien que chacun des fils considéré seul agisse dans chaque cas sur le résonateur d'une manière identique, détermine un système de nœuds et de ventres identique pour chaque fil, on ne peut considérer les points en regard sur les deux fils comme étant à chaque instant identiques.

Chacun des fils, en effet, se montre, d'après les résultats de l'étude précédente, comme l'analogie d'un tuyau sonore, et les sections nodales et ventrales de ces deux tuyaux parallèles coïncident. Toutefois les sections ventrales en regard semblent n'être pas en tout point identiques.

C'est pour obtenir des renseignements plus complets sur le rôle de chaque fil dans le phénomène que nous avons institué les expériences suivantes :

Les deux plaques A, B de l'excitateur sont disposées parallèlement et aussi éloignées que possible. Elles sont flanquées chacune de deux plaques métalliques indépendantes, parallèles à la plaque d'excitateur dont elles concentrent les effets et dont elles sont d'ailleurs le plus rapprochées possible.

Soient  $a, a'$  les deux plaques parallèles à A;  $b, b'$  celles

voisines de B. Nous indiquerons que le fil 1 a été relié à la plaque  $a$  par le symbole  $1 - a$ .

1° *Les champs à un fil  $1 - a$ ,  $1 - a'$ ,  $1 - b$ ,  $1 - b'$ ;  $2 - a$ ,  $2 - a'$ ,  $2 - b$ ,  $2 - b'$ , donnent le même système de ventres et de nœuds* qui est le suivant :

Position I	N	V	N	V	N	V	N	V
	0 <sup>m</sup> 75	1 <sup>m</sup> 50	2 <sup>m</sup> 25	3 <sup>m</sup> 00	3 <sup>m</sup> 75	4 <sup>m</sup> 50	5 <sup>m</sup> 25	6 <sup>m</sup> 00 (extrémité)
Position II-III	V	N	V	N	V	N	V	N

2° *Les champs à deux fils  $1 - a$  et  $2 - b$ ,  $1 - a'$  et  $2 - b'$ , comme aussi  $1 - a$  et  $2 - b'$ ,  $1 - a'$  et  $2 - b$ , donnent le même système de ventres et de nœuds identique, en position au précédent.*

3° *Les champs à deux fils  $1 - a$  et  $2 - a'$ ,  $1 - b$  et  $2 - b'$  ne donnent plus aucun système de ventres et de nœuds.*

*Il y a INTERFÉRENCE tout le long du champ.*

Le résonateur étant, par exemple, placé par rapport au champ des deux fils dans la position I, 0°, à chaque instant l'effet produit sur lui par le fil 1 est annulé par l'effet du fil 2. Ces deux fils, en effet, se trouvent placés par rapport au résonateur dans une position I dissymétrique.

Les déterminations d'intensité qui suivent montrent la netteté de ce phénomène.

Pour plus de commodité les deux fils ont été tendus dans le champ, ils sont à volonté reliés ou non aux plaques  $aa'bb'$ . Il y a bien de ce fait une petite perturbation, mais assez faible, comme le montre la mesure faite avec un seul fil tendu dans les mêmes conditions.

Position I, 0°.      V — 4<sup>m</sup>50.

Champs :	$1 - a$ et $2 - a'$	$1 - a$ et $2 - b$	$1 - 0$ et $2 - b$	$2 - b$
Intensités :	0 <sup>mm</sup> 030	0 <sup>mm</sup> 248	0 <sup>mm</sup> 150	0 <sup>mm</sup> 135

On essaya dans le cas d'interférence  $1 - a$ ,  $2 - a'$  de faire une détermination en déplaçant un pont jeté sur les deux fils, mais quelle que fût sa situation par rapport au résonateur, ce

dernier ne manifesta constamment que des étincelles à peine perceptibles.

Ainsi donc, dans ce cas, deux points en regard pris sur chacun des fils se trouvent au même instant dans le même état électrique, et leurs actions sur le résonateur, action mise bien nettement en évidence par l'étude de chacun d'eux pris isolément, se détruisent exactement.

Au contraire, dans le cas du champ à deux fils mis en relation respectivement avec des plaques en regard, l'une de A, l'autre de B, tels que le champ 1 — *a* et 2 — *b*, les actions sur le résonateur s'ajoutent et les phénomènes se montrent plus intenses qu'avec un seul des fils.

D'ailleurs, les expériences suivantes viennent confirmer cette manière de voir :

1° Les deux fils, au lieu d'être placés, comme précédemment, chacun dans une position dissymétrique par rapport au

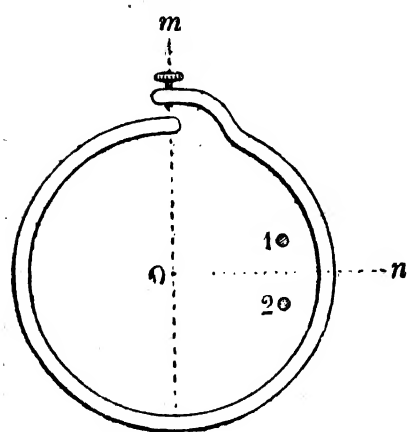


Fig. 1.

résonateur, mais de telle sorte que des actions identiques produites par chacun d'eux sur le résonateur s'annulent, furent disposés l'un et l'autre encore dissymétriquement par rapport au résonateur, mais de façon que ces actions s'ajoutent.

A cet effet, les fils étaient perpendiculaires au plan du résonateur en des points différents de son centre, mais

situés l'un et l'autre dans le même demi-cercle par rapport au diamètre du micromètre.

On voit d'ailleurs (fig. 1), qu'il suffisait de tourner dans son plan le résonateur de  $90^\circ$  pour amener son micromètre de *m* en *n* et se retrouver dans une position, par rapport aux fils 1 et 2, analogue à celle de l'expérience précédente.

Voici les résultats obtenus pour la position I :

CHAMPS	MICROMÈTRE EN $m$	MICROMÈTRE EN $n$
1 — 0		
2 — $a'$	0 <sup>mm</sup> 75	1 <sup>mm</sup> 39
1 — $a$		
2 — $a'$	1 <sup>mm</sup> 13	0 <sup>mm</sup> 04
1 — $a$		
2 — $b$	0 <sup>mm</sup> 03	1 <sup>mm</sup> 97

Rapprochons de cette expérience les suivantes :

Un seul fil se trouvant tendu dans le champ, si on le met en communication avec les deux plaques  $a$  et  $a'$ , proches toutes deux de la même plaque de l'excitateur, le système de nœuds et ventres qui s'observent manifeste une intensité à très peu près égale à celle que manifeste le fil mis en relation avec une seule des plaques  $a$  ou  $a'$ .

Au contraire, le fil relié simultanément aux deux plaques  $a$  et  $b$  proches l'une d'une plaque de l'excitateur, l'autre de l'autre, ne manifeste plus de phénomènes appréciables; on n'obtient plus au résonateur que des étincelles imperceptibles, en le déplaçant tout le long du fil;

2° Pour mettre plus nettement encore en évidence ce rôle différent de chacun des fils, nous avons songé à augmenter la longueur de l'un des fils, tout en laissant à l'autre sa longueur primitive.

La longueur d'onde du résonateur employé étant de 3 mètres, on a porté l'augmentation de longueur du fil à 0<sup>m</sup>75, c'est-à-dire à un quart de longueur d'onde.

Voici les résultats obtenus :

*Cas du champ ordinaire à deux fils : 1 —  $a$  et 2 —  $b$ .*

Le fil 1 étant allongé de 0<sup>m</sup>75 ( $\lambda/4$ ), on constate que *l'intensité des étincelles du résonateur augmente aux nœuds et diminue aux ventres.*

Déplacé tout le long du champ, le résonateur décèle *dans la partie du champ voisine des plaques des ventres de même*



situation qu'avant l'allongement, mais d'intensité plus faible.  
 — *Dans la partie voisine des extrémités*, les ventres et les nœuds manifestent une intensité presque égale.

*Cas du champ interférent à deux fils : 1 —  $a$  et 2 —  $a'$ .*

Dès qu'on augmente la longueur du fil 1, le résonateur qui ne manifestait en tout point que des étincelles à peu près imperceptibles ( $0^{\text{mm}}007$  à  $0^{\text{mm}}015$ ), manifeste aux ventres comme aux nœuds des étincelles perceptibles variant de  $0^{\text{mm}}023$  à  $0^{\text{mm}}075$ .

*L'interférence cesse de se produire dès qu'on allonge le fil 1.*

3° Enfin, il est un moyen de mettre tout à fait hors de doute

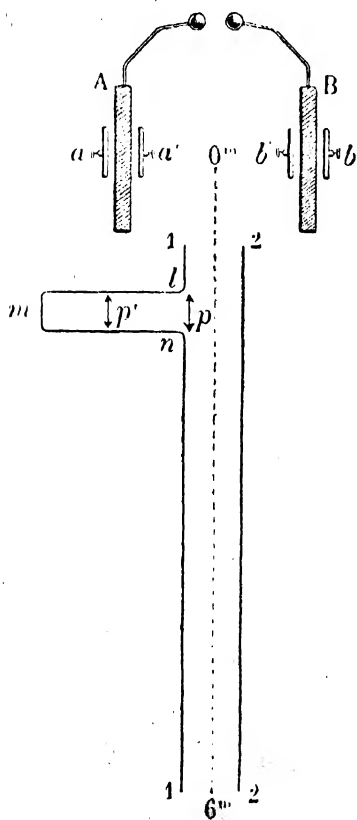


Fig. 2.

cette différence des ventres successifs d'un même fil comme celle des ventres en regard dans le cas du champ ordinaire à deux fils.

Il suffit pour cela de disposer les choses de telle sorte qu'un ventre de l'un des fils devienne à volonté de même signe que celui en regard ou de signe contraire.

Supposons que l'un des fils, le fil 1 par exemple (fig. 2), soit coupé en un point voisin de l'excitateur, et qu'on intercale dans la coupure une longueur supplémentaire de fil  $m n p$  égale à une demi-longueur d'onde ( $1^{\text{m}}50$  dans le cas actuel), longueur que l'on remplacera d'ailleurs à volonté par l'interposition d'un pont  $p$  rétablissant la longueur primitive du fil.

Les choses étant ainsi disposées, et le résonateur étant déplacé successivement dans les positions I et II, on constate les faits suivants :

*Cas du champ 1 — a et 2 — b :*

Le pont étant établi en  $p$  : *Système de ventres et de nœuds successifs.*

Sans pont en  $p$  : *Interférence tout le long du champ.*

*Cas du champ 1 — a et 2 — a' :*

Le pont établi en  $p$  : *Interférence tout le long du champ.*

Sans pont en  $p$  : *Système de ventres et de nœuds successifs.*

Comme contrôle de cette expérience, nous avons intercalé dans la coupure du fil 1 une longueur supplémentaire de fil  $m n p$  égale à une longueur d'onde entière, en établissant deux ponts, l'un en  $p$  comme précédemment, l'autre en  $p'$  (fig. 2) réduisant la longueur intercalée à une demi-longueur d'onde.

On trouve alors :

*Cas du champ 1 — a et 2 — b :*

Pont établi en  $p$  : *Système de ventres et de nœuds successifs.*

Pont établi en  $p'$  : *Interférence tout le long du champ.*

Sans ponts : *Système de ventres et de nœuds successifs.*

*Cas du champ 1 — a et 2 — a' :*

Pont établi en  $p$  : *Interférence tout le long du champ.*

Pont établi en  $p'$  : *Système de ventres et de nœuds successifs.*

Sans ponts : *Interférence tout le long du champ.*

Nous nous sommes servi de ce dispositif commode pour répéter dans les deux cas du champ ordinaire à deux fils et du champ interférent à deux fils, l'expérience 1<sup>o</sup> dans laquelle le résonateur est situé de telle sorte que les deux fils traversent le même demi-cercle déterminé par le diamètre passant par le micromètre situé en  $m$  (fig. 1).

On obtient les résultats suivants :

CHAMPS		MICROMÈTRE EN <i>m</i>
1 — <i>a'</i>	avec pont en <i>p</i>	0mm 15
2 — <i>b'</i>	sans pont	0mm 56
1 — <i>a</i>	avec pont en <i>p</i>	0mm 75
2 — <i>a'</i>	sans pont	0mm 18

Ces différentes expériences permettent, en définitive, de conclure :

1° Que chaque fil du champ ordinaire à deux fils constitue, pris isolément, un système de ventres et de nœuds offrant à l'extrémité libre un ventre de la position I et un nœud des positions II ou III.

2° Que l'état électrique de deux ventres en regard pris sur chacun des fils n'est cependant pas identique, mais de signes contraires. Cela explique le renforcement des phénomènes que produit l'addition du second fil du champ ordinaire à deux fils.

3° Qu'il est possible de mettre les ventres en regard dans le même état électrique à chaque instant, ce qui produit une complète interférence tout le long du champ. — Il suffit, soit de relier les deux fils à des plaques en regard du même plateau de l'excitateur (*cas du champ interférent*), soit encore d'intercaler dans une coupure faite sur l'un des fils (*cas du champ ordinaire*) une longueur supplémentaire de fil égale à une demi-longueur d'onde.

### De la rotation de la terre supposée fluide à son intérieur;

Par M. Luc PICART.

Dans un mémoire publié en 1895 dans les *Philosophical Transactions*, M. Hough a recherché quelle influence peut

avoir la fluidité interne sur la période du déplacement de l'axe de rotation à la surface du globe. Sloudsky a traité simultanément la même question dans le *Bulletin de la Société des Naturalistes de Moscou*, et a obtenu les mêmes formules que M. Hough, aux notations près: il a renoncé à discuter ses résultats et à les comparer aux observations, à cause, dit-il, de la restriction trop grande qu'il a dû imposer à ses hypothèses.

M. Hough, au contraire, conclut que la fluidité interne du globe semble contradictoire avec les résultats obtenus par M. Chandler en comparant les observations des variations de latitude.

C'est cette conclusion que je me propose de discuter, indépendamment des hypothèses auxquelles elle se rattache.

Si l'on désigne par  $\lambda$  la durée, exprimée en jours sidéraux, de la période du déplacement de l'axe de rotation (laissant de côté la période voisine d'un jour sidéral), on trouve

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{C_1 - A_1}{A_1} + qe^2,$$

$A_1$  et  $C_1$  étant les moments d'inertie principaux de l'écorce rigide,  $e$  l'excentricité du noyau fluide, supposée assez faible pour qu'on puisse négliger les puissances d'ordre supérieur à 2. On a posé  $q = \frac{ma_1^2}{5A_1}$ ,  $m$  étant la masse du noyau,  $a$  son rayon équatorial, de sorte que  $2q$  représente le rapport des deux moments d'inertie par rapport à un axe équatorial du noyau et de l'écorce.

La théorie de la précession donne environ  $\frac{1}{305}$  pour la valeur du rapport  $\frac{C - A}{C}$ ,  $C$  et  $A$  étant les moments d'inertie de la terre entière. En calculant  $\frac{C - A}{C}$  en fonction de  $\frac{C_1 - A_1}{A_1}$ , il n'est pas difficile de conclure que  $\lambda$  devrait être inférieur à 305,

et par suite que  $\lambda$  ne pourrait être égal à 427, comme l'exige la discussion de M. Chandler.

Mais la constante de la précession dont il s'agit a été obtenue en supposant la terre entièrement rigide. Cette constante, cela résulte du mémoire de Sloudsky, n'a plus la même expression quand on suppose l'existence d'un noyau fluide. En adoptant la même approximation que plus haut, on déduit facilement de l'expression générale de Sloudsky la formule suivante :

$$\frac{1}{305} = \frac{C - A}{C_1} \frac{1}{1 + q(2 + e^2)}.$$

On a d'ailleurs

$$C = C_1 + \frac{2}{5} m a_1^2,$$

$$A = A_1 + m \frac{a_1^2 + c_1^2}{5},$$

d'où

$$\frac{C - A}{C_1} = \left( \frac{C_1 - A_1}{A_1} + q e^2 \right) \frac{A_1}{C_1}.$$

Nous avons donc à voir si les deux équations

$$\frac{1}{427} = \frac{C_1 - A_1}{A_1} + q e^2,$$

$$\frac{1}{305} = \left( \frac{C_1 - A_1}{A_1} + q e^2 \right) \frac{A_1}{C_1} \frac{1}{1 + 2q + q e^2}$$

sont compatibles,  $q$  étant une quantité positive et  $e$  une quantité très petite.

L'élimination du rapport  $\frac{C_1}{A_1}$  donne aisément

$$(1) \quad q e^2 = \frac{856q + 123}{854q - 1}.$$

La valeur de  $e^2$  sera positive si  $q$  est plus grand que  $\frac{1}{854}$ . On remarquera que cette valeur ne peut être nulle, c'est-à-dire que le noyau interne ne peut être sphérique.

Pour qu'elle soit inférieure à l'unité, il faut que l'on ait  $q > 1$ , 13, et, pour qu'elle soit très petite, il faut que  $q$  soit très grand.

Cherchons si l'ellipticité du noyau peut être la même que celle de l'écorce;  $e'$  est sensiblement le double de l'aplatissement, et l'on aurait alors  $e' = \frac{1}{149}$ .

L'équation (1) donnerait sensiblement  $q = 142$ .

Or, si l'on suppose l'écorce rigide homogène, de même qu'on a supposé homogène le noyau fluide, et si l'on désigne par  $a$  le rayon équatorial de la terre, on a

$$2q = \frac{a_1^3}{a^3 - a_1^3} \frac{\rho_1}{\rho},$$

$\rho$ , étant la densité du fluide, et  $\rho$  celle de l'écorce.

La théorie de la figure de la terre donne, pour le rapport des densités au centre et à la surface, un nombre assez voisin de 4. Ce nombre devrait être notablement diminué dans l'hypothèse où le noyau fluide serait considérable, la densité moyenne de la terre étant comprise entre deux et trois fois celle de l'écorce; adoptons-le néanmoins. On aurait donc

$$\frac{a_1^3}{a^3 - a_1^3} = 71,$$

d'où

$$\frac{a_1}{a} = 0,9972.$$

L'épaisseur de la croûte serait donc moindre que les trois millièmes du rayon terrestre, soit à peu près vingt kilomètres, résultat évidemment inadmissible.

Nous pouvons donc simplement conclure que les observations des variations de latitude contredisent l'hypothèse de l'existence d'un noyau fluide de faible excentricité, si l'on suppose en même temps l'écorce absolument rigide.

---

*Séance du 21 avril 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

MM. Soulard, pharmacien des hôpitaux, et Chaine, préparateur de zoologie de la Faculté des sciences, sont élus membres titulaires de la Société.

## Corrections calorimétriques

Méthodes de compensation;

Par M. R. BOULOUCH.

L'équation calorimétrique peut être mise sous la forme

$$Y + X(T - t_2) = M(t_2 - t_1) + \int_{x_1}^{x_2} R dx,$$

Y représentant une quantité de chaleur indépendante de la température (chaleur de fusion, etc.);

X, la valeur en eau du système S de corps à la température T;

M, la masse en eau du calorimètre;

$t_1$ , la température du calorimètre au moment de l'immersion des corps S;

$t_2$ , la température maximum du calorimètre ou une température prise un instant après;

$x_1, x_2$ , les époques correspondantes aux températures  $t_1$  et  $t_2$ ;

Enfin,  $R dx$  représentant la quantité de chaleur perdue dans le temps  $dx$  lorsque la température du calorimètre, supposée uniforme, est  $t_1$ , l'intégrale représente donc le terme de correction.

Pour évaluer ce terme, nous remarquerons que si on se

place dans des conditions déterminées constantes,  $R$  est une fonction de la température seule. — L'hypothèse la plus simple (d'ailleurs équivalente à celle dite de Regnault-Pfaundler), consiste à supposer que  $R$  est une fonction linéaire de  $t$ ,

$$R = A + Bt,$$

de telle sorte que

$$\int_{x_1}^{x_2} R dx = A (x_2 - x_1) + B \int_{x_1}^{x_2} t dx.$$

On aura une valeur approchée de l'intégrale si, divisant la durée  $x_2 - x_1 = D_1$  en  $m_1$  périodes  $\delta x$  telles que

$$\delta x = \frac{x_2 - x_1}{m_1} = \frac{D_1}{m_1};$$

dès lors  $\int_{x_1}^{x_2} t dx$  sera approximativement égale à  $D_1 \sum_{x_1}^{x_2} \frac{t}{m_1}$ , ou en désignant par  $\bar{t}_1$  cette quantité qu'on pourra appeler température moyenne pendant la période  $D_1$  et qui a pour expression

$$\bar{t}_1 = \frac{\frac{t_1 + t_2}{2} + t'_1 + t'_2 + \dots + t'_{m_1-1}}{m_1} = \frac{\sigma_1}{m_1},$$

$t'_1, t'_2$  étant les températures observées de  $\delta x$  en  $\delta x$ , la valeur approchée de l'intégrale sera  $D_1 \bar{t}_1$ , de telle sorte que l'équation calorimétrique pourra s'écrire

$$(1) \quad Y + X(T - t_2) = M(t_2 - t_1) + D_1(A + B\bar{t}_1).$$

Pour déterminer les constantes  $A$  et  $B$ , il faudra deux autres équations; l'une d'elles sera fournie par l'observation du thermomètre de  $\delta x$  en  $\delta x$  depuis la température  $t_1$  jusqu'à une température  $t_2$  qui terminera la période dite finale,  $\bar{t}_2$  étant la température moyenne pendant cette période de durée  $D_2 = m_2 \delta x$ , on aura, puisque les corps  $S$  ont à chaque instant la même température que le calorimètre,

$$(2) \quad X(t_2 - t_1) = M(t_2 - t_1) + D_2(A + B\bar{t}_2).$$



La troisième équation pourrait être fournie par l'étude du thermomètre pendant une période précédant l'immersion, la température variant de  $t_0$  à  $t_1$ , mais les constantes A et B ne seront nécessairement les mêmes que précédemment que si les corps S sont dans le calorimètre; il vaudra donc mieux ramener le système à la température  $t_0$  après l'expérience, par le procédé de M. Berthelot; dans ces conditions, si  $D_0$  est la durée,  $\bar{t}_0$  la température moyenne, on aura

$$(3) \quad X(t_0 - t_1) = M(t_1 - t_0) + D_0(A + B\bar{t}_0).$$

Si on élimine A et B entre ces trois équations, on obtient l'équation

$$(4) \quad Y + X[T - (t_2 + \varepsilon)] = M[(t_2 + \varepsilon) - t_0],$$

en posant

$$(5) \quad \varepsilon = \frac{D_1}{\bar{t}_0 - \bar{t}_2} \left[ \frac{t_1 - t_0}{D_0} (\bar{t}_1 - \bar{t}_2) + \frac{t_2 - t_1}{D_2} (\bar{t}_0 - \bar{t}_1) \right],$$

et l'on voit que la correction calorimétrique résultera de la substitution à la température lue  $t_2$  de la température corrigée  $t = t_2 + \varepsilon$ .

Le terme  $\varepsilon$  peut encore s'écrire

$$(6) \quad \varepsilon = \frac{D_1}{\bar{t}_0 - \bar{t}_2} [\omega_0 (\bar{t}_1 - \bar{t}_2) + \omega_2 (\bar{t}_0 - \bar{t}_1)],$$

en désignant par  $\omega_0$ ,  $\omega_2$ , les vitesses moyennes de *réchauffement* du calorimètre pendant les périodes initiale et finale; cette formule donne exactement la même correction que la formule Regnault-Pfaundler, mais cette dernière ne corrige  $t_2$  qu'au deuxième membre seulement.

La formule (6) permet d'établir une méthode de compensation; pour que  $\varepsilon$  soit nul, il faut et il suffit que

$$(7) \quad \frac{\omega_0}{\omega_2} = - \frac{\bar{t}_0 - \bar{t}_1}{\bar{t}_1 - \bar{t}_2}.$$

Dans les conditions habituelles,  $\bar{t}_1 > \bar{t}_0$ ,  $\bar{t}_2 > \bar{t}_1$ , donc  $\omega_0$  et

$\omega_2$  doivent être de signe contraire; de plus, en raison de la marche de la température du calorimètre pendant la période moyenne, rapide au début, très lente au voisinage du maximum,  $\tau_2 - \tau_1$  est notablement plus petit que  $\tau_1 - \tau_0$ , par conséquent la compensation ne pourra avoir lieu que si  $\omega_0$  (vitesse de réchauffement dans la période initiale) est supérieur à  $-\omega_1$  (vitesse de refroidissement pendant la période finale); d'ailleurs  $(\tau_2 - \tau_1)$ ,  $(\tau_1 - \tau_0)$  sont sensiblement indépendantes des valeurs absolues des températures moyennes, de telle sorte qu'il sera facile d'instituer une méthode de compensation basée sur la relation (7).

Une deuxième méthode de compensation pourra résulter immédiatement de la forme même du terme  $R = A + Bt_1$ .

Supposons qu'on puisse déterminer une température  $\Theta$  du calorimètre (contenant les corps S), telle que la vitesse de réchauffement soit nulle; on a évidemment

$$A + B\Theta = 0.$$

Pour que R soit nul, il suffira que l'on ait

$$(8) \quad \tau_1 = \Theta,$$

c'est-à-dire que la température moyenne du calorimètre pendant la période de l'expérience soit égale à la température d'équilibre thermique du calorimètre.

Pour comparer les conditions (7) et (8), supposons que l'on donne à  $R = f(t)$  une forme un peu plus complexe et soit

$$R = A + Bt + Ct^2.$$

Il sera nécessaire d'avoir une quatrième équation, qu'on obtiendra en étudiant la marche du calorimètre ramené à une température comprise entre  $t_1$  et  $t_2$  et au voisinage de laquelle la vitesse de réchauffement est  $\omega_2$ . — Si nous désignons par  $\Theta_0^2$ ,  $\Theta_1^2$ ,  $\Theta_2^2$ ,  $\Theta_3^2$ , les moyennes de carrés des températures pendant les périodes de même indice, nous obtiendrons

sous forme de déterminants la valeur de  $\epsilon$  et celle du coefficient C; on aura

$$\epsilon = \frac{D_1 \begin{vmatrix} \theta_0^2 & \bar{\epsilon}_0 & 1 & \omega_0 \\ \theta_1^2 & \bar{\epsilon}_1 & 1 & 0 \\ \theta_2^2 & \bar{\epsilon}_2 & 1 & \omega_2 \\ \theta_3^2 & \bar{\epsilon}_3 & 1 & \omega_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \theta_0^2 & \bar{\epsilon}_0 & 1 \\ \theta_1^2 & \bar{\epsilon}_1 & 1 \\ \theta_2^2 & \bar{\epsilon}_2 & 1 \end{vmatrix}} \quad \text{et } C = \frac{- \begin{vmatrix} \bar{\epsilon}_0 & 1 & \omega_0 \\ \bar{\epsilon}_1 & 1 & \omega_1 \\ \bar{\epsilon}_2 & 1 & \omega_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \bar{\epsilon}_0 & 1 & \theta_0^2 \\ \bar{\epsilon}_1 & 1 & \theta_1^2 \\ \bar{\epsilon}_2 & 1 & \theta_2^2 \end{vmatrix}} (X + M).$$

Si, dans ces expressions, on suppose que les deux conditions (7) et (8) sont à la fois satisfaites, la dernière en choisissant

$$\theta_2^2 = \theta^2, \quad \bar{\epsilon}_2 = \theta, \quad \omega_2 = 0 \quad \text{et} \quad \bar{\epsilon}_1 = \theta,$$

$\epsilon$  et C s'annulent à la fois; ceci permet de déterminer dans quelles conditions l'hypothèse fondamentale  $R = A + Bt$  est acceptable. — Il faut que les deux conditions (7) et (8) puissent être réalisées à la fois.

Enfin, une dernière remarque. Si la période d'expérience est extrêmement courte (1/2 minute par exemple), on prend habituellement

$$\bar{\epsilon}_1 = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Cette valeur de  $\bar{\epsilon}_1$  conduit à des erreurs exactement du même ordre que celles qui résultent de l'application de la méthode de compensation de Rumford; elle suppose que les températures varient linéairement; on se rapproche beaucoup plus de la vérité en supposant que la variation est représentée par une courbe parabolique d'ordonnée maximum  $t_2$ , dans cette hypothèse on doit prendre

$$\bar{\epsilon}_1 = \frac{t_1 + 2t_2}{3}.$$

## Sur les formes et les symétries du carré de la distance de deux astres ;

Par M. ADRIEN FÉRAUD.

Désignons par  $L^1, L''$  et par  $\sin \varphi, \sin \varphi'$  la longueur du grand axe et l'excentricité de chacune des deux orbites, et soit  $J$  l'inclinaison mutuelle de leurs plans. Soient  $\varpi$  et  $\varpi'$  les angles des lignes des périhélies avec la ligne des nœuds qui passe par le foyer commun. Soient encore  $u$  et  $u'$  les anomalies excentriques des deux planètes. Posons enfin

$$e^{iu} = x, \quad e^{iu'} = y.$$

On sait que le carré de la distance des deux astres  $D^2$  s'exprime par la formule

$$\frac{D^2}{L^1} = (\xi - \beta\eta)(\xi_0 - \beta_0\eta_0) + \frac{1}{2}(\cos J - 1)[\gamma\xi\eta + \gamma_0\xi_0\eta_0 - (\beta_0\xi\eta_0 + \beta\xi_0\eta)],$$

où l'on a posé

$$\begin{aligned} \beta &= L'^2 L^{-2} e^{i(\varpi' - \varpi)} & \xi &= \frac{1}{2}(x + x^{-1}) - \sin \varphi + \frac{1}{2} \cos \varphi (x - x^{-1}), \\ \gamma &= L'^2 L^{-2} e^{i(\varpi' + \varpi)} & \eta &= \frac{1}{2}(y + y^{-1}) - \sin \varphi' + \frac{1}{2} \cos \varphi' (y - y^{-1}), \end{aligned}$$

et où  $\beta_0, \gamma_0, \xi_0, \eta_0$ , désignent les quantités conjuguées de  $\beta, \gamma, \xi, \eta$ .

Le carré de la distance des deux planètes est donc un polynôme du second degré par rapport aux quatre variables  $x, y, x^{-1}, y^{-1}$ , que dans la suite j'appellerai  $F(x, y)$ .

Le coefficient  $A_{a,b}$  de  $e^{i(au + bu')}$ , dans le développement suivant les puissances de  $e^{iu}$  et de  $e^{iu'}$  de la partie principale de la fonction perturbatrice qui est égale à  $\frac{1}{D}$  ou à  $\frac{1}{\sqrt{F(x, y)}}$ , est

donné par la formule

$$A_{a,b} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{|x|=1} \int_{|y|=1} x^{-a} y^{-b} \frac{dx dy}{xy \sqrt{F(x,y)}}.$$

Dans un mémoire : *Sur les périodes des intégrales doubles et le développement de la fonction perturbatrice* (*Journal de Mathématiques*, 5<sup>e</sup> série, t. III), M. Poincaré a développé une méthode pour étudier les relations de récurrence qui lient entre eux les coefficients  $A_{a,b}$ .

La nature de ces relations dépend essentiellement de la forme et des symétries du polynôme  $F(x, y)$ .

On est donc tout d'abord amené à étudier le polynôme  $F(x, y)$  à ce dernier point de vue. Ce sont les résultats de cette étude préliminaire que je voudrais communiquer à la Société.

Représentons chaque terme de  $F(x, y)$  par le point dont l'abscisse est égale à l'exposant de  $x$  dont l'ordonnée est égale à l'exposant de  $y$ .

Le polynôme  $F(x, y)$  sera dit de la forme (1), (2), (3) ou (4) suivant que les points représentatifs de ses termes seront tous situés à l'intérieur et sur les côtés des polygones tracés sur les figures (1), (2), (3), (4).

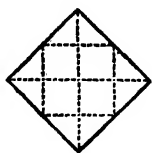


Fig. 1.

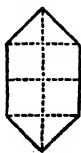


Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.

Je dirai que le polynôme  $F(x, y)$  présente la symétrie  $\sigma$  s'il ne change pas lorsqu'on effectue sur  $x$  et  $y$  les transformations définies par la substitution  $\sigma$ .

Il suffit de considérer, pour l'objet que l'on a en vue, les substitutions qui sont, ou bien de la forme  $\begin{vmatrix} x & y \\ \pm x^{\pm 1} & \pm y^{\pm 1} \end{vmatrix}$ , ou bien de la forme  $\begin{vmatrix} x & y \\ \pm y^{\pm 1} & \pm x^{\pm 1} \end{vmatrix}$ .

J'ai cherché les conditions nécessaires et suffisantes que doivent remplir les deux orbites pour que le polynome  $F(x, y)$  présente ces diverses symétries.

En prenant d'abord les diverses situations des orbites que l'on a rencontrées dans la discussion précédente, puis en les combinant entre elles de toutes les manières possibles, on arrive à la distinction de tous les cas du problème qu'il y a lieu d'envisager.

C'est ainsi que j'ai procédé pour former le tableau suivant :

La première colonne contient le numéro de la forme du polynome  $F(x, y)$  et les symétries qu'il présente. Je n'ai inscrit que les symétries qui ne se déduisent pas les unes des autres et qui, à cet égard, peuvent être considérées comme *fondamentales*.

Les symétries fondamentales, au nombre de cinq, sont :

$$\sigma_1 = \begin{vmatrix} x & y \\ x^{-1} & y \end{vmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{vmatrix} x & y \\ -x & -y \end{vmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{vmatrix} x & y \\ -x^{-1} & y^{-1} \end{vmatrix},$$

$$\sigma_4 = \begin{vmatrix} x & y \\ x^{-1} & y^{-1} \end{vmatrix}, \quad \sigma_5 = \begin{vmatrix} x & y \\ y & x \end{vmatrix}.$$

En appliquant purement et simplement les conclusions obtenues en cherchant les conditions nécessaires et suffisantes pour que  $F(x, y)$  présente les diverses symétries, j'avais trouvé, dans chaque hypothèse, ainsi qu'il fallait s'y attendre, toutes les symétries que l'on déduit par la combinaison des symétries fondamentales. Cette comparaison m'a d'ailleurs fourni un contrôle précieux, car elle a montré qu'en étudiant les diverses symétries, j'avais bien obtenu toutes les conditions nécessaires et suffisantes.

Dans la deuxième colonne, j'ai indiqué la nature et la position des deux orbites, en réunissant par une accolade tous les cas où la nature des orbites est la même.

FORME ET SYMÉTRIE de $F(x, y)$ .	NATURE ET POSITION DES DEUX ORBITES
(1).....	1° Les deux orbites n'ont pas de situation particulière.
(1); $\sigma_1$ .....	2° La seconde orbite est dans un plan perpendiculaire au plan de la première et passant par le grand axe de celle-ci.
(1); $\sigma_4$ .....	3° Les grands axes sont ou bien confondus avec la ligne des nœuds ou bien perpendiculaires à la ligne des nœuds.
(1); $\sigma_4$ .....	4° Les deux orbites sont égales et placées de façon que $\sigma' = \sigma + \pi$ ; les sens suivant lesquels on compte les longitudes sont choisis de façon que, lorsqu'on rabat l'une de ces ellipses sur le plan de l'autre de manière que les lignes des périhélie soient sur le prolongement l'une de l'autre, ces deux sens coïncident.
(1); $\sigma_1, \sigma_4$ .....	5° Les plans des orbites sont perpendiculaires et les grands axes coïncident avec la ligne des nœuds.
(1); $\sigma_1, \sigma_3$ .....	6° Les deux orbites sont égales et leurs lignes des périhélie confondues avec la ligne des nœuds sont dirigées en sens contraire.
(1); $\sigma_1, \sigma_4, \sigma_3$ .....	7° Les deux orbites sont égales, les lignes des périhélie confondues avec la ligne des nœuds sont dirigées en sens contraire, et leurs plans sont perpendiculaires.
(1); $\sigma_2, \sigma_4, \sigma_3$ .....	8° Les orbites sont concentriques.
(1); $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ .....	9° Les orbites sont concentriques et leurs plans perpendiculaires.
(2).....	10° L'orbite elliptique n'a pas de situation particulière.
(2); $\sigma_1$ .....	11° Le plan de l'orbite elliptique est perpendiculaire au plan de l'orbite circulaire.
(2); $\sigma_3$ .....	12° Le grand axe de l'orbite elliptique est perpendiculaire à la ligne des nœuds.
(2); $\sigma_1$ .....	13° Le grand axe de l'orbite elliptique est confondu avec la ligne des nœuds.
(2); $\sigma_1, \sigma_4$ .....	14° Les plans des orbites sont perpendiculaires et le grand axe de l'orbite elliptique confondu avec la ligne des nœuds.
(2); $\sigma_1, \sigma_3$ .....	15° Le grand axe de l'orbite elliptique est perpendiculaire au plan du cercle.
(3); $\sigma_3$ .....	16° Le grand axe de l'orbite elliptique est perpendiculaire à la ligne des nœuds et l'excentricité de cette orbite égale à $\sin J$ .
(4); $\sigma_2, \sigma_4, \sigma_3$ .....	17° Les plans des deux orbites ne sont pas perpendiculaires.
(4); $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_4, \sigma_3$ .....	18° Les plans des deux orbites sont perpendiculaires.

## Sur le pouvoir dioptrique d'un système centré;

Par M. H. BORDIER.

M. Bordier communique une démonstration géométrique simple de la relation

$$\Phi' = \delta F'_1 F'_2,$$

établie par M. Monoyer dans sa *Théorie générale des systèmes centrés* (Société de Physique, Paris, 1883). Cette formule donne le pouvoir dioptrique  $\Phi'$  d'un système centré composé de deux dioptries en fonction des pouvoirs dioptriques  $F'_1$  et  $F'_2$  de chacun d'eux et de la distance comprise entre le foyer postérieur du premier et le foyer antérieur du deuxième.

Cette relation peut être appliquée à l'œil. Elle donne

$$\Phi' = 43,7 \text{ dioptries,}$$

alors que le calcul direct donne

$$\Phi' = 43,687.$$

Cette remarque fournit deux applications immédiates :

I. La connaissance du pouvoir dioptrique  $\Phi'$  d'un œil permet d'évaluer le degré d'amétropie de cet œil, car le degré d'amétropie peut être défini : le nombre de dioptries qui se trouve en excès (myopie) ou en déficit (hypermétropie) dans un œil amétrope, relativement à l'emmétrope, et l'on a

$$N = \pm (\Phi' - E'),$$

$\Phi'$  étant le pouvoir dioptrique effectif de l'œil amétrope et  $E'$  le pouvoir dioptrique qu'il faudrait attribuer à cet œil pour que son second point focal  $\varphi'$  tombât sur la rétine.

II. La même formule de Monoyer fournit enfin un moyen commode d'exprimer le rayon de courbure de la cornée de l'œil schématique en fonction du degré d'amétropie, expression



qui n'a jamais été donnée jusqu'à ce jour et que l'on obtient de la façon suivante. On a

$$\Phi' = \delta F'_1 F'_2,$$

ou, en remplaçant  $\delta$  par sa valeur déduite des constantes de l'œil schématique,

$$\Phi' = F'_1 + F_2 - d F'_1 F_2.$$

On tire de là

$$F'_1 = \frac{\Phi' - F_2}{1 - d F_2}.$$

Mais  $F'_1$ , pouvoir dioptrique du dioptre cornéen, a pour expression, en désignant par  $r$  le rayon de courbure de la cornée et par  $n$  l'indice de réfraction de l'humeur aqueuse ( $n = \frac{4}{3}$ ),

$$F'_1 = \frac{n-1}{n} \times \frac{1}{r},$$

et l'on peut écrire

$$\frac{n-1}{n} \times \frac{1}{r} = \frac{\Phi' - F_2}{1 - d F_2};$$

d'où

$$r = \frac{(n-1)(1 - d F_2)}{n(\Phi' - F_2)}.$$

En utilisant la formule précédemment indiquée pour l'expression du degré d'amétropie d'un œil, on peut remplacer  $\Phi'$  par la valeur

$$\Phi' = E' \pm N,$$

ce qui donne

$$r = \frac{(n-1)(1 - d F_2)}{n(E' - F_2 \pm N)}.$$

Le signe + se rapporte à la myopie, le signe — à l'hypermétropie.

On voit combien il devient simple alors, connaissant  $E_1$ ,  $d$  et  $F_2$ , de calculer le rayon de courbure de la cornée et de savoir à quel degré d'amétropie de courbure correspond une augmentation ou une diminution donnée de ce rayon.

Cette expression permet donc d'être renseigné pour les amétropies de courbure, sur la variation de la courbure cornéenne correspondant à chaque degré d'amétropie, comme on l'est depuis longtemps pour les amétropies axiales sur la variation de la distance de la rétine au foyer pour chaque degré d'amétropie ( $0^{\text{mm}}, 3$  pour 1 dioptrie).

*Séance du 5 mai 1898.*

PRÉSIDENTE DE M. BOULOUCH.

M. Chipart, ingénieur des mines, est nommé membre titulaire de la Société.

### Sur l'équation d'Euler;

Par M. W. DE TANNENBERG.

M. de Tannenberg présente une démonstration élémentaire de quelques formules relatives à l'équation d'Euler. On trouvera le développement de cette communication dans les Mémoires de la Société, ainsi qu'une étude sur le Mémoire couronné de M<sup>me</sup> Kowalewski et l'interprétation géométrique donnée par M. Joukowsky (*Bulletin de la Société Mathématique de Moscou*, année 1896).

### Sur le nombre des coefficients distincts du développement de la fonction perturbatrice;

Par M. ADRIEN FÉRAUD.

Les coefficients

$$A_{\alpha \beta} = -\frac{1}{4\pi^2} \int_{|x|=1} \int_{|y|=1} x^{-\alpha} y^{-\beta} \frac{dx dy}{xy \sqrt{F(x, y)}},$$

du développement de la fonction perturbatrice  $\frac{1}{\sqrt{F(x, y)}}$  sont

en général des fonctions transcendentes des coefficients de  $F(x, y)$ , mais il y a entre les  $A_{\alpha, \beta}$  des relations de récurrence de telle sorte qu'il ne reste qu'un nombre fini de transcendentes distinctes.

Je me suis proposé de dénombrer ces transcendentes distinctes dans les différents cas que j'ai distingués dans une Note insérée aux *Procès-verbaux* de la précédente séance.

Les détails de cette discussion un peu longue ne sauraient trouver place ici. Qu'il me suffise de dire que les principes en ont été empruntés au Mémoire de M. Poincaré *Sur les périodes des intégrales doubles et le développement de la fonction perturbatrice*. Je me contenterai donc d'en indiquer très brièvement les résultats.

Je prie le lecteur de bien vouloir se reporter au Tableau donné dans ma précédente Note. Voici le nombre des transcendentes distinctes qui restent dans les différents cas qui y sont signalés. Il y a au plus

Dans le	1 <sup>er</sup> cas	....	16 transcendentes distinctes.	
—	2 <sup>e</sup>	— ....	12	—
—	3 <sup>e</sup>	— ....	10	—
—	4 <sup>e</sup>	— ....	10	—
—	5 <sup>e</sup>	— ....	9	—
—	6 <sup>e</sup>	— ....	7	—
—	7 <sup>e</sup>	— ....	6	—
—	8 <sup>e</sup>	— ....	5	—
—	9 <sup>e</sup>	— ....	4	—
—	10 <sup>e</sup>	— ....	12	—
—	11 <sup>e</sup>	— ....	10	—
—	12 <sup>e</sup>	— ....	8	—
—	13 <sup>e</sup>	— ....	8	—
—	14 <sup>e</sup>	— ....	7	—
—	15 <sup>e</sup>	— ....	6	—
—	16 <sup>e</sup>	— ....	7	—
—	17 <sup>e</sup>	— ....	4	—
—	18 <sup>e</sup>	— ....	3	—

## Sur l'équation de Gylden-Lindstedt généralisée;

Par M. Luc PICART.

J'ai montré précédemment (*Procès-verbaux de la Société*, 3 juin 1897) qu'il y a stabilité dans l'équation

$$(1) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + q^2 x + x(q_1 \cos 2t + q_2 \cos 4t + \dots + q_n \cos 2nt) = 0,$$

lorsque  $q$  est différent des nombres de la suite  $0, 1, 2, \dots, 2n$ .

Pour compléter ce résultat, j'ai été conduit à distinguer deux cas. Dans le premier, celui où  $q$  est l'un des nombres  $n+1, n+2, \dots, 2n$ , il suffit d'apporter de légères modifications au calcul précédent, sans changer rien d'essentiel, pour obtenir la formule

$$\cosh \pi = F(\pi) = (-1)^q \left\{ 1 - \frac{\pi^2}{2 \cdot 32^q q^2} \left[ \left( \sum_i \frac{q_i^2}{i(q+i)} \right)^2 - \left( \sum_i \frac{q_i q_{q+i}}{i(q+i)} \right)^2 \right] + \right.$$

Sous les signes  $\Sigma$  on doit donner à  $i$  les valeurs entières comprises entre  $-n$  et  $+n$ , en faisant  $q_{-i} = q_i$ ,  $q_0 = 0$ , et remplacer dans la seconde sommation  $q_p$  par zéro lorsque  $p$  est supérieur à  $n$  en valeur absolue. Il y a stabilité ou instabilité dans l'équation (1), selon que la quantité entre crochets est positive ou négative.

Quand on suppose enfin que  $q$  est l'un des nombres  $1, 2, \dots, n$ , le calcul, dirigé de la même façon, devient inextricable. La méthode des coefficients indéterminés permet d'arriver au but, c'est-à-dire d'obtenir les quatre premiers termes  $F_0, F_1, F_2, F_3$ , du développement de  $F(\pi)$  suivant les puissances des  $q_i$ . Se rappelant que les fonctions  $F_p(t)$  satisfont à l'équation

$$(2) \quad \frac{d^2 F_p}{dt^2} + q^2 F_p + F_{p-1}(q_1 \cos 2t + q_2 \cos 4t + \dots + q_n \cos 2nt) = 0,$$

sont paires, et doivent s'annuler pour  $t=0$ , que  $F_0 = \cos qt$ ,

on posera

$$\begin{aligned} F_1 &= \Sigma A_i [\cos(q+2i)t - \cos qt] + \alpha t \sin qt, \\ F_2 &= \Sigma B_i^2 [\cos(q+2i)t - \cos qt] + t \Sigma B_i^1 \sin(q+2i)t + \beta t^2 \cos qt, \\ F_3 &= \Sigma C_i^2 [\cos(q+2i)t - \cos qt] + t \Sigma C_i^1 \sin(q+2i)t + t^2 \Sigma C_i^0 \cos(q+2i)t + \gamma t^3 \sin qt, \\ F_4 &= \Sigma D_i^2 [\cos(q+2i)t - \cos qt] + t \Sigma D_i^1 \sin(q+2i)t + t^2 \Sigma D_i^0 \cos(q+2i)t \\ &\quad + t^3 \Sigma D_i^3 \sin(q+2i)t + \delta t^4 \cos qt. \end{aligned}$$

Substituant successivement ces expressions dans l'équation (2), on trouvera des relations de récurrence qui détermineront les constantes A, B, C, D,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ .

On obtient ainsi

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} (-1)^q F(\pi) &= 1 + \frac{\pi^2}{32q^2} q_1^2 + \frac{\pi^2}{2048q^2} \left\{ \left( \sum \frac{q_i q_{q+i}}{i(q+i)} \right)^2 - \left( \sum \frac{q_i^2}{i(q+i)} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2q_2 \left[ \sum \sum \frac{q_{q+i} q_j q_{i-j}}{ij(q+i)(q+j)} - \sum \frac{q_j}{j(q+j)} \sum \frac{q_i q_{q+i}}{i(q+i)} \right] \right\} + \dots, \end{aligned} \right.$$

formule qui renferme la discussion de la stabilité.

Bornons-nous à faire cette discussion dans le cas où les quantités  $q_i$ , en nombre d'ailleurs quelconque, sont très petites d'ordres marqués par leurs indices.

Si l'on fait  $q=1$ , on a  $F(\pi) = -1 - \frac{\pi^2}{32} q_1^2 + \dots$ , les termes non écrits étant du quatrième ordre; il y a donc instabilité.

Si l'on fait  $q=2$ , on a  $F(\pi) = 1 + \frac{\pi^2}{128} \left( q_2^2 + \frac{5}{9 \times 64} q_1^2 \right) + \dots$ ; il y a encore instabilité.

Quand on suppose  $q$  entier et supérieur à 2, il n'existe qu'un terme du quatrième ordre dans le second membre de (3), et ce terme est  $-\frac{\pi^2}{2048q^2} \times \frac{4q_1^2}{(q^2-1)^2}$ ; il y a alors stabilité.

Comme application, prenons l'équation suivante, rencontrée par M. Hill dans sa théorie de la Lune et qui se retrouve dans la théorie des essaims de météores :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\mu z}{\rho^3} + m^2 z = 0;$$

$\mu$  et  $m^2$  désignent des constantes positives, et  $\rho$  le rayon vecteur du centre de la terre, ou du centre de l'essaim.

Prenant l'anomalie vraie de ce point comme variable indépendante, posant  $z = \zeta \rho$ , on obtient l'équation

$$\frac{d^2 z}{dv^2} + \zeta + \frac{p^3}{(1 + e \cos v)^4} \frac{m^2}{\mu} \zeta = 0,$$

ou, en développant  $\frac{1}{(1 + e \cos v)^4}$  en série trigonométrique, et remplaçant  $v$  par  $2v'$  pour retrouver la forme (1),

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \zeta}{dv'^2} + \left[ 4 + \frac{a^3 m^2 \left(1 + 3 \frac{e^2}{2}\right)}{\mu \sqrt{1 - e^2}} \right] \zeta \\ + \zeta \left[ - \frac{a^3 m^2 e (4 + e^2)}{\mu \sqrt{1 - e^2}} \cos 2v' + q_2 \cos 4v' + \dots \right] = 0, \end{aligned}$$

$q_i$  contenant  $e_i$  en facteur.

La valeur de  $q$  dans cette équation étant supérieure à 4, on voit qu'il y aura toujours stabilité.

## Sur le billard non euclidien;

Par M. J. HADAMARD.

Pour compléter les résultats que j'ai obtenus précédemment sur les géodésiques des multiplicités à deux dimensions et à courbures opposées, il importerait de considérer des exemples particuliers où l'intégration puisse s'effectuer.

De tels exemples nous sont fournis par les multiplicités à courbure constante.

Il est aisé de voir que la recherche des formes que peuvent présenter les multiplicités à courbure constante se ramène à l'étude des groupes de déplacements.

Soit d'abord une multiplicité régulière à courbure nulle.

Le point M, qui, dans le plan, a pour coordonnées polaires

$\rho$  et  $\omega$ , correspondra à un point parfaitement déterminé  $m$  de la multiplicité, à savoir, celui dont les coordonnées polaires géodésiques (rapportées à un point déterminé de cette multiplicité et à une direction fixe issue de ce point) sont  $\rho$  et  $\omega$ . Si la correspondance est biunivoque, la multiplicité n'est pas essentiellement différente du plan; sinon, il existera plusieurs points  $M$  correspondant à un même point  $m$  et les transformations qui font passer de l'un de ces points  $M$  à un autre définissent évidemment un groupe de déplacements (puisqu'elles conservent les distances).

Mais les déplacements en question ne peuvent être des rotations (parce que deux points  $M$  homologues du même  $m$  ne peuvent être infiniment voisins). Dès lors on sait que le groupe ne peut être dérivé que d'une ou de deux translations fondamentales. Il en résulte que *les formes connues des multiplicités développables, à savoir le plan, le cylindre et le parallélogramme replié de Clifford* (Klein, *Evanston Colloquium*, Conférence XI) *sont les seules qui puissent exister* (1).

Le même raisonnement, appliqué aux multiplicités à courbure constante positive, montre qu'elles sont toutes applicables d'une façon univoque sur la sphère, puisqu'il n'existe pas sur celle-ci de déplacement qui ne soit pas une rotation.

Venant enfin aux multiplicités à courbure constante négative, nous voyons que l'étude de leurs formes possibles se ramène à l'étude de groupes de déplacements du plan non euclidien, c'est-à-dire à l'étude de *groupes fuchsien*s. Seulement, pour des raisons analogues à celles qui ont été développées plus haut, *nous devons supposer ceux-ci dépourvus de substitutions elliptiques*.

Un des groupes de cette espèce qui se présentent le plus

(1) Le même résultat peut s'établir directement. Il est aisé, en effet, de voir que, si la multiplicité n'est pas simplement connexe, à une espèce de contours non réductibles correspond une géodésique fermée passant par un point quelconque; et que, si l'on déplace cette géodésique fermée normalement à elle-même, elle doit, soit s'éloigner à l'infini (cylindre), soit revenir à sa position primitive (parallélogramme replié).

naturellement à l'esprit est celui dont les substitutions sont formées d'un nombre pair de réflexions sur  $p$  droites non euclidiennes (circonférences orthogonales au cercle fondamental) non sécantes entre elles. Le polygone ouvert  $P$  que forment ces droites, joint à son symétrique par rapport à l'une d'elles, en est le domaine fondamental et, en repliant la seconde moitié sur la première, on a une multiplicité, à  $p$  nappes infinies, qui est à courbure négative et sans point singulier.

Pour étudier les géodésiques de cette multiplicité, il faudra imaginer qu'une droite, issue de l'intérieur de  $P$ , se réfléchisse successivement sur tous les côtés qu'elle rencontrera. On peut dire, en un mot, qu'on est ramené à la théorie du *billard non euclidien à côtés non sécants entre eux*, de même que la théorie du parallélogramme replié se ramène lorsque le parallélogramme devient rectangle, à la théorie du mouvement de la bille sur un billard ordinaire.

Sans développer actuellement les conséquences auxquelles on est ainsi conduit, je signalerai simplement celle-ci : *l'ensemble parfait non continu trouvé par M. Poincaré dans la théorie des groupes fuchsien rentre, comme cas particulier, dans celui que j'ai obtenu en étudiant les géodésiques des surfaces à courbures opposées*; en effet, sur la multiplicité précédente, les lignes géodésiques qui restent à distance finie correspondent aux droites qui vont passer par les points singuliers du groupe sur le cercle fondamental.

---

## Sur les ferments des maladies des vins;

Par M. J. LABORDE.

Les êtres microscopiques qui ont été découverts par Pasteur dans les différentes maladies des vins, sont encore, pour la plupart, peu connus au point de vue biologique.

J'ai entrepris depuis longtemps des recherches sur cette



question dont quelques points ont été éclaircis récemment par MM. Bordas, Joulin et Rackowski <sup>(1)</sup>; les résultats qu'ils ont publiés m'engagent à indiquer ceux que j'ai obtenus jusqu'à présent sur certains microbes qui peuvent vivre au milieu de la masse du vin où l'air n'arrive qu'en faible quantité et qui se rencontrent notamment dans les vins mannités, tournés (dits mildiousés), poussés ou amers.

Ces divers ferments font leur première évolution dans la cuve de vendange, car tous les vins nouveaux contiennent plus ou moins de bactéries qui apparaissent, comme l'a montré M. Gayon <sup>(2)</sup>, du quatrième au sixième jour de la fermentation vineuse se produisant dans des conditions normales. Mais, dans des conditions défectueuses, leur développement peut se faire parallèlement à celui des levures et acquérir une importance très grande; on obtient alors des vins déjà altérés en sortant de la cuve ou très aptes aux altérations ultérieures.

Il est donc intéressant de se demander d'abord d'où proviennent les germes de ce premier développement, et, puisqu'il est souvent aussi rapide que celui des levures, on est conduit à attribuer à tous ces organismes des origines analogues. Les principales sont les poussières du raisin lui-même et surtout les germes déjà rajeunis dans le moût qui est toujours partiellement exposé à leur envahissement par suite des accidents divers subis par le fruit, grêle, piqures d'oiseaux, d'insectes ou de larves, pourriture, etc.

C'est un fait constant et qui a été particulièrement facile à observer ces dernières années où la cochylis et la pourriture grise ont fait des dégâts importants, que les raisins les plus souillés de matières terreuses et les plus altérés donnent les vins les plus sujets aux maladies diverses.

Pour que la vitalité de leurs germes soit entretenue dans certains jus naturels en décomposition, ordinairement exposés

(1) *Comptes rendus*, 21 février et 14 avril 1898.

(2) Sur le dosage des acides volatils contenus dans les vins (*Revue de Viticulture*, 1897).

à l'air, il faut que ces êtres soient susceptibles d'une existence plus ou moins aérobie; c'est en effet ce qui arrive pour la plupart de ceux dont j'ai entrepris l'étude.

Les vins dans lesquels je les ai pris, au nombre d'une dizaine environ, provenant en général de plusieurs régions du Sud-Ouest de la France (un seul était originaire de l'Hérault), étaient des vins vieux plus ou moins altérés en bouteille, ou des vins jeunes et parfaitement sains au goût. Les vins malades ont été caractérisés comme vins tournés (mildiousés) ou comme vins amers, par les méthodes qui résultent des travaux de MM. Pasteur, Duclaux, Gayon, etc.

J'ai d'abord éliminé par des cultures appropriées les levures et les mycodermes qui se trouvent surtout dans les vins nouveaux pour ne garder que les microbes dont j'ai parlé plus haut. Les cultures de ces organismes ainsi sélectionnés m'ont servi pour obtenir des colonies sur plaques de gélatine dont le dissolvant nutritif, qui était le liquide des cultures précédentes, contenait un peu de sucre et tous les éléments du vin, afin d'éviter autant que possible l'intervention des germes étrangers à ce liquide.

Les colonies fournies, sur une même plaque, par les microbes d'une culture déterminée m'ont paru, jusqu'à présent, provenir toutes de germes identiques; il semble donc que les vins que j'ai examinés ne contenaient qu'une variété de microbes pouvant vivre dans un milieu pauvre en oxygène libre.

Les colonies obtenues sur les différentes plaques n'ont jamais liquéfié la gélatine, et leur place dans la couche de cette gélatine de 1 centimètre d'épaisseur a permis de grouper les cultures en deux catégories distinctes : 1° celles qui donnaient des colonies disséminées dans la masse entière de la gélatine; 2° celles dont les colonies étaient placées exclusivement à sa surface.

Après avoir cultivé une colonie prise sur chaque plaque de gélatine et provenant par conséquent d'un vin déterminé, j'ai commencé à étudier les propriétés de ces divers microbes.

Le premier groupe comprend des êtres plus particulièrement anaérobies, mais cette propriété est accentuée d'une manière très variable; dans le second groupe entrent des aérobies plus ou moins facultatifs jusque presque aux aérobies stricts. Les microbes des vins amers se sont classés dans ce dernier groupe, tandis que ceux des vins sains ou tournés appartenaient indifféremment à l'un ou à l'autre; le ferment mannitique de MM. Gayon et Dubourg (1), étudié en même temps, s'est classé dans le premier.

Parmi tous les organismes que j'ai isolés, beaucoup d'entre eux peuvent se développer dans le moût de raisin exposé à l'air, les uns restant complètement immergés dans le liquide, les autres vivant indifféremment dans son intérieur ou à sa surface où ils forment alors un voile plus ou moins résistant, et prennent des formes très variées pour un même être et très curieuses.

Placés dans les conditions de la cuve de vendange, presque tous ces microbes s'y multiplient abondamment quoique avec des activités variables. Ils ont étéensemencés, soit dans des moûts de raisin en pleine fermentation alcoolique, soit dans des vins conservés sucrés en arrêtant la fermentation par le chauffage, ou dans du moût de raisin dilué avec de l'eau de levure; dans ces derniers cas, l'air était chassé du milieu par l'ébullition et remplacé par de l'acide carbonique.

Dans ce vin doux ou cette eau de levure sucrée, j'ai obtenu toujours un dégagement gazeux régulier pendant plusieurs semaines, quelquefois assez abondant pour ressembler à celui d'une fermentation alcoolique sur le déclin; le gaz produit était du gaz carbonique pur.

Le sucre disparaissait en quantité variant de 30 à 50 grammes par litre au bout de trois semaines au plus, à la température de 32°, et, dans tous les cas, le liquide contenait de la mannite et s'était enrichi en acidité fixe et volatile. L'acidité

(1) Recherches sur les vins mannités (*Annales de l'Institut Pasteur*, 1894).

fixe était constituée surtout par de l'acide lactique, et l'acidité volatile par de l'acide acétique pur ou mélangé avec des traces d'acides supérieurs.

Ces divers ferments, bien qu'ils aient été pris dans des vins ne contenant pas de mannite, sont donc capables de provoquer une fermentation mannitique du sucre qui ne diffère essentiellement de celle que l'on connaît déjà que par le dégagement de  $\text{CO}^2$ . Mais ce dégagement existe aussi très abondant, avec le ferment de MM. Gayon et Dubourg, si on le place, comme les autres, dans un milieu privé d'air par le vide ou privé d'air et saturé d'acide carbonique; dans ces conditions, le dégagement gazeux paraît se produire au détriment de la quantité de mannite fournie par un poids donné de sucre fermenté.

En étudiant plus en détail les fermentations mannitiques obtenues avec une série de cinq de ces microbes, j'ai reconnu qu'à côté de certains caractères communs qui permettraient de les confondre, il en est d'autres qui les différencient. Ainsi, comme pour le ferment mannitique proprement dit, le lévulose est toujours attaqué plus vite que le glucose et la proportion de mannite produite, par rapport au sucre disparu, est d'autant plus grande que le sucre interverti contenu dans le liquide est plus riche en lévulose; mais cette proportion peut varier dans d'assez grandes limites d'un organisme à l'autre.

Avec du sucre interverti où le rapport du glucose au lévulose était  $1/2$ , le poids de mannite obtenu a oscillé de 2 à 3 unités autour de 60 grammes pour 100 grammes de sucre décomposé, tandis qu'avec du sucre interverti normal la proportion a varié de 30 à 50 0/0. Ces limites extrêmes peuvent d'ailleurs varier elles-mêmes avec la quantité de sucre qui existe dans la liqueur; dans ce dernier exemple, elle était de 40 grammes par litre; avec 50 grammes par litre, on a trouvé comme minimum et maximum 40 et 60 0/0. La production de mannite avait augmenté parce que la quantité de lévulose mise à la disposition des ferments était plus grande; ce lévu-

lose avait fermenté entièrement, tandis qu'il restait encore du glucose non attaqué.

Si les quantités de mannite fournies varient d'un être à l'autre, les autres produits de la fermentation doivent varier aussi en proportion; en effet, on trouve des différences plus ou moins importantes dans les poids de microbes, de gaz carbonique et d'acides fixes et volatils produits.

Tous ces organismes et le ferment mannitique lui-même ne donnent plus de mannite lorsque la proportion de sucre descend au-dessous d'une certaine limite; par exemple, lorsqu'un vin renferme 9 grammes de sucre par litre composés de 4 grammes de glucose et 5 grammes de lévulose. Mais il se produit encore du gaz carbonique et de l'acidité fixe et volatile.

Lorsque ces ferments se développent en même temps que la levure dans le moût de raisin, leurs effets dépendent de leur activité et de l'activité de la levure. Dans le cas où celle-ci est gênée par la température, souvent ceux-là prennent le dessus et agissent sur le sucre d'après la proportion dans laquelle il existe à ce moment dans le liquide. On obtient alors des vins qui ont tous les caractères des vins mannités; ou simplement ceux des vins à acidité volatile anormale, mais non due à la piqure.

Après la fin de la fermentation, et pendant la conservation du vin, si les échanges gazeux entre l'air et le vin sont faciles, les microbes qui sont plus particulièrement anaérobies sont gênés dans leur existence et se précipitent en laissant le vin limpide, tandis que les aérobies facultatifs, au contraire, continuent à le troubler en restant en suspension; ils arrivent même à se développer à sa surface si elle est exposée à l'air, et deviennent des microbes acétifiants de l'alcool très énergiques. Ils prennent alors la forme de chaînes de microcoques qui peuvent être confondues assez bien avec celles du *mycoderma aceti* ordinaire, mais qui reprennent immédiatement la forme bactérienne dans des cultures anaérobies. Je continuerai

ultérieurement ces recherches et j'essaierai, en particulier, de déterminer si ces organismes qui ont des propriétés communes dans certains cas sont absolument distincts, ou s'ils ne proviendraient pas d'un être unique qui aurait donné des races plus ou moins fixées sous l'influence des conditions variables d'un milieu aussi complexe et aussi changeant que le vin.

### **Projet de statistique minéralogique de la région du Sud-Ouest et des Pyrénées;**

Par M. H. GOGUEL.

En groupant en *Universités* nos Facultés de province, le législateur s'est proposé de féconder leur travail en ouvrant à chacun des groupes constitués, en plus de son champ d'action d'ordre général, un champ d'action régional.

Les professeurs qui partagent l'idée du législateur doivent donc, si l'enseignement dont ils sont chargés s'y prête, s'attacher à rechercher, étudier et mettre en lumière tout ce qui peut intéresser la région territoriale géographiquement départie comme domaine à leur Université.

Cela, ils doivent le faire non seulement au point de vue spéculatif pur, mais encore au point de vue industriel.

Depuis des années déjà, certains des maîtres de notre Université bordelaise ont pensé ainsi, et nombreux autant qu'importants ont été les résultats de leurs travaux.

Ne considérant que le point de vue industriel, et pour ne citer que quelques exemples, je me contenterai de rappeler de quelle remarquable utilité ont été, pour nos régions, les travaux de MM. Millardet et Gayon sur les questions vinicoles, ainsi que les beaux résultats déjà acquis par M. Kunstler en pisciculture.

Pour ma part, chargé à la Faculté des sciences de l'Université de Bordeaux de l'enseignement de la minéralogie, je me

suis demandé si cet enseignement ne pourrait, lui aussi, avoir un rayonnement utilitaire. Je crois que la question, aussitôt posée, doit se résoudre par l'affirmative.

Déjà, en effet, il existe dans notre Faculté un enseignement de chimie industrielle; le cours de cette année traitait *de la grande industrie chimique*. Cet enseignement est évidemment destiné à faire des chimistes capables, en particulier, de prendre les matières premières du sol et de les transformer en produits commerciaux.

Il existe aussi un cours d'électricité industrielle dont les auditeurs pourront acquérir les notions suffisantes pour mettre en valeur les forces motrices naturelles, si nombreuses dans les Pyrénées par exemple, et les utiliser aussi bien pour l'industrie minéralurgique ou chimique que pour toute autre industrie.

Ne serait-il pas utile, en outre, qu'aux gens ainsi outillés de science on puisse ensuite tenir un langage de ce genre : Voulez-vous maintenant fabriquer du plomb? Voici où vous en trouverez les minerais avec des conditions favorables d'exploitation. Voulez-vous plutôt du cuivre? Il y en a là. Que vous faut-il, du fluor? Il en est dans ce coin de notre région. Peut-être désirez-vous du marbre, de l'ardoise, que sais-je? Eh bien, parmi tous les gisements qui existent et sont exploitables dans la région, c'est tel ou tel qui est le plus avantageux pour vous.

Souvent déjà, des industriels sont venus nous demander des renseignements. Par suite de nos voyages personnels, nous nous sommes quelquefois trouvé en mesure de leur répondre utilement. Pour en citer un exemple, je rappellerai qu'il y a un an environ un propriétaire de carrière de la vallée d'Aure étant venu nous soumettre à Bordeaux des échantillons de son minerai, nous avons pu entre autres indications lui signaler *dans sa propre carrière* des minerais plus avantageux et qu'il ignorait.

Par contre, dans la plupart des cas, il ne nous a pas été possible, faute de documents, de répondre aussi utilement.

Il en aurait été tout autrement, si nous nous étions trouvé en possession d'une statistique minéralogique complète et détaillée de la région du Sud-Ouest et des Pyrénées.

Les différentes considérations que nous venons d'exposer rapidement nous ont décidé à entreprendre de réunir les matériaux d'une pareille statistique; mais un travail de cette nature, s'étendant sur une aussi vaste étendue de pays, ne peut, comme bien on le pense, être mené à bien par un homme isolé.

Il lui faut un groupe nombreux de collaborateurs recueillant des documents sur place suivant un programme bien convenu, les vérifiant autant que possible et préparant d'avance ou facilitant à l'auteur principal un contrôle sur les lieux souvent nécessaire en pareille matière.

Où trouver ce groupe de collaborateurs? M. Bourciez, notre savant collègue de la Faculté des lettres, a déjà résolu le problème lorsqu'il entreprit ses travaux sur les parlers gascons. Avec le bienveillant concours de l'administration académique il put faire parvenir à chaque instituteur du pays à étudier, un texte choisi que ce fonctionnaire était prié de faire traduire sur place dans l'idiome local. Les dix-sept gros volumes de traduction déposés à la bibliothèque universitaire de Bordeaux donnent une idée exacte de la valeur du procédé d'information employé par M. Bourciez. Nous ne doutons pas que M. le Recteur ne veuille bien également accorder son bienveillant appui à notre entreprise et qu'elle ne trouve aussi, parmi les membres de la grande famille universitaire répandus sur tous les points de la région, un concours intelligent et dévoué.

Notre plan de campagne deviendrait donc celui-ci :

1<sup>o</sup> Envoyer, par l'intermédiaire de l'administration académique, un questionnaire uniforme sur les mines et carrières de leur commune à tous les instituteurs de la région;

2<sup>o</sup> Compléter ensuite les documents reçus par toute correspondance utile avec les propriétaires, exploitants ou autres personnes compétentes;



3° Enfin vérifier autant que possible sur place et par nous-même, au moins les plus intéressants des faits recueillis.

Une statistique ainsi faite causera certainement quelques surprises en faisant connaître dans notre région beaucoup de richesses minéralogiques ignorées et en montrant combien il existe dans le Sud-Ouest et les Pyrénées de carrières ou de mines, ayant ou non été exploitées, qui, étant donnés en particulier les progrès de l'industrie mécanique électrique, sont actuellement susceptibles d'une exploitation fructueuse.

Peut-être se trouvera-t-il des industriels assez avisés pour profiter des renseignements acquis; nous en avons l'espoir; et si l'avenir nous donne raison, nous serons heureux d'avoir, pour notre part, contribué à la restauration de quelques sources de richesses sur le domaine géographique de l'Université de Bordeaux.

### Compression de l'azote;

Par M. SARRAN.

Regnault a donné comme représentation de ses expériences sur la compressibilité de l'azote jusqu'à 30 atmosphères la formule empirique

$$(1) \quad \frac{r}{m} = 1 - 0,000\,690\,14 (m - 1) + 0,000\,007\,040\,5 (m - 1)^2,$$

où  $m$  représente la condensation  $\frac{v_0}{v}$  de la masse gazeuse supposée prise sous la pression initiale de 1 mètre de mercure, et  $r$  la pression finale correspondante exprimée en mètres de mercure.

L'équation (1) peut se mettre sous la forme

$$(2) \quad y = - 0,000\,690\,14 x + 0,000\,007\,040\,5 x^2,$$

en posant

$$y = \frac{r}{m} - 1 \quad \text{et} \quad x = m - 1,$$

équation qui, rapportée à deux axes rectangulaires,  $Ox$ ,  $Oy$  représente une parabole passant par l'origine, ayant son axe parallèle à  $Oy$  et une deuxième intersection avec  $Ox$  d'abscisse  $X = 98,57$  correspondant à une condensation  $M = 99,57$ . Enfin l'abscisse  $\xi$  du sommet situé au-dessous de  $Ox$  a la valeur  $49,29$  correspondant à une condensation  $\mu = 50,29$ .

On remarquera que la quantité  $y$  peut être considérée comme représentant l'écart de la compressibilité réelle du gaz d'avec la loi de Mariotte, les valeurs négatives de  $y$  correspondant à une compressibilité plus grande, et les valeurs positives à une compressibilité plus petite.

La formule de Regnault ainsi extrapolée permet de prévoir quant au sens général des phénomènes les résultats des expériences de Cailletet et Amagat poussées jusqu'à plusieurs centaines de mètres de mercure. On y voit en effet l'existence d'un maximum de compressibilité correspondant au sommet de la parabole, un retour à la loi de Mariotte pour la condensation  $M = 99,57$ , et une compressibilité moindre pour les condensations supérieures.

Comparons maintenant, au point de vue numérique, les résultats des expériences d'Amagat à ceux que fournit la formule de Regnault extrapolée. La comparaison ne peut être faite directement, la variable étant dans les épreuves d'Amagat la pression  $p$  et dans la formule de Regnault la condensation  $m$ . Dans son Mémoire (*Annales de Physique et de Chimie*, 1880, t. XIX, p. 369), M. Amagat donne les diverses valeurs du produit  $pv$  entre 27 et 430 atmosphères, la valeur initiale étant représentée par le nombre 50989. Pour la commodité, on peut substituer à ces valeurs du produit  $pv$  celles qu'il aurait eues si l'on avait pris pour unité la valeur correspondante à une pression initiale de 1 mètre de mercure. Le tableau des  $pv$  étant supposé ainsi modifié, on remarquera que le rapport  $\frac{p}{pv}$  dont les deux termes sont connus, représente la qualité  $\frac{1}{n}$ , c'est-à-dire la condensation  $m$ , le volume

initial étant représenté par 1. D'où la possibilité de calculer la quantité  $m$  qui figure dans la formule de Regnault pour chaque pression  $p$  du tableau de M. Amagat. La quantité  $m$  étant ainsi connue, on pourra, par la formule

$$r = m [1 - 0,00069044 (m - 1) + 0,0000070405 (m - 1)^2]$$

calculer les pressions  $r$  que donne la formule de Regnault pour la condensation  $m$  qui se trouve réalisée dans les expériences d'Amagat. La différence  $\Delta = r - p$  exprimera l'écart des résultats fournis par la formule de Regnault et par les déterminations de M. Amagat.

On a ainsi le tableau :

PRESSIONS $p$ des expériences d'Amagat.	VALEURS DE L'ÉCART $\Delta = r - p$
35,337	-0,11
47,146	-0,13
55,481	-0,18
61,241	-0,21
69,140	-0,24
82,970	-0,26
96,441	-0,31
128,296	-0,42
158,563	+0,36
190,855	+1,85
221,403	+2,51
252,353	+3,31
283,710	+3,71
327,388	+4,04

Les pressions sont évaluées en mètres de mercure.

On peut représenter graphiquement les résultats de cette comparaison. Portons en abscisses les quantités  $m$  et en ordonnées les pressions  $r$  et  $p$ , nous aurons deux courbes distinctes que nous appellerons R et A, qui ont une origine commune d'abscisse  $m = 1$ , une portion de branche commune

jusqu'à  $m = 20$  environ; puis les deux courbes se séparent, la courbe R passant au-dessous de la courbe A; les deux courbes ensuite se rapprochent, et viennent se couper en un point d'abscisse comprise entre 125 et 150, la courbe R passant maintenant au-dessus de la courbe A.

On voit en définitive :

1° Que la formule empirique de Regnault, destinée seulement, dans l'esprit de l'illustre physicien, à représenter les résultats de ses expériences jusqu'à 30 atmosphères environ, donne, si on la suppose étendue aux plus hautes pressions réalisées, le sens général des phénomènes constatés par la compressibilité de l'azote.

2° Les valeurs des pressions calculées d'après la formule de Regnault présentent avec les valeurs observées dans les expériences de M. Amagat des écarts relativement faibles, même aux plus hautes pressions.

Le type de formule empirique avait donc été heureusement choisi, et en outre les expériences de Regnault avaient été exécutées avec assez de soin pour que la détermination d'une partie seulement de l'une des branches de la courbe de compressibilité ait pu conduire à la connaissance déjà très approchée de l'autre branche.

---

*Séance du 26 mai 1898.*

PRÉSIDENTE DE M. BOULOUGH.

---

## **Sur le masséter des Rongeurs;**

Par M. J. CHAINE.

Les muscles sont des organes essentiellement variables dans leur forme, leur volume, le nombre de leurs faisceaux et parfois même leurs points d'attache. Aussi, les anatomistes

ont-ils décrit chez l'Homme, non seulement des variations morphologiques de muscles existant normalement, mais encore des muscles surnuméraires.

Mais, depuis que cette étude est entrée dans le domaine de la science, les auteurs qui se sont particulièrement occupés de cette question ont montré, en s'appuyant sur les résultats fournis par l'anatomie comparée, que les anomalies musculaires observées chez l'Homme ne sont, le plus souvent, que la reproduction d'un type normal dans la série des Vertébrés.

Si donc il a été constaté que, chez l'Homme, un même muscle peut présenter des variations assez profondes, il n'est donc point étonnant que dans tout un ordre, comme celui des Rongeurs, que nous avons particulièrement étudié, le *masséter* puisse être fort différent suivant l'être considéré.

Cependant, malgré ces variations, bien que nous n'ayons pas pu encore étendre nos recherches à un aussi grand nombre d'espèces que nous l'aurions désiré, nous pensons que ce muscle est dans cet ordre constitué sur un plan à peu près général.

Chez les Rongeurs, le masséter est très développé et forme de chaque côté de la tête une masse assez volumineuse, dont le bord antérieur surplombe en avant, par un relief parfois très prononcé, les muscles peauciers des joues et des lèvres. Ce fait est particulièrement net chez l'Écureuil. Dans cette espèce, en effet, ce muscle présente un développement considérable.

Le masséter affecte à peu près la forme d'un quadrilatère dont le côté supérieur correspond à l'arcade zygomato-orbitaire et dont le côté inférieur suit le bord du maxillaire inférieur; sa limite postérieure suit le bord postérieur de la branche montante du maxillaire.

Dans la majorité des espèces, l'insertion supérieure se fait par deux chefs d'origine; chez quelques Rongeurs, il vient s'y ajouter une troisième portion dont le trajet est fort remarquable.

Le chef le plus externe, qui n'est pas représenté chez l'Homme, est constant dans tout cet ordre. Il s'insère toujours en avant sur le maxillaire supérieur, par des filets tendineux, à un tubercule spécial que J. Kunstler a nommé *tubercule massétérin* <sup>(1)</sup>. Cette portion, fortement aplatie, est de forme triangulaire; le sommet du triangle correspond au tubercule massétérin et la base au bord du maxillaire inférieur. D'abord tendineux, au niveau de son insertion supérieure, ce chef, s'élargissant peu à peu en éventail, donne naissance, par sa face interne, à des fibres charnues qui se confondent bientôt avec celle des faisceaux de la portion profonde du masséter. Chez quelques espèces, comme le Surmulot, la Souris, l'Écureuil que nous avons étudiées; chez la Marmotte, comme l'a vu Kunstler, ce chef ne comprend point d'autres insertions. Chez d'autres espèces au contraire, telles que le Cobaye <sup>(2)</sup> et le Lapin, à ces insertions tendineuses s'ajoutent des fibres charnues qui prennent naissance sur la portion tout à fait antérieure de l'arcade zygomatique et qui, à ce niveau, se fusionnent plus ou moins avec les fibres d'insertion de la portion profonde.

Le deuxième chef, qui se rencontre également dans toutes les espèces, est directement appliqué contre la face externe du maxillaire inférieur; dans sa partie antéro-inférieure, il est recouvert par le chef externe et c'est à ce niveau que se fusionnent les fibres de ces deux portions.

Ce chef profond du masséter des Rongeurs semble correspondre au masséter de l'Homme. Il est, en effet, constitué par deux faisceaux qui correspondent: l'un, au faisceau antérieur ou superficiel du masséter de l'homme et l'autre à son faisceau postérieur ou profond. Le premier prend son insertion sur le bord inférieur et la face interne de

<sup>(1)</sup> J. Kunstler, *Contribution à l'étude de l'appareil masticateur chez les Rongeurs* (Ann. Scienc. nat. zool., 1887, S. 7, t. IV, p. 150).

<sup>(2)</sup> Alezais, *Note sur les muscles masticateurs du Cobaye* (C. R. Société Biol., 1897, série 10, t. IV, p. 1068).

l'arcade zygomatique, dans ses portions antérieure et moyenne, l'autre sur le bord inférieur et la face interne de cette même arcade, dans sa partie tout à fait postérieure, en arrière par conséquent du précédent faisceau. Les fibres d'insertion de la portion postérieure se confondent plus ou moins avec celles du muscle *temporal* et il est même très difficile, sinon impossible, chez certaines espèces, de séparer les deux muscles dans cette région. Ces insertions se font par des fibres charnues, sauf cependant sur le bord même de l'arcade (et cela particulièrement pour le faisceau antérieur) où l'on remarque des fibres tendineuses courtes et très résistantes qui peu à peu se mêlent aux fibres charnues. Les deux faisceaux se dirigent vers le bord inférieur du maxillaire avec une obliquité différente. Le faisceau antérieur est, en effet, oblique de haut en bas et d'avant en arrière, tandis que l'autre est oblique de haut en bas, mais d'arrière en avant.

Les deux chefs du muscle masséter que nous venons de décrire se présentent chez toutes les espèces, tandis que le troisième chef d'origine que nous allons maintenant étudier ne se rencontre que chez quelques Rongeurs.

Chez le Surmulot, où nous l'avons particulièrement étudiée, cette troisième portion du masséter s'insère par des fibres charnues dans une petite dépression allongée du maxillaire supérieur, dépression qui est située de chaque côté du nez, en avant des orifices sous-orbitaires. Après sa formation, ce chef se dirige d'avant en arrière, s'engage dans le canal sous-orbitaire et pénètre ainsi dans la partie antérieure de l'orbite; il se réfléchit alors vers le bas en contournant le bord inférieur de l'orifice interne du canal sous-orbitaire et donne naissance à une aponévrose d'insertion d'un demi-centimètre de longueur environ qui se dirige verticalement vers le bord inférieur du maxillaire inférieur où elle s'insère. Dans son passage à travers l'orbite, cette aponévrose se soude insensiblement aux faisceaux charnus de la deuxième portion du masséter précé-

demment décrite. Alezais a décrit un faisceau semblable chez le Cobaye.

L'insertion inférieure du masséter présente aussi quelques particularités intéressantes.

Les fibres les plus internes du deuxième chef s'insèrent sur la face externe du maxillaire inférieur, toutes les autres fibres du muscle gagnent le bord inférieur du maxillaire inférieur et s'y insèrent, se mettant ainsi en rapport avec l'insertion du muscle *ptérygoïdien interne* qui se fait sur le même bord. Chez certaines espèces, Marmotte (Kunstler), Écureuil, Lapin, le masséter ne présente pas d'autres insertions inférieures; au contraire, chez le Cobaye (Alezais), chez le Surmulot, la Souris, il existe en outre un faisceau d'insertion qui se comporte d'une façon tout à fait particulière.

Nous avons vu, chez le Surmulot, la partie antérieure du muscle fournir un faisceau qui contourne le bord inférieur du maxillaire dans une gouttière très accentuée, la *dépression massétérine*. Ce faisceau gagne ainsi la face interne du maxillaire inférieur qu'il longe en se dirigeant obliquement de bas en haut et d'avant en arrière. Il est logé dans une dépression située au-dessous de la ligne oblique interne du maxillaire inférieur. Il suit cette crête, croise le *ptérygoïdien interne* et vient s'insérer à la base du col du condyle du maxillaire inférieur.

En résumé, il semble résulter de ces recherches que le masséter est constitué dans cet ordre par deux chefs qui sont distincts dans leur insertion d'origine et qui se fusionnent ensuite dans leur trajet; à ces deux chefs qui sont constants, il s'en ajoute, chez quelques Rongeurs, un troisième dont le trajet est assez remarquable. Ces différents faisceaux se dirigent avec une obliquité différente vers le bord inférieur du maxillaire inférieur où se fait principalement leur insertion, mais ici encore nous avons à signaler, chez quelques espèces, un faisceau surnuméraire qui longe la face interne du maxil-



laire inférieur et qui, à ce titre, mérite une mention toute particulière.

---

## **Les bancs de sable de la Gironde et de son embouchure; leurs mouvements;**

Par M. HAUTREUX.

Des documents hydrographiques anciens montrent que vers 1785 il s'est produit à l'embouchure et dans l'intérieur de la Gironde des modifications très considérables dans la forme et l'emplacement des bancs de sable, ainsi que dans la direction et la profondeur des passes de navigation. La comparaison de la carte de Masse de 1706 et de la carte marine de 1894 fait connaître ces graves modifications.

Cette analyse fait voir qu'autrefois une suite de bancs, longue de 12 kilomètres et qui découvraient, prolongeait la pointe de la Coubre et protégeait des coups de mer du large une grande passe profonde de 20 mètres et l'île de Cordouan qui était habitable.

Ces bancs furent progressivement détruits par les tempêtes et, vers 1782, leurs débris comblèrent la grande passe d'entrée. Cordouan n'était plus qu'un rocher; une passe nouvelle, dite passe du Nord, appuyée sur les restes de ces bancs, se forma, avec 12 mètres de profondeur près de la pointe de la Coubre.

Les bancs qui la maintiennent continuent à s'affaïsser et à se réduire; ils n'ont plus que 2 kilomètres de longueur et n'ont plus que 4 mètres de relief sur le sol environnant; la passe n'a plus que 9<sup>m</sup> 50 de profondeur; elle tend à diminuer encore et à devenir de niveau avec le plateau qui rejoint Cordouan et n'a que 7 mètres de profondeur.

Les courants modifiés poussent les sables vers la côte de Saintonge et ont corrodé la côte de Soulac et de la pointe de Grave.

Ces perturbations de l'embouchure ont eu leur répercussion

dans l'intérieur de la Gironde ; les bancs de sable formaient jadis une ligne continue depuis la rade du Verdon jusqu'à Pauillac. Ils produisaient deux vallonnements, l'un près de la côte de Saintonge avec 5 mètres de profondeur, l'autre près de la côte du Médoc ayant de 7 à 8 mètres de profondeur.

Ces bancs se sont affaîssés en partie et continuent à s'affaîsser, ils ont comblé la passe de Saintonge et celle du Médoc a perdu de sa profondeur sur une longueur de 20 kilomètres ; n'ayant plus que 4<sup>m</sup>50 en certains points, elle est gênante pour la navigation.

D'autres mouvements secondaires se sont produits. Les érosions de la pointe de Grave, portées vers le Nord, ont formé le platin de Grave ; une ancienne barre, peu gênante, poussée aussi vers le Nord, a formé le banc de Saint-Georges, si menaçant pour le port de Royan ; le banc des Marguerites et de Talmont, pivotant sur sa pointe Nord, s'est aussi rapproché de la côte Nord et forme un second barrage vers la côte de Saintonge ; un banc s'est formé vers Saint-Seurin et Mortagne et sert d'amorce aux ensablements qui ont comblé la passe de Saintonge. Ces bancs nouveaux entre Talais et Royan ont amené l'approfondissement de la passe du Médoc ; tandis que leur affaîssement entre Richard et Pauillac a produit la perte des profondeurs.

La fonction importante que remplissent les bancs dans une rivière à marée ressort nettement de cette étude. Les bancs étant immédiatement recouverts par le flot ne gênent pas son expansion ; ils forment d'autre part des rives directrices, autres que les rives du fleuve, pour le jusan, d'autant plus agissantes que le niveau de la marée s'abaisse davantage. Les bancs produisent les vallonnements du fond qui avivent les courants et les maintiennent dans les passes de navigation.

Les mouvements des bancs de sables que nous signalons s'effectuent dans le même sens depuis plus de deux cents ans ; les nombreuses cartes intermédiaires entre 1706 et 1894

en font foi. Ces mouvements se continueront certainement si l'on n'y porte point obstacle et il est facile de pronostiquer l'avenir prochain qui menace la Gironde.

#### MATÉRIAUX DES BANCs

Les bancs qui existent dans la Gironde sont tous constitués par des sables avec une très faible proportion de vases. Si, comme on le suppose généralement, ces matériaux provenaient en majeure partie des apports des deux rivières Garonne et Dordogne, tous les bancs seraient constitués par les mêmes matériaux et offriraient le même aspect. Il n'en est rien. Tous les bancs de l'embouchure et de la Gironde inférieure rive droite sont jaunes et peu micacés; ils ressemblent à ceux qui constituent la plage de la côte de Soulac et de la Coubre. Ce sont des sables marins. Ceux de la Gironde rive gauche, depuis Saint-Estèphe jusqu'au Verdon, sont gris foncé, bien micacés, savonneux au toucher, absolument différents des précédents. Enfin ceux que l'on trouve dans la Dordogne et dans la Garonne, en amont du Bec-d'Ambès jusqu'aux ponts de Bordeaux et de Libourne, sont grisâtres, très peu micacés et d'un tout autre aspect que les deux séries précédentes.

Les matériaux sableux, qui constituent les bancs, tiennent donc beaucoup plus à la région du fleuve qu'ils occupent qu'aux apports venant du bassin supérieur. Les courants alternatifs de la marée contribuent évidemment à les maintenir dans les mêmes régions du fleuve.

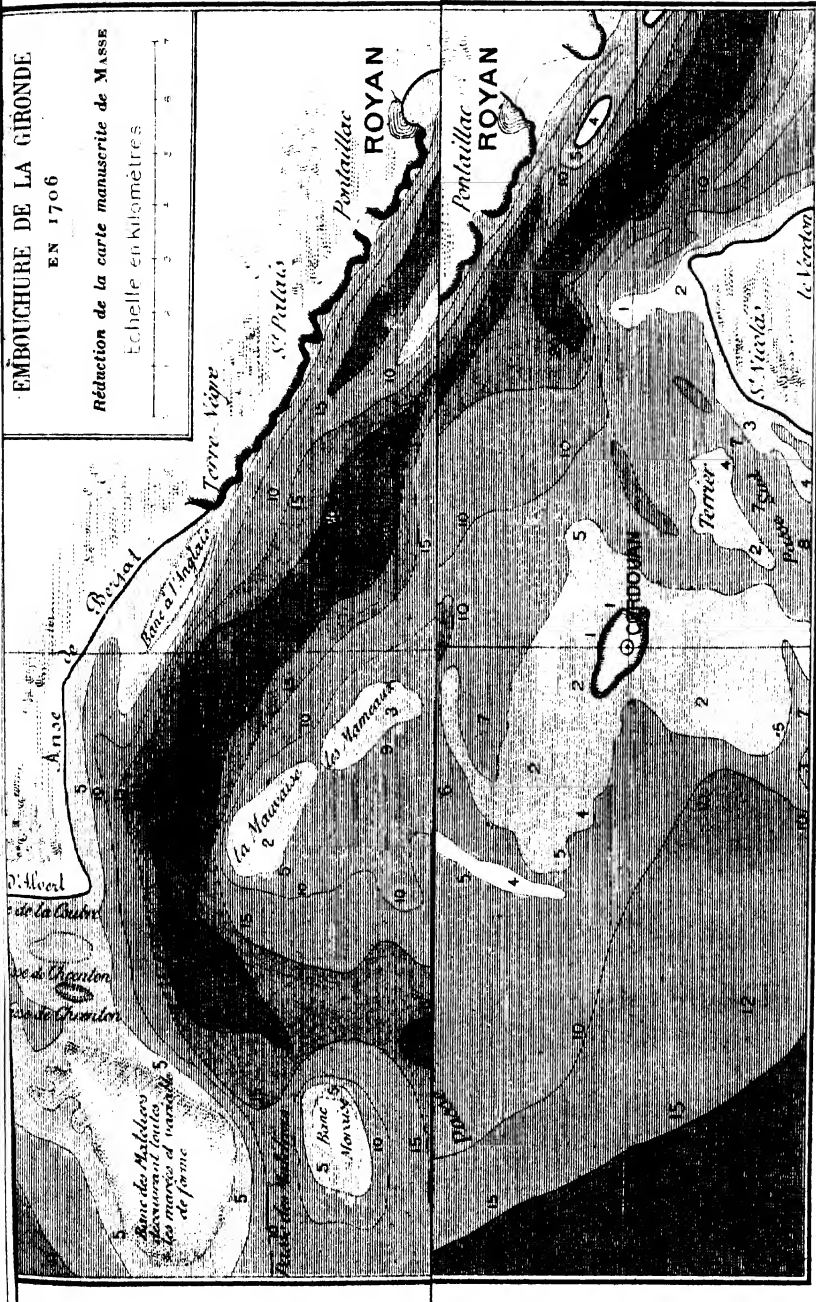
Il n'en est pas de même des vases qui constituent la grande masse des apports fluviaux. Ces matériaux, dilués en éléments infiniment petits et à peine perceptibles, restent en suspension jusque bien au delà de l'embouchure et leur volume est aussi grand que celui des apports eux-mêmes; elles se déposent dans les chenaux du fleuve lorsque les courants diminuent

# EMBOUCHURE DE LA GIRONDE

EN 1706

Réduction de la carte manuscrite de MASSE

Echelle en kilomètres





d'intensité, elles sont entraînées au large lorsque ces mêmes courants augmentent de vitesse.

Lorsque les bancs s'affaissent et que le fond du fleuve s'aplanit, les courants divaguent en tout sens au gré des vents; ils ne sont plus canalisés, ils perdent forcément de leur vitesse, et dans ces régions, comme à Mapon, à By, leur divagation facilite les ensablements et la diminution de profondeur des passes.

Ce qui démontre le peu d'importance de ces apports fluviaux et la facilité de les combattre, c'est l'étude des différents profils du fleuve depuis Royan jusqu'à Pauillac. Les surfaces de ces profils et leurs profondeurs moyennes sont instructives à cet égard. Pour compléter l'analyse, ajoutons à la comparaison l'examen de la carte de 1845 par Beauteemps-Beaupré. Nous avons ainsi trois époques assez détachées les unes des autres pour que les résultats montrent le sens et la continuité des mouvements.

Les surfaces des profils ont augmenté constamment depuis Royan jusqu'à la ligne Saint-Vivien-Talmont, démontrant l'approfondissement du fleuve dans cette partie. Les surfaces sont restées sensiblement les mêmes depuis Talmont jusqu'à la ligne Richard-Mortagne; elles tendent à diminuer depuis Valeyrac-Saint-Romain jusqu'à Pauillac, depuis 1825, accusant dans cette partie une perte sensible de la profondeur moyenne. Comme, de plus, c'est la région où les bancs se sont affaïsés et le lit du fleuve nivelé, la disparition du vallonement du sous-sol marin a fait porter la perte de profondeur plus spécialement sur le chenal de navigation, ce qui a causé les hauts-fonds de la Maréchale à Castillon, si gênants pour la navigation.

Les profondeurs des passes ont suivi la même marche. L'approfondissement est progressif depuis 1706 jusqu'en 1894, dans la région comprise entre les lignes Pointe de Grave-Royan et Richard-Mortagne, là où se trouvent encore les bancs de Grave, de Marguerite Talmont et de Goulée; elles

ont diminué d'une manière continue depuis 1706 jusqu'à l'époque actuelle, dans la région de la Gironde supérieure, depuis la ligne Richard-Mortagne jusqu'à Pauillac.

On voit très bien sur un graphique la perte notable des profondeurs survenue depuis 1825 entre la ligne Richard-Mortagne et la ligne Castillon. C'est justement la région où les bancs continuent à s'affaisser et le fond à se niveler.

Il faut noter, en effet, que la profondeur moyenne des profils de la Gironde supérieure étant de 3 à 4 mètres, tout relief du fond sous-marin, au-dessus de 3 mètres, constitue un platin ou un banc.

Les longueurs des bancs au-dessous de 3 mètres de profondeur jusqu'à assécher ont été les suivantes :

	1825	1894
Marguerite Talmont.....	9,200 <sup>m</sup>	7,000 <sup>m</sup>
Goulée.....	18,000 <sup>m</sup>	10,000 <sup>m</sup>
	<hr/> 27,200 <sup>m</sup>	<hr/> 17,000 <sup>m</sup>

C'est une perte de 10,000 mètres pour l'ensemble des bancs qui subsistent encore. Le nivellement du fond gagne donc chaque année 150 mètres.

Le banc de Goulée, qui en 1825 s'étendait jusqu'à Castillon, n'atteint plus maintenant que la ligne Valeyrac-Saint-Romain. La rade de Richard est menacée par le nivellement progressif, conséquence de l'affaissement du banc de Goulée; de même que de 1786 à 1825, l'affaissement des bancs anciens de By, Castillon et Cadourne avait amené l'aplanissement du lit du fleuve et causé la perte de 2 à 3 mètres dans la profondeur de la passe vers la Maréchale.

Les mouvements des sables sont continus dans le même sens, ils sont menaçants pour le port de Bordeaux et la fortune de la Ville. Ce danger peut être plus prochain qu'on ne le pense et nous croyons utile de le signaler.

## Comparaison du champ hertzien dans l'air et dans l'huile;

Par M. A. TURPAIN.

Un résonateur de Hertz dont le plan est perpendiculaire à la direction des fils qui concentrent le champ, décele un système de sections alternativement nodales et ventrales bien déterminées.

Nous avons montré dans une précédente communication<sup>(1)</sup> que ce même résonateur était encore susceptible de mettre en évidence un système de nœuds et de ventres alternant avec le précédent, présentant une section ventrale en coïncidence avec une section nodale du premier système, et inversement. Il suffit pour cela de maintenir le plan du résonateur dans le plan même des fils qui concentrent le champ.

Nous avons désigné cette orientation du résonateur sous la dénomination de Position II, réservant le nom de Position I à la première, à la position classique utilisée par Hertz pour mettre en évidence les oscillations électriques.

L'existence de ce double système de sections notables que montre un résonateur maintenu successivement dans ces deux positions, est encore démontrée par l'analyse comparative que nous avons faite ultérieurement<sup>(2)</sup> du champ hertzien concentré par un fil unique et par deux fils. Cette existence démontrée, une question se posait : Que devient ce double système nodal et ventral lorsqu'on change la nature du milieu entourant les deux fils tendus dans le champ ? lorsqu'on remplace l'air par un autre diélectrique ?

Pour résoudre cette question par une voie indépendante de

<sup>(1)</sup> *Sur le résonateur de Hertz (Procès-verbaux de la Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux, 20 janvier 1898. — Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 31 janvier 1898).*

<sup>(2)</sup> *Sur le champ hertzien (Procès-verbaux Soc. Sc. Bord., 31 mars 1898. — Comptes rendus, 28 mars 1898).*



toute théorie, il nous fallait calquer les expériences à faire au sein d'un diélectrique autre que l'air sur celles réalisées dans l'air; — et pour cela disposer d'une assez grande quantité du diélectrique choisi, pour y pouvoir baigner sur une longueur notable les deux fils concentrant le champ.

**DISPOSITIF.** — Voici la description succincte du dispositif employé :

Un réservoir en bois formant un parallépipède de 4 mètres de longueur sur 25 centimètres de profondeur et 30 centimètres de largeur pouvait contenir de 230 à 260 litres de liquide. Deux fils parallèles issus de plaques avoisinant un excitateur y pénétraient et étaient tendus à l'intérieur dans le sens de la longueur, au niveau de la section moyenne. — Différents résonateurs, susceptibles d'être commodément disposés dans les positions I et II, complétaient le dispositif; au préalable, on les avait soigneusement étudiés dans l'air, au sein même du réservoir vide.

Tout l'appareil (excitateur, réservoir et fils) était entouré, dans le sens de la longueur, d'une sorte de cage de fils métalliques ayant pour but d'empêcher la dissipation du champ à l'extérieur, et permettant, par suite de la concentration des phénomènes, une plus commode observation.

Le diélectrique que nous avons choisi comme objet de notre étude est l'huile de pétrole.

Cette huile sert, dans l'industrie, à l'entretien des machines dynamo-électriques; elle présente une très complète homogénéité et une grande inaltérabilité, deux qualités que nous devons mettre en ligne de compte, étant donnée la quantité de diélectrique à employer.

C'est à la grande amabilité du directeur de la Station Centrale d'électricité de Bordeaux les Chartrons, que nous devons d'avoir pu mener à bien ces déterminations. Non content de nous offrir son local, et de ne point nous ménager le courant nécessaire à nos recherches, M. Renous a très bienveillamment

mis à notre disposition une grande provision de l'huile de pétrole qu'il utilise spécialement à l'entretien des puissantes dynamos qui alimentent son réseau.

Nous ne saurions trop lui exprimer ici notre reconnaissance pour l'amical intérêt qu'il nous prodigue au cours de ces recherches.

Les résonateurs employés dans cette étude comparative sont au nombre de quatre; ils appartiennent à deux types différents.

Deux d'entre eux réalisent le résonateur filiforme de Hertz. Ce sont des rectangles de 46 et 56 centimètres de longueur, micromètre compris. Les deux autres, d'une plus grande longueur, devaient pouvoir être plongés complètement dans la cuve dans le sens de la section; c'étaient des rectangles de côtés à peu près égaux aux précédents; la tige métallique qui les constituait ayant été plusieurs fois recourbée sur elle-même, de manière à former deux spires de forme rectangulaire. Leur longueur atteignait 0<sup>m</sup>90 et 1<sup>m</sup>20.

On avait eu soin d'ailleurs de rendre le micromètre indépendant de chaque résonateur, de telle sorte que le même micromètre était successivement adapté à chacun des résonateurs étudiés.

I. ÉTUDE DU CHAMP DANS L'AIR. — Ces quatre résonateurs étudiés dans l'air donnèrent comme longueur d'onde, tant dans la position I que dans la position II, les valeurs suivantes, moyennes de deux séries de mesures exécutées avant et après l'étude dans l'huile :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Résonateurs d'une spire.} \dots & \left\{ \begin{array}{ll} \alpha & L = 0^m 46 & \lambda_{\text{air}} = 1^m 48 \\ \beta & L = 0^m 56 & \lambda_{\text{air}} = 1^m 70 \end{array} \right. \\
 \text{Résonateurs de deux spires.} & \left\{ \begin{array}{ll} \gamma & L = 0^m 90 & \lambda_{\text{air}} = 2^m 86 \\ \delta & L = 1^m 20 & \lambda_{\text{air}} = 3^m 80 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Comme on le voit, les deux premiers résonateurs, qui sont constitués d'un simple rectangle métallique auquel s'adapte le

même micromètre, obéissent à la loi que nous avons énoncée dans un précédent travail<sup>(1)</sup>.

*La différence entre les demi-longueurs d'onde relatives à deux résonateurs est sensiblement égale à la différence de leurs longueurs.*

$$\lambda - \lambda' = 2 (L - L').$$

Ici

$$L - L' = 10^{\text{cm}}, \quad \lambda - \lambda' = 22^{\text{cm}}.$$

Au contraire cette loi n'est point vérifiée pour les deux résonateurs  $\gamma$  et  $\delta$ . On trouve

$$L - L' = 30^{\text{cm}}, \quad \lambda - \lambda' = 94^{\text{cm}}.$$

Ceci ne doit pas avoir lieu d'étonner si l'on considère la forme de ces résonateurs qui, deux fois recourbés en rectangle, possèdent de ce chef une self-induction notable, différente pour chacun d'eux et cause probable de cette perturbation.

II. ÉTUDE DU CHAMP DANS L'HUILE. — Les mesures dans l'huile furent faites par la méthode du pont. On déterminait par tâtonnement la position la plus favorable à donner au résonateur, ainsi qu'à un pont fixe situé vers l'extrémité des fils, pour que le déplacement d'un pont mobile depuis le résonateur jusqu'à ce pont fixe décelé avec la plus grande netteté possible les différentes sections nodales et ventrales. — Le résonateur étant dans cette position, on déterminait la position des ventres par le maximum de longueur que l'étincelle du micromètre était susceptible de donner, et la position des nœuds par le minimum d'écartement à maintenir au micromètre pour n'observer aucune étincelle.

Deux de nos résonateurs ne suivant pas la loi de l'égalité des différences de longueur et des demi-différences de lon-

(1) Sur le résonateur de Hertz (*loc. cit.*).

gueur d'onde, nous nous sommes astreint à faire les mesures dans l'huile de deux façons différentes :

1<sup>o</sup> En maintenant tout le résonateur *sauf le micromètre* dans l'huile ;

2<sup>o</sup> En maintenant tout le résonateur *y compris le micromètre* dans l'huile, et cela pour chacune des positions I et II.

Le tableau suivant résume les mesures relatives à quatre résonateurs : les lettres *a, h* indiquent pour chaque position que le micromètre était maintenu dans l'air, ou plongé dans l'huile comme le résonateur.

		V	N	V	N	V	N	V	N	V	$\frac{\lambda}{2}$ (huile)	$\frac{\lambda}{2}$ (air)	L
$\alpha$	I, <i>a</i>	3 <sup>m</sup> 30	2 <sup>m</sup> 97	2 <sup>m</sup> 63	2 <sup>m</sup> 30	1 <sup>m</sup> 98	1 <sup>m</sup> 65	1 <sup>m</sup> 34	1 <sup>m</sup> 01	0 <sup>m</sup> 68	0 <sup>m</sup> 65	0 <sup>m</sup> 74	0 <sup>m</sup> 46
	I, <i>h</i>	3.49	»	2.46	»	1.72	»	1. »	»	»	0.73		
	II, <i>a</i>	3.18	2.81	2.44	2.05	1.69	1.30	0.93	0.54	0.20	0.75	0.74	
	II, <i>h</i>	3.22	»	2.36	»	1.51	»	»	»	»	0.86		
$\beta$	I, <i>a</i>	3.30	2.94	2.60	2.25	1.92	1.56	1.21	0.86	0.50	0.71	0.85	0.56
	I, <i>h</i>	2.85	»	2.05	»	1.28	»	0.50	»	»	0.80		
	II, <i>a</i>	3.11	2.68	2.24	1.84	1.43	1. »	0.58	»	»	0.85	0.85	
	II, <i>h</i>	3.15	»	2.19	»	1.24	»	0.30	»	»	0.93		
$\gamma$	I, <i>a</i>	3. »	2.38	1.75	1.14	0.51	»	»	»	»	1.25	1.43	0.90
	I, <i>h</i>	2.94	»	1.56	»	0.20	»	»	»	»	1.38		
	II, <i>a</i>	2.78	»	1.34	»	»	»	»	»	»	1.44	1.43	
	II, <i>h</i>	2.80	»	1.17	»	»	»	»	»	»	1.63		
$\varepsilon$	I, <i>a</i>	2.65	»	1.02	»	»	»	»	»	»	1.63	1.89	1.20
	I, <i>h</i>	2.60	»	0.74	»	»	»	»	»	»	1.86		
	II, <i>a</i>	2.57	»	0.67	»	»	»	»	»	»	1.90	1.89	
	II, <i>h</i>	2.47	»	0.36	»	»	»	»	»	»	2.11		

RÉSULTATS. — La lecture de ce tableau permet d'énoncer comme résultat de l'étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans l'huile de pétrole les deux lois expérimentales suivantes :

1<sup>o</sup> Les longueurs d'onde que décèle un même résonateur maintenu dans la POSITION II au sein de l'air et au sein de l'huile sont ÉGALES ;

2<sup>o</sup> Les longueurs d'onde que décèle un même résonateur

*maintenu dans la POSITION I au sein de l'air et au sein de l'huile sont DIFFÉRENTES.*

*Elles sont moindres dans l'huile que dans l'air.*

Comme on le voit, ces lois sont l'expression des mesures effectuées d'une part dans l'air, d'autre part dans l'huile, *en maintenant le micromètre dans l'air.*

Les longueurs d'onde relatives aux mesures effectuées dans l'huile, le micromètre baignant dans l'huile, sont toujours notablement supérieures à celles obtenues en maintenant le micromètre hors de l'huile.

Et en effet, la perturbation due au micromètre que nous avons nettement mise en évidence dans un travail antérieur<sup>(1)</sup>, n'est probablement pas la même au sein de l'air et au sein de l'huile. Elle doit varier avec le milieu interposé entre les deux pointes du micromètre, et vraisemblablement aussi avec les dimensions de l'étincelle obtenue au micromètre.

D'ailleurs, pour mettre hors de doute cette influence différente du micromètre suivant qu'il est dans l'air ou dans l'huile, nous avons fait des mesures au sein de l'air, avec les mêmes résonateurs, dont nous plongeons ou non le micromètre dans un godet d'huile de pétrole.  $\lambda_h$ ,  $\lambda_a$  indiquent les longueurs d'onde, le godet étant plein d'huile ou vide.

Les différences dans les longueurs d'onde mesurées ainsi sont très sensiblement égales à celles que signale le tableau précédent, comme le montre l'extrait suivant :

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\frac{\lambda_{I,h} - \lambda_{I,a}}{2}$	0 <sup>m</sup> 08	0 <sup>m</sup> 07	0 <sup>m</sup> 13	0 <sup>m</sup> 23
$\frac{\lambda_{II,h} - \lambda_{II,a}}{2}$	0 <sup>m</sup> 11	0 <sup>m</sup> 10	0 <sup>m</sup> 19	0 <sup>m</sup> 21
$\frac{\lambda_h - \lambda_a}{2}$ I	0 <sup>m</sup> 09	0 <sup>m</sup> 08	0 <sup>m</sup> 12	0 <sup>m</sup> 22
$\frac{\lambda_h - \lambda_a}{2}$ II	0 <sup>m</sup> 10	0 <sup>m</sup> 10	0 <sup>m</sup> 19	0 <sup>m</sup> 20

<sup>(1)</sup> Sur le résonateur de Hertz (*loc. cit.*).

D'ailleurs, une expérience que nous avons faite lors du remplissage du réservoir et qui a été répétée à diverses reprises à la fin des expériences, met très nettement en évidence cette influence de la nature du milieu entourant les fils qui concentrent le champ sur la longueur d'onde de la position I et sa non-influence sur la longueur d'onde de la position II.

Pendant que le réservoir se remplissait, un résonateur ayant été disposé dans la position I, on effectuait à diverses reprises la mesure de la longueur d'onde qu'il décelait ainsi : Tant que les fils parallèles ne baignaient pas encore dans l'huile, les nombres obtenus furent tous très voisins, pour le résonateur  $\delta$ , de la valeur moyenne  $1^m 89$ . — Au contraire, dès que les fils furent plongés dans l'huile, la longueur d'onde s'abaisse brusquement à une valeur moyenne de  $1^m 63$ . — Cette même expérience, répétée au moment de la vidange du réservoir, montra toujours le saut brusque de la longueur d'onde de  $1^m 63$  à  $1^m 89$ , suivant que les fils étaient couverts par l'huile ou à découvert.

Par contre, un autre résonateur,  $\gamma$ , disposé dans la position II, décelait toujours une longueur d'onde voisine de  $1^m 43$ , que les fils fussent ou non baignés dans l'huile.

Ces expériences répétées ne laissent aucun doute au sujet des lois que nous venons d'énoncer.

Si l'on compare les résultats de cette étude de l'huile de pétrole à ceux qui ont été obtenus dans l'étude de l'huile de ricin par M. Blondlot<sup>(1)</sup>, il semble à première vue que les conclusions soient différentes.

Toutefois, il suffit de remarquer que les résonateurs employés ici et ceux qu'avait choisis M. Blondlot sont différents, pour expliquer la divergence des résultats.

D'ailleurs, il nous a été possible de nous convaincre, au moyen d'une expérience sur le résonateur Blondlot, que nos résultats étaient pleinement d'accord avec ceux qui ont été

(1) *Comptes rendus*, 25 juillet 1892.

obtenus par ce physicien. — Pour ses études sur le champ hertzien, M. Blondlot a fait choix d'un résonateur de grande capacité, formé par un condensateur plan qui était disposé perpendiculairement à la direction des fils.

Prenant un résonateur ainsi disposé, il s'agissait de se rendre compte à laquelle des deux positions I et II correspondait cet appareil.

Une expérience faite dans l'air nous montra que le micro-mètre d'un tel appareil manifestait un maximum de longueur d'étincelle lorsque le pont mobile était amené au voisinage immédiat du résonateur. Le fonctionnement du résonateur Blondlot est donc comparable à celui du résonateur de Hertz maintenu dans la position II.

Or, c'est justement dans cette position II que nos résonateurs manifestent une même longueur d'onde au sein de l'air et au sein de l'huile.

Comme on le voit, le résultat de cette étude de l'huile de pétrole peut être résumé dans ces deux lois expérimentales indépendantes de toute théorie :

*I. Les longueurs d'onde décelées par un résonateur dans la POSITION I VARIENT avec la nature du diélectrique au sein duquel se produisent les phénomènes.*

*II. Les longueurs d'onde décelées par un résonateur dans la POSITION II SONT INDÉPENDANTES de la nature du diélectrique au sein duquel se produisent les phénomènes.*

Toutefois, il peut être utile de comparer les résultats que fournit cette étude avec les relations que diverses théories indiquent entre les longueurs d'onde des oscillations électriques se produisant au sein d'un diélectrique et la constante d'induction de ce diélectrique.

Si l'on fait les rapports  $\frac{\lambda_{\text{I (air)}}}{\lambda_{\text{I, } \alpha}}$  et  $\frac{\lambda_{\text{II (air)}}}{\lambda_{\text{II, } \alpha}}$  on voit que pour les

quatre résonateurs étudiés, ils fournissent les nombres suivants :

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
$\frac{\lambda_{I, \text{air}}}{\lambda_{I, \alpha}}$	1.14	1.19	1.15	1.16
$\frac{\lambda_{II, \text{air}}}{\lambda_{II, \alpha}}$	1. »	1. »	1. »	1. »

Or, ces rapports se trouvent évidemment affectés de la perturbation micrométrique.

Aux deux seuls résonateurs  $\alpha$  et  $\beta$  est applicable la loi de l'égalité des différences de longueur et des différences de demi-longueur d'onde. — Les observations relatives à ces résonateurs donnent les résultats suivants que n'affecte plus la perturbation du micromètre

$$\frac{L - L'}{\lambda_{I, \alpha} - \lambda'_{I, \alpha}} = 1,4, \quad \frac{L - L'}{\lambda_{II} - \lambda'_{II}} = 1.$$

Le premier de ces deux rapports est assez voisin de la valeur moyenne trouvée par divers expérimentateurs pour la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de diverses huiles, ce qui nous conduit à énoncer les lois suivantes :

*I. Les longueurs d'onde des oscillations électriques qui excitent un résonateur donné, placé dans la position II, sont les mêmes dans l'air et dans l'huile.*

*II. Pour les oscillations qui excitent le résonateur dans la position I, le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans l'huile est égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de l'huile.*

Une mesure directe du pouvoir inducteur spécifique de l'huile qui nous a servi, nous permettra seule de connaître le degré d'approximation de la seconde loi.

Ces lois semblent difficilement explicables dans la théorie de Maxwell.



La théorie d'Helmoltz, modifiée par M. Duhem<sup>(1)</sup>, conduit aux lois suivantes :

I. *Les flux électriques longitudinaux se propagent dans tous les diélectriques avec la même vitesse qui est égale à la vitesse de la lumière dans le vide.*

II. *Les flux électriques transversaux se propagent dans le vide (et pratiquement dans l'air) avec la même vitesse que les flux longitudinaux.*

III. *Dans un diélectrique, la vitesse de propagation des flux transversaux est en raison inverse de la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique.*

Les lois expérimentales que nous avons obtenues concordent avec ces lois théoriques, si l'on admet qu'un résonateur dans la position I est excité par les flux transversaux et qu'un résonateur dans la position II est excité par les flux longitudinaux, la période du résonateur de Hertz demeurant indépendante de sa position et du milieu dans lequel il est plongé.

L'étude plus complète d'un autre diélectrique plus facile que l'huile à conserver longtemps dans un réservoir en bois nous permettra, nous l'espérons, de venir confirmer ces indications sur le rôle du résonateur dans les positions I et II.

### **Sur l'équation des petits mouvements dans un milieu fluide;**

Par M. P. DUHEM.

Ceci est une simple remarque de cours.

En général, pour établir l'équation des petits mouvements

(1) P. Duhem, *Sur l'interprétation théorique des expériences hertziennes* (*L'Éclairage électrique*, 1895). — *Sur l'équivalence des flux de conduction et des flux de déplacement* (*ibid.*, 1896).

dans une masse fluide, on suppose l'existence d'une fonction potentielle des vitesses, existence que l'on justifie par le Théorème de Lagrange; il vaut mieux opérer de la manière suivante qui ne suppose aucune connaissance d'hydrodynamique si ce n'est celle de l'équation de continuité :

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0,$$

et des équations d'Euler :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Pi}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{array} \right.$$

$u, v, w$  sont les composantes de la vitesse du fluide au point  $x, y, z$ , à l'instant  $t$ ;

$\rho$  est la densité du fluide,  $\Pi$  la pression au même point et au même instant;

$V$  est la fonction potentielle au point  $x, y, z$ , des forces extérieures; cette fonction est indépendante du temps.

Nous admettons :

1° Que les modifications du fluide sont ou isothermiques, ou isentropiques; il existe alors entre  $\rho$  et  $\Pi$  une relation

$$(3) \quad \Pi = G(\rho, T_0),$$

$T_0$  étant, selon le cas, la température constante où la température initiale du fluide;

2° Que le mouvement du fluide est un mouvement très petit au voisinage d'une position d'équilibre stable du fluide; si l'on désigne par  $\rho_0, \Pi_0$ , les valeurs de la densité et de la

pression au point  $x, y, z$ , en cet état d'équilibre, on a

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Pi_0}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} &= 0, \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Pi_0}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0, \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \Pi_0}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} &= 0\end{aligned}$$

ou bien, en vertu de l'égalité (3),

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} &= 0, \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0, \\ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right.$$

Les quantités  $(\rho - \rho_0)$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  et leurs dérivées partielles sont traitées comme des quantités infiniment petites du premier ordre.

Il est clair qu'en négligeant seulement des quantités infiniment petites du second ordre, l'équation (1) devient

$$(5) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho_0 u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_0 v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 w) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Au même degré d'approximation, la première des équations (2) devient, en vertu des égalités (2) et (4),

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial G(\rho, T_0)}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

ou, en posant

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Psi(\rho, T_0)}{\partial \rho} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial G(\rho, T_0)}{\partial \rho}, \\ \frac{\partial}{\partial x} [\Psi(\rho, T_0) - \Psi(\rho_0, T_0)] + \frac{\partial u}{\partial t} &= 0.\end{aligned}$$

Mais

$$\Psi(\rho, T_0) - \Psi(\rho_0, T_0) = \frac{\partial \Psi(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} (\rho - \rho_0) = \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0},$$

en sorte que notre première égalité (2) devient

$$(6) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right] + \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Soient  $\alpha, \beta, \gamma$ , les valeurs de  $u, v, w$ , pour  $t = 0$ .

Soit  $\Theta$  la dilatation cubique

$$(7) \quad \Theta = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0}.$$

Posons, enfin,

$$(8) \quad \varphi = - \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \int_0^t \Theta dt,$$

égalité qui donne

$$(9) \quad \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \Theta + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0.$$

L'égalité (6) donnera la première des égalités

$$(10) \quad \begin{cases} u = \alpha - \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \\ v = \beta - \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \\ w = \gamma - \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \end{cases}$$

*La vitesse à l'instant  $t$ , au point  $x, y, z$ , se compose :*

1° *De la vitesse initiale au même point ;*

2° *D'une vitesse qui admet une fonction potentielle  $\varphi$ .*

Les égalités (10) donnent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{\partial \beta}{\partial z} - \frac{\partial \gamma}{\partial y}, \\ \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{\partial \gamma}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial z}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\partial \alpha}{\partial y} - \frac{\partial \beta}{\partial x}. \end{aligned}$$

*Les trois composantes*

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

de la rotation instantanée au point  $x, y, z$ , sont indépendantes du temps  $t$ .

$\rho_0$  ne dépendant pas de  $t$ , on a

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

et l'équation (5) peut s'écrire, en vertu des équations (9) et (10),

$$(11) \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \right] \\ & - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = F(x, y, z), \end{aligned} \right.$$

avec

$$(12) F(x, y, z) = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial T_0} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\rho_0 \alpha) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho_0 \beta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \gamma) \right].$$

$F(x, y, z)$  sera connu si l'on se donne l'état d'équilibre initial, vérifiant les équations (4) et les vitesses initiales  $\alpha, \beta, \gamma$ .

L'équation (11) sera alors une équation aux dérivées partielles du second ordre déterminant la fonction  $\varphi$ ;  $\Theta, u, v, w$ , seront ensemble déterminés par les équations (9) et (10).

En appliquant à l'équation (11) la méthode de Hugoniot, on trouvera sans peine que le mouvement dont les vitesses admettent la fonction potentielle  $\varphi$  se propage avec une vitesse

$$a = \sqrt{\frac{\partial G(\rho_0, T_0)}{\partial \rho_0}}.$$

*Séance du 9 juin 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

## Sur les aciers au nickel irréversibles;

Par M. P. DUHEM.

(Voir les *Mémoires*, tome IV.)

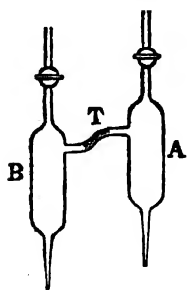
## Action du sodammonium en excès sur le phosphore rouge;

Par M. C. HUGOT.

Les résultats de l'action du phosphore en excès sur le sodammonium et le potassammonium ont déjà été publiés (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 25 juillet 1895). Je vais décrire aujourd'hui le composé auquel donne naissance l'action du sodammonium en excès sur le phosphore rouge.

L'appareil employé dans ces expériences se compose d'un tube plein de soude récemment fondue dans lequel on liquéfie le gaz ammoniac pur. Au contact de l'hydrate de soude, l'ammoniac liquide se déshydrate complètement. Ce tube R, qui sert de réservoir à gaz ammoniac, est fermé par un robinet de verre. Il est relié d'une part à un manomètre à mercure, de l'autre à l'appareil où s'effectuera la réaction. Sur la petite branche du manomètre est soudé un tube à robinet permettant de recueillir sur une cuve à mercure les gaz dégagés pendant l'expérience.

L'appareil dans lequel s'effectue la réaction du phosphore sur l'ammonium alcalin est tout entier en verre. Il présente sensiblement la forme d'un H dont les parties verticales sont constituées par deux tubes larges A et B et la partie horizontale par un tube étroit T contenant un tampon de coton de verre sec.



Les extrémités inférieures des deux tubes A et B sont effilées et peuvent être, pour les pesées, fermées par des bouchons de liège. Les extrémités supérieures de A et B portent chacune un tube muni d'un robinet. C'est par A que l'appareil communique avec le réservoir à ammoniac décrit plus haut.

Voici la marche d'une expérience :

L'appareil ATB, séché avec soin, est mis en communication avec le réservoir R. Un courant de gaz ammoniac traverse l'appareil et chasse complètement l'air qu'il renferme. Les extrémités inférieures sont fermées par des bouchons de liège et l'appareil est pesé plein de gaz ammoniac.

On introduit successivement dans le tube A un morceau de phosphore rouge lavé et séché dans un courant de gaz ammoniac et un globule de sodium, en pesant chaque fois comme précédemment l'appareil plein de gaz ammoniac. Le sodium est introduit à l'état fondu dans une atmosphère d'hydrogène pur et sec; il a été purifié par distillation.

Les poids de phosphore et de sodium étant ainsi connus, on ferme à la lampe les extrémités inférieures des tubes A et B.

On rétablit la communication entre le réservoir R et l'appareil ATB plongé dans un mélange réfrigérant; le sodammonium se forme et se dissout dans l'excès de gaz ammoniac liquéfié.

Le phosphore entre en réaction avec le sodammonium. La liqueur, d'abord mordorée, devient lentement verdâtre. Cette teinte est plus ou moins claire, suivant que le phosphore est en plus ou moins grande quantité par rapport au sodium. On constate en même temps sur les parois du tube A la formation de petits cristaux brillants.

Pendant cette opération et surtout au bout de quelques heures de contact, il se dégage de l'hydrogène que l'on recueille sur la cuve à mercure.

Après un jour de repos, l'appareil étant maintenu dans la glace fondante, on fait passer le liquide jaune verdâtre, en inclinant l'appareil, du tube A dans le tube B à travers le coton de verre. Le sodammonium en excès passe en grande partie.

On fait distiller le gaz ammoniac liquéfié de B en A en refroidissant A et chauffant le tube B. Puis on fait écouler de nouveau le liquide de A en B à travers le coton de verre. En un mot, on lave le tube A avec le gaz ammoniac liquéfié. Cette

opération doit généralement se continuer pendant plusieurs jours pour enlever les dernières traces de sodium qui suffisent pour colorer le liquide en bleu verdâtre. Il reste en A une poudre cristalline qui paraît jaune. Si on laisse l'ammoniac liquéfié baigner quelque temps ces cristaux, on s'aperçoit qu'il prend une teinte jaune. On peut procéder au lavage de cette poudre cristalline comme on l'a fait plus haut.

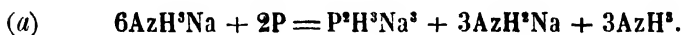
En maintenant l'appareil à 0°, on laisse dégager peu à peu le gaz ammoniac. Il reste en B un dépôt jaune qui tapisse les parois du tube, ainsi que du sodium cristallisé provenant de la dissociation du sodammonium en excès.

Le corps jaune contenu dans B correspond à la formule



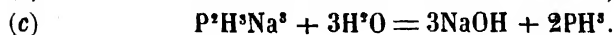
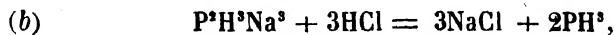
Les cristaux légèrement colorés en jaune du tube A sont des cristaux d'amidure de sodium mélangé à des traces du corps  $\text{P}^{\text{H}}\text{Na}^{\text{S}}$ . Si on analyse, en effet, ces cristaux après les avoir lavés pendant plusieurs jours au gaz ammoniac liquéfié, on trouve qu'ils correspondent à la formule  $\text{AzH}^{\text{S}}\text{Na}$ .

La réaction qui a lieu dans le tube A peut être représentée par



La quantité d'amidure de sodium formé est donnée par le poids des cristaux restés en A. Il faut en retrancher le poids d'amidure provenant de la décomposition spontanée du sodammonium signalée par M. Joannis <sup>(1)</sup>. Cette donnée sera connue par le dosage de l'hydrogène dégagé pendant l'opération et recueilli sur la cuve à mercure.

Le corps jaune traité par les acides et l'eau donne lieu aux réactions suivantes :



(1) M. A. Joannis, *Comptes rendus*, t. CXII, p. 312.



Le phosphore se déduit de la quantité de phosphure d'hydrogène dégagé lorsqu'on fait agir lentement l'eau pure ou acidulée sur le corps précédent. Le sodium en excès est connu par le volume d'hydrogène dégagé dans ces mêmes réactions.

Chauffé dans le vide, le corps  $P^3H^3Na^3$ , après avoir perdu un peu de gaz ammoniac qu'il retient, laisse partir vers  $100^\circ$  du phosphure d'hydrogène et un peu d'hydrogène. De  $150^\circ$  à  $200^\circ$ , au contraire, la proportion de phosphure d'hydrogène diminue beaucoup. Enfin, de  $200^\circ$  à  $300^\circ$  le gaz recueilli n'est formé que d'hydrogène. De plus, la somme des poids de l'hydrogène pur et de l'hydrogène correspondant au phosphure d'hydrogène représente précisément la quantité théorique d'hydrogène contenu dans  $P^3H^3Na^3$ .

Afin de ne pas prolonger ces lavages fastidieux au gaz ammoniac liquéfié, il semblerait, d'après la formule (a), plus commode de faire entrer en réaction le sodium et le phosphore dans des proportions à peine supérieures au rapport de 3 à 1. L'expérience montre que si on n'opère pas avec un excès suffisant de sodium, la réaction (a) n'est plus la seule à se produire. On constate la formation de composés difficiles à déterminer. On peut cependant affirmer la présence du corps  $PH^3Na$ , auquel M. Joannis a donné le nom de phosphidure <sup>(1)</sup>.

### Sur le poids atomique de l'azote;

Par M. M. VÈZES.

Dans une série de notes publiées récemment dans les *Comptes rendus* (t. CXXVI, p. 954, 1030, 1415 et 1501 ; 1898), M. D. Berthelot expose une nouvelle méthode de détermination précise des poids atomiques, applicable aux éléments chimiques gazeux ou fournissant des combinaisons gazeuses, et basée sur la mesure de la densité et de la compressibilité de

(1) M. A. Joannis, *Comptes rendus*, t. CXIX, p. 557.

ces éléments ou de leurs combinaisons. La comparaison des poids atomiques ainsi calculés avec les poids atomiques définis par l'analyse chimique lui donne un accord satisfaisant pour certains éléments (hydrogène, carbone), tandis que certains autres (chlore, soufre, phosphore et surtout azote) manifestent un désaccord sensible. Pour l'azote en particulier, on a, le poids atomique de l'oxygène étant pris par définition égal à 16,000,

Par les données physiques (D. Berthelot). 14,005,

Par l'analyse chimique (Stas)..... 14,044.

L'écart atteint, on le voit, près de 3 millièmes.

M. D. Berthelot cherche à expliquer ce désaccord par l'inexactitude du nombre déterminé par voie chimique, inexactitude due à une erreur systématique qui vicierait le résultat des recherches classiques de Stas. L'an dernier déjà, M. Leduc (*Comptes rendus*, t. CXXV, p. 299; 1897), calculant lui aussi au moyen de mesures physiques le poids atomique de l'azote, avait obtenu la même valeur 14,005, et expliqué par la même erreur systématique le nombre notablement plus fort obtenu par Stas.

Cette erreur systématique a été signalée par Dumas (*Ann. de Chim. et Phys.*, 5<sup>e</sup> série, t. XIV, p. 289; 1878): l'argent en grenaille, tel que l'employait Stas dans ses déterminations, retient de l'oxygène qu'il a dissous pendant sa fusion. Le poids atomique de ce métal, fixé par Stas à 107,929, doit donc être légèrement abaissé, ce qui conduit à modifier aussi celui de l'azote, déterminé en fonction de celui de l'argent. Partant de la proportion d'oxygène que Dumas a trouvée dans l'argent fondu, M. Leduc calcule que le poids atomique de l'azote résultant des expériences de Stas doit être abaissé de 14,044 à 14,002; M. D. Berthelot déduit des nombres de Dumas une conclusion analogue.

Mais cette correction est-elle légitime? peut-on admettre que la proportion d'oxygène trouvée par Dumas dans l'argent fondu

(fondu notamment en présence de nitre, employé à des doses volontairement exagérées), représente bien la proportion d'oxygène existant dans l'argent préparé par Stas avec les précautions multiples que l'on sait?

La réponse à ces questions se trouve dans un mémoire de Stas lui-même, publié après sa mort (*Mém. de l'Acad. de Bruxelles*, t. XLIX; 1893 — et *Œuvres complètes*, t. III, p. 1-201), et qui paraît avoir échappé à l'attention de M. Leduc et de M. D. Berthelot. Dans cet important travail, Stas, justement soucieux de rechercher si la cause d'erreur signalée par « son illustre maître Dumas » affectait d'une façon sensible les résultats numériques de ses recherches antérieures, a soumis à un examen minutieux, au point de vue de la quantité d'oxygène occlus, les échantillons même d'argent précédemment employés à ses déterminations de poids atomiques. Ses conclusions à cet égard sont les suivantes (*loc. cit. : Mémoires*, p. 116; *Œuvres*, p. 124):

« L'argent qui m'a servi pour la détermination des poids atomiques renfermait des gaz, et il en est de même du métal obtenu dans des conditions identiques.

» Le contenu en gaz de ces métaux s'élève à 1/35800 du poids de l'argent, quantité qui ne peut avoir eu aucune influence sur les conclusions que j'ai déduites de mes travaux, puisque l'erreur qui en résulte se confond absolument avec l'erreur inévitable dans des expériences de cette nature. »

Si l'on calcule, en effet, au moyen du nombre fourni par Stas dans les lignes qui précèdent, le changement qui en résulte pour le poids atomique de l'azote, on trouve :

Nombre original de Stas.....	14,044
Nombre corrigé .....	14,040

On voit que la différence entre ces deux nombres est bien de l'ordre des erreurs d'expérience. L'écart est au contraire dix fois plus fort, si l'on compare ces nombres à ceux que M. Leduc et M. D. Berthelot ont déduits, soit de mesures physiques, soit

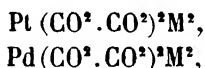
de corrections arbitrairement effectuées sur les nombres de Stas. L'erreur systématique signalée par Dumas ne peut donc suffire à justifier un tel écart.

## Sur les oxalates complexes du platine et du palladium;

Par M. M. VÈZES.

### I

On connaît depuis longtemps déjà des oxalates complexes, contenant du platine ou du palladium associé à d'autres métaux, et correspondant aux formules générales



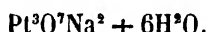
dans lesquelles M représente un atome d'un métal monovalent. Ces sels, les platooxalates et palladooxalates, se rattachent par leurs propriétés et leur constitution aux platosels  $\text{PtX}^1\text{M}^2$  <sup>(1)</sup> et aux palladosels  $\text{PdX}^1\text{M}^2$  <sup>(2)</sup>, dont les types les plus connus et les plus usuels sont les chloroplatinites  $\text{PtCl}^1\text{M}^2$  et les chloropalladites  $\text{PdCl}^1\text{M}^2$ . Il semble dès lors qu'ils doivent également pouvoir leur être rattachés par leur mode de préparation, et qu'il doit être possible de les obtenir directement à partir de ces sels, par des réactions d'échange. Néanmoins, les méthodes par lesquelles ils ont été préparés jusqu'à présent ne reposent sur aucune de ces relations si simples : toutes prennent comme point de départ immédiat des oxydes plus ou moins bien définis et difficiles à obtenir. De telle sorte que ces méthodes, compliquées au point de vue théorique, sont en outre d'un emploi peu commode, et, comme on va le voir,

<sup>(1)</sup> M. Vèzes, *Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 30 avril 1896.

<sup>(2)</sup> M. Vèzes, même recueil, séance du 17 mars 1898.

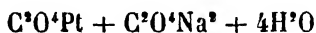
malaisément applicables à la préparation de quantités notables de matière.

Døbereiner <sup>(1)</sup>, qui obtint le premier (1833) un dérivé oxalique du platine, le préparait au moyen d'un platinate de sodium mal défini et mal cristallisé, obtenu en maintenant longtemps à 100° un mélange d'acide chloroplatinique et de carbonate de sodium, et paraissant correspondre à la formule



Ce corps se dissout, avec dégagement de gaz carbonique, dans une solution chaude d'acide oxalique, à laquelle il communique une couleur très foncée. La liqueur obtenue, abandonnée au refroidissement, devient verte, puis bleue, et fournit un dépôt de fines aiguilles rouge cuivre, que Døbereiner, sans les avoir analysées, considère comme l'oxalate platineux  $\text{C}^2\text{O}^4\text{Pt}$ .

Souchay et Lenssen <sup>(2)</sup>, dans un travail étendu sur les oxalates métalliques (1858), ont répété l'expérience de Døbereiner, analysé le produit qu'elle fournit, et attribué à ce produit la formule



d'un oxalate double de platine et de sodium.

Söderbaum <sup>(3)</sup> enfin, qui a fait de 1885 à 1888 une étude détaillée des dérivés oxaliques du platine, a préparé le même sel en employant lui aussi la réaction de Døbereiner, mais en en précisant mieux les conditions. Il prépare le platinate de sodium par l'action du chloroplatinate  $\text{PtCl}^6\text{Na}^2$  sur un excès de soude fondue, opération difficile à conduire et qu'il est dangereux d'effectuer sur plus de 15 grammes de matière à la fois. Le platinate obtenu, mélangé de carbonate de sodium, est ensuite dissous dans une solution d'acide oxalique chauffée au bain-marie : il importe ici de ne pas laisser la température

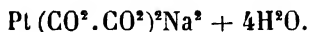
<sup>(1)</sup> Døbereiner, *Poggendorff's Annalen*, t. XXVIII, p. 180; 1833.

<sup>(2)</sup> Souchay et Lenssen, *Liebig's Annalen*, t. CV, p. 256; 1858.

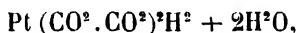
<sup>(3)</sup> Söderbaum, *Studier öfver Platooxalylföreningar*. Thèse Upsal, 1888

dépasser 70°, sinon une partie du platine pourrait être réduite à l'état métallique. Pour la même raison, il convient de n'opérer que sur de petites quantités de matière : Söderbaum n'employait à chaque opération que 4 grammes de platinate. On voit par ces détails combien la méthode de Döbereiner, même perfectionnée par Söderbaum, est compliquée, incommode et inapplicable à une préparation en grand.

Le produit ainsi obtenu par Söderbaum est identique aux aiguilles rouge cuivre analysées par Souhay et Lenssen. Mais cet auteur, au lieu de l'envisager comme un oxalate double de platine et de sodium, le considère comme un sel complexe, un platooxalate, et le représente en conséquence par la formule



Il justifie cette formule unitaire en préparant, à partir de ce sel sodique, les platooxalates de la plupart des autres métaux, et un acide platooxalique



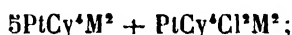
duquel dérivent tous les sels précédents.

Ces sels possèdent tous une couleur foncée analogue à celle du sel de sodium qui vient d'être décrit. Mais la plupart, lorsqu'on les fait recristalliser en solution légèrement alcaline, se transforment en cristaux de couleur claire, différant totalement des cristaux précédents par leur aspect et par leur forme, et possédant néanmoins, à très peu de chose près, la même composition. Söderbaum, qui a observé le premier ce curieux cas d'isomérisie, et après lui Werner (1), ont cherché à l'expliquer par des considérations stéréochimiques. Il est plus vraisemblable d'admettre, comme Werner en a récemment émis l'hypothèse (2), que les platooxalates de la série peu colorée sont seuls des platooxalates proprement dits, et correspon-

(1) A. Werner, *Zeit. f. anorg. Chem.*, t. III, p. 317; 1893.

(2) *Ibid.*, t. XII, p. 50; 1896.

dent seuls aux formules indiquées plus haut; les sels de la série foncée étant des produits d'addition de ces platooxalates avec de petites quantités de platels inconnus correspondant à des formules telles que  $\text{Pt}(\text{CO}^{\cdot}.\text{CO}^{\cdot})^2\text{Cl}^{\cdot}\text{M}^{\cdot}$ ,  $\text{Pt}(\text{CO}^{\cdot}.\text{CO}^{\cdot})^2\text{Br}^{\cdot}\text{M}^{\cdot}$  ou  $\text{Pt}(\text{CO}^{\cdot}.\text{CO}^{\cdot})^2\text{OM}^{\cdot}$ . Cette hypothèse est rendue assez vraisemblable par l'existence déjà constatée, parmi les sels de platine, d'autres combinaisons d'addition du même genre, par exemple les soi-disant platicyanures de Hadow (1) qui correspondent en réalité à la formule



et aussi par ce fait, que l'on passe aisément des platooxalates clairs à leurs soi-disant isomères rouge cuivre par oxydation ménagée au moyen d'un peu de chlore ou de brome (2).

En ce qui concerne le palladium, un seul oxalate complexe a été signalé jusqu'à présent: c'est un « oxalate double de palladium et d'ammonium » que Kane (3) a obtenu (1842) en dissolvant de l'oxyde palladeux fraîchement précipité dans une solution de bioxalate d'ammonium. Ici encore, la difficulté d'obtenir de l'oxyde palladeux dans un état bien défini rend ce mode de préparation peu pratique.

On le voit, aucune des méthodes de préparation indiquées jusqu'à présent n'est d'un emploi commode; aucune n'utilise les relations si simples que présentent les platooxalates et palladooxalates avec les autres platosels et palladosels.

## II

Parmi les platosels et palladosels, les azotites (platonitrites  $\text{Pt}(\text{AzO}^{\cdot})^2\text{M}^{\cdot}$  et palladonitrites  $\text{Pd}(\text{AzO}^{\cdot})^2\text{M}^{\cdot}$ ) se prêtent généralement bien à des réactions d'échange, grâce à la facilité avec

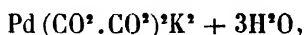
(1) Hadow, *J. of the Chem. Soc.*, t. XIII, p. 106; 1860.

(2) A. Werner, *loc. cit.*

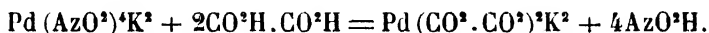
(3) Kane, *Philos. Trans.*, 1842, p. 275.

laquelle l'acide azoteux peut y être déplacé par un autre acide plus fixe. Il est donc à prévoir que l'action de l'acide oxalique sur ces sels fournira, avec élimination de vapeurs nitreuses, les oxalates correspondants.

Il en est bien ainsi dans le cas du palladium; l'action <sup>(1)</sup> d'un excès d'acide oxalique sur une solution chaude de palladonitrite de potassium en élimine tout l'azote à l'état de vapeurs nitreuses, et la liqueur brune obtenue abandonne par refroidissement de fines aiguilles jaune foncé d'un palladooxalate de potassium



formé à partir du palladonitrite par la réaction régulière d'échange



Dans le cas du platine, les phénomènes sont moins simples. L'action <sup>(2)</sup> de l'acide oxalique, même en excès, et dans les mêmes conditions que plus haut, sur le platonitrite de potassium, ne donne lieu qu'à un échange partiel, et le sel qui prend naissance est un composé mixte très stable, le platooxalonitrite de potassium



Ce n'est qu'en employant un grand excès d'acide oxalique, et en prolongeant l'action de la chaleur sur le mélange, que l'on peut obtenir une liqueur brune fournissant par refroidissement de très fines aiguilles, de couleur rouge cuivre, correspondant bien à la description que Söderbaum a donnée du soi-disant platooxalate foncé de potassium. Mais l'élimination de l'acide azoteux n'est jamais complète, et l'on obtient toujours, en même temps que ces aiguilles rouge cuivre,

<sup>(1)</sup> M. Vèzes, *Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 17 mars 1898.

<sup>(2)</sup> M. Vèzes, *Comptes rendus*, t. CXXV, p. 525; 1897.



des cristaux de platooxalonitrite de potassium. Ces cristaux prennent dans ces conditions une structure feuilletée et une couleur verdâtre qui pourraient à première vue les faire paraître très différents des prismes jaunes de platooxalonitrite obtenus dans les conditions indiquées plus haut; néanmoins, l'analyse montre que leur composition est sensiblement la même.

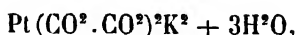
La séparation de ces cristaux verdâtres et du platooxalate rouge cuivre, l'un et l'autre peu solubles à froid, est très difficile; tout au plus peut-on, par des cristallisations fractionnées en solutions sursaturées, obtenir des mélanges riches en l'un ou l'autre des deux sels. Il résulte de là qu'il n'est pas possible d'obtenir aisément le platooxalate de potassium par l'action de l'acide oxalique sur le platonitrite, et qu'il faut renoncer, dans le cas du platine, à cette méthode si commode dans le cas du palladium.

### III

Si l'on remplace, dans ces réactions, les azotites (platonitrites et palladonitrites) par les chlorures (chloroplatinites et chloropalladites), l'échange n'a plus lieu; l'acide oxalique, même employé en excès, ne peut déplacer dans ces sels l'acide chlorhydrique: la transformation des chlorures en oxalates n'est pas possible en liqueur acide.

Mais elle est possible au contraire en liqueur neutre. A une solution chaude et concentrée de chloroplatinite de potassium, ajoutons un excès d'oxalate neutre de potassium: nous verrons la solution, primitivement rouge foncé, prendre une couleur beaucoup plus claire, et elle abandonnera par refroidissement des prismes jaune paille, agissant sur la lumière polarisée. Ces caractères suffisent pour distinguer ces cristaux du chloroplatinite qui est rouge foncé, du chloroplatinate qui est isotrope, ou de l'oxalate de potassium qui est incolore. L'analyse

montre, en effet, que ces cristaux sont identiques au platooxalate clair de Söderbaum

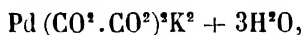


qui se trouve ainsi obtenu par la réaction régulière de double décomposition



Cette réaction qui rappelle, on le voit, la préparation du platonitrite de potassium par le chloroplatinite et un excès d'azotite de potassium, constitue ainsi le moyen le plus simple que l'on puisse employer pour préparer le platooxalate clair de potassium. Elle justifie l'opinion de Werner citée plus haut, d'après laquelle le platooxalate clair serait le platosel normal correspondant au chloroplatinite. D'autre part, la formation du soi-disant platooxalate foncé à partir du platonitrite en liqueur acide, c'est-à-dire en présence d'oxydes d'azote capables de jouer un rôle oxydant, doit également être rapprochée de l'expérience de Werner citée plus haut.

Le chloropalladite de potassium, traité par un excès d'oxalate neutre de potassium, donne lieu à une réaction tout à fait semblable : elle fournit un dépôt de fines aiguilles jaune foncé de palladooxalate de potassium



et le sel obtenu par ce procédé est identique à celui que fournit l'action de l'acide oxalique sur le palladonitrite. De cette identité des produits obtenus en liqueur acide et en liqueur neutre, on peut conclure que la complication que l'existence de deux variétés soi-disant isomériques introduit dans l'étude des platooxalates, ne se retrouve pas dans celle des palladooxalates. On n'a d'ailleurs jamais rencontré, parmi les sels du palladium, de produits d'addition analogues aux soi-disant platicyanures de Hadow.

Comme on le voit par les faits qui viennent d'être cités, les

relations théoriques, qui relient les oxalates complexes du platine et du palladium aux autres platosels et palladosels, fournissent des méthodes simples et pratiques pour la préparation de ces composés ; inversement, ces relations sont justifiées par l'existence de ces méthodes de préparation.

### **Combinaisons obtenues avec l'iodoforme et les amines aromatiques tertiaires;**

Par M. G. DENIGÈS.

Lorsqu'on chauffe de l'iodoforme avec de l'aniline, on obtient une matière colorante rouge, du groupe rosanilique, signalée depuis fort longtemps <sup>(1)</sup> par les frères Renard, de Lyon, qui indiquèrent les premiers l'iodoforme parmi les nombreuses substances pouvant produire du rouge d'aniline. Plus tard, Caro <sup>(2)</sup>, reprenant ce mode de formation dans le but de comparer l'acide rosolique et la rosaniline, montre nettement la possibilité d'obtenir une fuchsine en chauffant à doses massives l'iodoforme avec l'aniline; enfin Nœlting <sup>(3)</sup> s'est servi de ce procédé pour démontrer qu'en oxydant les amines paraméthylées, en présence de deux molécules d'aniline méthylée en méta, on n'obtient pas de fuchsine.

Ces faits peuvent avoir un certain nombre d'applications, ou bien ils permettent de montrer vite et simplement à un cours le mode de génération des dérivés colorés de la rosaniline avec un noyau méthanique et des résidus aminés aromatiques, ou encore ils peuvent servir à déceler de petites quantités d'iodoforme.

C'est en me plaçant à ce dernier point de vue, et en cherchant à généraliser la réaction de Caro, que j'ai été amené

<sup>(1)</sup> Brevet français daté du 19 décembre 1859.

<sup>(2)</sup> Caro, *On the formation of rosolic acid and rosanilin* (*The Philosophical Magazine*, 4<sup>e</sup> série, vol. 32, année 1866, p. 126).

<sup>(3)</sup> Nœlting, *Recherches sur les colorants dérivés du triphénylméthane* (*Conférences de la Société Chimique de Paris*, 1889-1892, p. 213).

à étudier les substances qui font l'objet de cette communication.

Ce ne sont pas, en effet, les seules amines aromatiques primaires qui donnent des matières colorantes lorsqu'on les chauffe avec l'iodoforme; les amines secondaires et tertiaires agissent dans le même sens et souvent mieux. C'est ce qui arrive notamment avec la diméthylaniline.

L'action de la chaleur sur l'iodoforme se traduisant toujours par mise en liberté d'iode, j'ai pensé que la production de ces dérivés colorés était précédée peut-être de la dislocation de la molécule iodoformique avec fixation sur les amines essayées des produits de ce dédoublement. J'ai été assez heureux pour isoler, bien définis et bien stables, de tels produits d'addition avec les amines tertiaires.

Pour cela, me basant sur le fait bien connu que les solutions iodoformiques dans les dissolvants neutres, soumises à la radiation solaire, se colorent par mise en liberté d'iode, j'ai essayé de voir comment se comportaient dans les mêmes conditions les solutions d'iodoforme dans les amines aromatiques.

Au bout de dix jours d'insolation :

Les solutions dans l'aniline et la monoéthylaniline s'étaient colorées en rouge jaunâtre et dans la monométhylaniline en rouge sang.

Après bien moins de temps les solutions de l'iodoforme dans la diméthylaniline s'étaient colorées en vert, et dans la diéthylaniline en bleu par réflexion et rouge par transmission.

De plus, avec ces deux dernières amines, il s'était produit un trouble, puis un dépôt cristallin sur les parois du flacon récipient.

Ce dépôt, particulièrement étudié avec la diméthylaniline, a été lavé à l'alcool, puis dissous dans l'alcool bouillant, lequel a déposé par refroidissement des aiguilles cristallines jaunâtres répondant à la formule  $C^9H^{11}AzI^3$  et renfermant par conséquent tous les éléments de l'amine et de l'iodoforme générateur.

Ce produit d'addition paraît avoir ainsi pris naissance :

Sous l'influence des rayons solaires, l'iodoforme dissous s'est décomposé en iode libre et en un résidu iodé qui se sont combinés aussitôt avec l'amine en donnant l'iodure d'ammonium quaternaire, iodo-substitué



Ce qui le montre, c'est que l'iode existe dans cette molécule sous deux formes, l'une beaucoup plus attaquable que l'autre par les sels d'argent. Sous l'influence prolongée de la lumière et surtout de la chaleur, ce composé transitoire subit des transformations qui l'amènent à l'état de dérivés rosaniliques.

J'ai obtenu avec le di-iodoforme des composés analogues que je décrirai ultérieurement.

*Séance du 25 juin 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

### **Sur la chaleur de dilution de l'hyposulfite de sodium;**

Par M. E. MONNET.

Dans le cours de nos essais préliminaires à l'étude calorimétrique complète de l'hyposulfite de sodium, nous avons été frappé de suite par une particularité que présente la chaleur de dilution des dissolutions de ce sel. En effet, tandis que la chaleur de dilution des solutions d'acétate de sodium <sup>(1)</sup> croît constamment en valeur absolue à partir de la concentration zéro jusqu'à la concentration infinie (qui est celle d'une

<sup>(1)</sup> E. Monnet, *Recherches calorimétriques sur les dissolutions salines* (Comptes rendus, t. CXX, p. 500; 1895).

dissolution constituée par le sel fondu uniquement dans son eau de cristallisation), la chaleur de dilution des solutions d'hyposulfite de sodium croît à partir de la concentration zéro jusqu'à une certaine valeur maximum, puis décroît jusqu'à la concentration infinie.

En outre, il est à remarquer que la dilution des dissolutions d'hyposulfite de sodium *absorbe* de la chaleur, au lieu que la dilution des dissolutions d'acétate de sodium en *dégage*.

La méthode suivie ici est celle qui a été décrite à propos de l'acétate de sodium <sup>(1)</sup>, sauf une légère modification que nous allons signaler.

La chaleur de dilution des dissolutions d'hyposulfite de sodium est une grandeur très petite, difficile à mesurer, surtout au voisinage du maximum, ainsi qu'il ressort du tableau ci-contre; il y avait donc lieu de craindre que ces faibles variations ne fussent masquées par les différences dans les prises d'essai au moment de chaque détermination. Pour parer à cette difficulté, nous avons opéré dès le début sur une dissolution de concentration infinie ( $s = \infty$ ) <sup>(2)</sup>, de la façon suivante. Des ampoules sont remplies de cette dissolution soit entièrement, soit à  $3/4$ , à  $1/2$ , à  $1/4$ , à  $1/10$ , etc., puis, dans ces dernières, on ajoute de l'eau de façon à les amener toutes au même poids que celle qui est entièrement pleine de la dissolution de concentration  $s = \infty$ . Par ce moyen, on connaissait avec toute l'exactitude désirable le poids de la dissolution de concentration  $s = \infty$  employée et le poids d'eau ajoutée, et l'on était certain d'avoir des ampoules toutes de même poids et de concentration décroissante. C'est grâce à ces conditions que le maximum accusé par la courbe de la chaleur de dilution a pu être nettement constaté. Il est vrai qu'en procédant ainsi, la valeur de la concentration  $s$

(1) E. Monnet, *Sur l'étude calorimétrique complète d'un sel* (Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 5<sup>e</sup> série, t. III, p. 107; 1897).

(2) Loc. cit. Pour la signification du symbole  $s$ , voir page 82, et pour la signification du symbole  $\delta$ , voir page 111.

n'était pas exactement connue, car l'analyse du liquide dilué se prêtait mal à des déterminations précises, mais, si nous ne garantissons pas (pour le moment du moins) la parfaite exactitude des valeurs de  $s$ , nous ferons observer que l'existence du maximum dépend uniquement, eu égard à notre façon d'opérer, des valeurs de l'ordonnée  $\delta$ .

Avec l'acétate de sodium, la valeur de la concentration  $s$  s'obtenait en toute rigueur parce que ce sel est d'une composition dont la constance est toujours facile à contrôler, ce qui n'est pas le cas pour l'hyposulfite de sodium. Nous devons donc nous demander si le maximum constaté ne provenait pas de ce que l'hyposulfite employé pour la dissolution initiale de concentration  $s = \infty$  se serait trouvé légèrement déshydraté. Afin de nous en assurer, nous avons fait une deuxième série de déterminations en faisant la dissolution initiale de concentration  $s = \infty$  avec du sel récent <sup>(1)</sup> mal essuyé au papier buvard. Ce sel, qui accusait à l'analyse 38,91 p. 100 d'eau, au lieu de la proportion théorique de 36,29 p. 100, nous a donné des valeurs de  $\delta$  qui, elles aussi, ont un maximum, et qui ne diffèrent de celles obtenues dans la première série d'expériences (faites avec du sel contenant 36,36 p. 100 d'eau) que d'une quantité qui reste dans la limite des erreurs d'expérience.

Nous avons voulu vérifier mieux encore l'état d'hydratation du sel que nous avons employé. Le reste de la dissolution initiale de concentration  $s = \infty$ , qui avait servi à remplir les ampoules de la deuxième série, est touché avec un germe cristallin d'hyposulfite de sodium répondant à la formule  $S^2O^2Na^+ + 5H^2O$ ; la solution sursaturée (environ 1 kilogramme) se prend aussitôt en masse, mais il reste au-dessus de la portion solidifiée une petite quantité de liquide constitué uniquement par une solution saturée du sel  $S^2O^2Na^+ + 5H^2O$ ; preuve manifeste, plus convaincante encore que l'analyse chimique, que le sel employé contenait plus d'eau que celui qui répon-

(1) Pour le mode de préparation, voir *loc. cit.*, p. 75.

dait à la formule  $S^{\circ}O^3Na^{\circ} + 5H^{\circ}O$ . Le reste de la dissolution initiale de la première série, traité de la même façon, se prend au contraire entièrement en masse, sans trace de liquide surnageant.

D'après Schiff, la concentration d'une dissolution d'hypo-sulfite de sodium saturée de sel *hydraté* est  $s = 1,71$  à  $19^{\circ},5$ . Le maximum de la chaleur de dilution correspond donc à une dissolution sursaturée par rapport au sel hydraté.

Les résultats des déterminations sont résumés dans le tableau suivant :

**Hypo-sulfite de sodium:  $S^{\circ}O^3Na^{\circ} + 5H^{\circ}O = 248$ .**

CHALEUR DE DILUTION DE 1 GRAMME DES DISSOLUTIONS D'HYPÓSULFITE DE SODIUM A  $15^{\circ}$ , DANS UNE MASSE D'EAU INFINIE.

NUMÉROS D'ORDRE	s	Σ
1	0,00	0,000
2	0,09	0,083
3	0,12	0,581
4	0,16	0,831
5	0,27	3,323
6	0,83	9,222
7	2,50	12,254
8	24,16	9,970
9	∞	8,723

**Sur la détermination de la chaleur spécifique de l'eau;**

Par M. E. MONNET.

Il n'est guère d'opération de calorimétrie qui exige, avant de donner des résultats concordants, plus d'exercice et plus d'habileté que la mesure de la chaleur spécifique de l'eau à l'aide du procédé, aujourd'hui classique, que M. Berthelot <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup> Berthelot, *Appareil pour mesurer la chaleur spécifique des liquides* (*Annales de Chimie et de Physique*, 5<sup>e</sup> série, t. XX, p. 559, 1877).



a fait connaître en 1877, pour la mesure de la chaleur spécifique des liquides. Il nous a paru intéressant d'appliquer à cette recherche, sauf de légères modifications, la méthode que nous avons tracée, dans notre thèse de doctorat <sup>(1)</sup> en vue de déterminer la chaleur spécifique des dissolutions salines.

Lorsqu'il s'agit d'une dissolution saline, on laisse au bec de l'ampoule juste assez de longueur pour que le dard du chalumeau, au moment de sceller le bec, soit suffisamment éloigné de la surface libre du liquide pour ne pas le décomposer. En opérant avec de l'eau seule, il devient au contraire indispensable de sceller l'ampoule, presque remplie de liquide, à la naissance même du col; sans cette précaution, en effet, on observe, après que l'ampoule a été maintenue pendant plusieurs heures à la température de 100°, que le canal du bec est profondément attaqué par la vapeur d'eau, au point de se recouvrir intérieurement d'une couche d'émail blanc, lequel, se redissolvant ensuite dans l'eau calorimétrique, la rend alcaline. Cette cause d'erreur s'atténue, d'ailleurs, si l'on substitue du verre vert au verre blanc habituellement employé pour ces sortes d'opérations. Nous n'avons remarqué rien de pareil lorsque l'eau contenait des sels en solution, même en petite quantité; c'est ce qui justifie la précaution que nous venons d'indiquer.

L'ampoule, préparée comme il vient d'être dit, et portée à 100° est alors amenée, au moyen du manchon de M. Pionchon, au-dessus du calorimètre, puis reçue sur le trépied; mais, pour éviter l'échappement de bulles de vapeur d'eau, on laissait l'ampoule se refroidir et on ne la brisait que lorsque le thermomètre calorimétrique était devenu à peu près stationnaire. Rappelons ici que, grâce à la disposition de notre banc calorimétrique, toute correction de refroidissement était évitée.

Dans ces conditions, la mesure de la chaleur spécifique de

<sup>(1)</sup> E. Monnet, *Sur l'étude calorimétrique d'un sel* (Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 5<sup>e</sup> série, t. III, 1897).

l'eau n'a pas présenté plus de difficulté ou d'incertitude que toute autre détermination calorimétrique.

La moyenne de dix déterminations nous a conduit, pour la chaleur spécifique moyenne de l'eau entre 15° et 100° au nombre 1,0056, le plus grand nombre observé étant 1,0071, et le plus petit 1,0042.

Si on applique la formule vérifiée par Regnault :

$$Q = t + 2 \times 10^{-5} t^2 + 3 \times 10^{-7} t^3,$$

on trouve pour la chaleur spécifique moyenne de l'eau, entre 0° et 100°, le nombre 1,0050 : l'accord entre le nombre de Regnault et le nôtre ne laisse pas d'être satisfaisant.

En présence des résultats déjà obtenus précédemment avec les dissolutions salines et celui que l'eau vient de nous donner, nous pensons que, pour tout liquide soluble dans l'eau (alcool méthylique, alcool éthylique, acide formique, acide acétique, glycérine, etc.), la méthode directe employée par les physiiciens pourrait être remplacée avec avantage par celle qui consiste à diluer le liquide bouillant dans l'eau calorimétrique, puis à faire une expérience avec le même poids du même liquide pris à la température ordinaire et dilué dans la même quantité d'eau.

---

### **Action de l'hydrogène sur le sulfure d'argent, et réaction inverse;**

Par M. H. PÉLABON.

Le sulfure d'argent peut être réduit par l'hydrogène.

Ce fait a été mis nettement en évidence en 1879 par M. Margottet; il a montré qu'il suffit de chauffer le sulfure d'argent cristallisé pendant quelques heures vers 500°, en tube scellé, dans une atmosphère d'hydrogène, pour constater que la réduction s'est effectuée en divers points de la masse. L'argent mis en liberté est sous forme de fils très fins semblables à l'argent filiforme de la nature.

Inversement l'acide sulfhydrique attaque l'argent métallique.

M. Berthelot <sup>(1)</sup> a vérifié en effet que l'hydrogène sulfuré est décomposé vers 550° par l'argent avec formation de sulfure métallique et d'hydrogène.

Nous nous sommes proposé d'étudier, pour chaque valeur de la température, ces deux réactions inverses.

Des tubes scellés renfermant de l'hydrogène sulfuré et de l'argent ou de l'hydrogène et du sulfure d'argent, sont maintenus pendant un temps suffisamment long à une température fixe. Au bout de ce temps on les retire rapidement du fourneau et on les refroidit brusquement en les faisant tourner en fronde au moyen du fil de fer auquel ils sont attachés. L'analyse du mélange gazeux contenu dans les tubes ainsi refroidis, donne la proportion d'hydrogène sulfuré qu'ils renferment à la température de l'expérience.

Dans un système qui renferme initialement de l'hydrogène et du sulfure d'argent, il se forme à une température supérieure à 250° de l'hydrogène sulfuré dont la proportion dans le mélange croît d'abord avec le temps puis demeure invariable.

Dans un tube où l'on a enfermé, au contraire, de l'hydrogène sulfuré et de l'argent métallique, la proportion d'hydrogène sulfuré diminue, par suite de la formation de sulfure d'argent et d'hydrogène, jusqu'à une certaine valeur limite.

*Pour une même valeur de la température, SUPÉRIEURE A 350 DEGRÉS, les deux limites sont identiques.* Les deux réactions en question se limitent l'une l'autre et, dans ces conditions de température, on peut observer une série d'états d'équilibre véritable du système : argent sulfure d'argent, hydrogène et hydrogène sulfuré.

On peut caractériser ces états, par exemple, par la valeur du rapport de la pression partielle de l'hydrogène sulfuré dans le mélange gazeux à la pression totale de ce mélange. Désignons par  $\rho$  ce rapport.

(1) Berthelot, *Annales de Physique et de Chimie*, 5<sup>e</sup> série, t. XVI, p. 440.

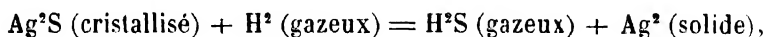
Nous avons constaté que la valeur de ce rapport diminue lentement, mais très nettement, quand la température croît.

Autrement dit, si l'on représente la suite des états d'équilibre du système par une courbe obtenue en portant en abscisses les valeurs de la température et en ordonnées les valeurs du rapport  $\varphi$  correspondantes, les points de cette courbe se rapprochent de l'axe des abscisses au fur et à mesure que la température croît.

La portion de courbe que nos expériences nous ont permis de tracer entre les limites de température 360° et 700°, peut être confondue avec une portion de droite. Les ordonnées des points de cette droite dont les abscisses correspondent aux températures de 360° et 700° sont respectivement

$$\varphi = 0,21 \quad \text{et} \quad \varphi = 0,16.$$

Ces résultats sont en complet accord avec la loi du déplacement de l'équilibre par les variations de température si l'on admet que la réaction indiquée par l'équation suivante :



qui à 15° est accompagnée d'un dégagement de chaleur égal à 1 cal. 6, est encore exothermique à la température de nos expériences.

REMARQUE. — Il n'est pas nécessaire que tous les points du tube soient maintenus à la même température; les résultats sont absolument les mêmes si l'on se contente seulement de chauffer la portion de l'appareil qui contient le morceau d'argent ou de sulfure d'argent. L'équilibre est atteint seulement en un temps un peu plus long.

Quel que soit le système initial, l'équilibre est obtenu en un temps d'autant plus long que la température est plus basse. Tandis qu'à 360° il faut 160 heures pour atteindre la composition limite du mélange gazeux, à 440° il ne faut plus que 40 heures et à 580° à peine quelques minutes.

Aux températures supérieures à  $580^{\circ}$ , l'équilibre s'établissant, comme on le voit, en un temps comparable à la durée du refroidissement des tubes, la méthode du refroidissement brusque ne peut plus être employée. Elle donnerait pour valeurs de  $\rho$  des nombres trop forts.

Pour tourner la difficulté nous avons employé des tubes partiellement chauffés dont l'une des extrémités, située en dehors du fourneau, était à une température assez basse pour pouvoir être tenue à la main.

L'équilibre étant établi dans un tel tube, on le retire brusquement du fourneau, pour le laisser refroidir, en le tenant verticalement, l'extrémité froide en bas; le morceau d'argent sulfuré tombe dans cette partie froide. Ce morceau d'argent sulfuré, au contact du verre froid et du gaz froid, se refroidit très rapidement. Il se trouve en présence d'un mélange gazeux froid qui ne peut agir sur lui que très faiblement. En admettant même qu'il se produise une légère réaction, la quantité d'hydrogène sulfuré produit ou décomposé ne modifierait qu'insensiblement la composition de la masse gazeuse, assez notable d'ailleurs, qui se trouve dans le tube.

En employant ce procédé les expériences ne se trouvent limitées à  $700^{\circ}$  que par le ramollissement du verre des tubes.

Notons que pour une valeur déterminée de la température la limite de la valeur de  $\rho$  est indépendante de l'état physique de l'argent ou du sulfure d'argent. Nous avons pris l'argent pur en lames, en limaille et l'argent très divisé préparé en réduisant le chlorure d'argent en solution dans l'ammoniaque par le zinc pur. Nous avons employé le sulfure d'argent cristallisé et le sulfure d'argent précipité, soit simplement séché, soit séché et fondu. Tous ces corps nous ont conduit pour une même valeur de la température à une même valeur du rapport  $\rho$ .

Cette valeur est encore la même si dans le tube scellé on met initialement du soufre, de l'argent et de l'hydrogène.

REMARQUE. — Nous avons pu observer que dans la réaction de l'hydrogène sur le sulfure d'argent, l'argent mis en liberté ne se présente sous forme de fils que quand la température est inférieure à 580°. Aux températures supérieures les morceaux de sulfure d'argent sont recouverts à la fin de l'expérience d'une couche presque uniforme d'argent métallique.

Les plus beaux échantillons d'argent filiforme sont obtenus quand on chauffe le sulfure d'argent cristallisé et l'hydrogène, en tube scellé, vers 440°.

L'étude de l'action de l'hydrogène sulfuré sur l'argent et l'étude de la réaction inverse aux températures inférieures à 350° conduisent à des résultats totalement différents; ce sont ces études que nous poursuivons en ce moment (1).

### **Sur l'intégrale des équations des petits mouvements d'un solide isotrope;**

Par M. P. DUHEM.

(Voir les *Mémoires*, t. III.)

### **Sur la préparation du chloroplatinite de potassium;**

Par M. M. VÈZES.

#### **I**

De tous les composés du platine, le chloroplatinite de potassium  $\text{PtCl}_2\text{K}_2$  est celui qui présente le plus d'intérêt au point de vue des applications : c'est, en effet, sous la forme de chloroplatinite de potassium que le platine est utilisé par les photographes pour l'obtention de ces épreuves positives inalté-

(1) Travail fait au laboratoire de chimie générale de la Faculté des sciences de Lille.

rables que l'on connaît sous le nom de « photographies au platine » et dont la vogue va toujours en croissant. Or, les méthodes employées jusqu'à présent pour la préparation de ce sel sont loin de présenter les conditions de simplicité et d'économie qu'exige un mode de production véritablement industriel.

Le chloroplatinite de potassium peut en effet être obtenu, soit à partir du platine métallique, soit à partir du chloroplatinate de potassium. Dans le premier cas, la méthode la plus habituellement employée est celle de Claus. On transforme le métal en acide chloroplatinique par dissolution dans l'eau régale, évaporation à sec, et reprise par l'eau acidulée par l'acide chlorhydrique; on réduit cet acide, en solution étendue et chaude, par un courant de gaz sulfureux, qui le transforme en acide chloroplatineux; enfin, la liqueur obtenue, additionnée d'une quantité équivalente de chlorure de potassium, fournit, par refroidissement, le chloroplatinite cristallisé. Cette méthode, on le voit, est longue et compliquée; de plus, la réduction de l'acide chloroplatinique par le gaz sulfureux est une opération assez délicate à effectuer, un excès de gaz sulfureux pouvant transformer l'acide chloroplatineux en composés platosulfureux difficiles à détruire: de sorte qu'une surveillance attentive et de fréquents essais sont nécessaires pour arrêter à temps le courant de gaz sulfureux.

À côté de la méthode de Claus, il convient d'en citer deux autres, qui n'en diffèrent que par le moyen employé pour passer de l'acide chloroplatinique à l'acide chloroplatineux. Dans la méthode de Magnus (*Ann. de Chim. et Phys.*, 2<sup>e</sup> série, t. XL, p. 110; 1829), on évapore à sec la solution d'acide chloroplatinique, et l'on chauffe le résidu à une température d'environ 350°. De l'eau, du gaz chlorhydrique et du chlore se dégagent, et il reste du chlorure platineux  $PtCl_2$ , insoluble dans l'eau, mais soluble à chaud dans l'acide chlorhydrique en donnant une solution d'acide chloroplatineux. Mais, comme l'a montré Pigeon (*Ann. de Chim. et Phys.*,

7<sup>e</sup> série, t. II, p. 446; 1894), cette décomposition de l'acide chloroplatinique par la chaleur ne se produit d'une façon complète que si on l'effectue dans le vide, en présence de potasse fondue, à la température d'ébullition du mercure : sans ces précautions, difficiles à employer dans une opération industrielle, le rendement en chloroplatinite est très médiocre. Enfin, la méthode de Pigeon (*Comptes rendus*, t. CXX, p. 681; 1895) consiste à saturer l'acide chloroplatinique par du carbonate de baryum, et à chauffer au bain-marie la solution obtenue avec une quantité strictement équivalente de dithionate de baryum. Celui-ci passe à l'état de sulfate qui se précipite, et la liqueur filtrée ne contient plus que de l'acide chloroplatineux avec un excès d'acide chlorhydrique. Cette élégante méthode fournit un rendement excellent : mais elle a le double inconvénient, au point de vue industriel, d'exiger des pesées précises et d'employer comme réducteur un sel relativement coûteux.

## II

D'autre part, le chloroplatinite de potassium peut également être obtenu à partir du chloroplatinate  $\text{PtCl}^6\text{K}^6$  par réduction directe de ce sel. Les méthodes de préparation basées sur ce principe seront *a priori* les plus avantageuses de toutes, attendu que c'est sous forme de chloroplatinate de potassium (<sup>1</sup>) que se retrouve finalement le platine dans la plupart des opérations que l'on peut avoir à faire subir à ses combinaisons : les résidus de platine sont toujours constitués par du chloroplatinate, comme ceux d'argent par du chlorure. Il y a évidemment avantage à régénérer ces résidus par transformation directe en chloroplatinite, sans passage à l'état métallique, de même qu'il y aurait avantage à régénérer les

(<sup>1</sup>) Les résidus de platine contiennent parfois aussi du chloroplatinate d'ammonium : mais il est facile de transformer celui-ci en sel de potassium par ébullition avec de la potasse.



résidus d'argent par transformation directe du chlorure en azotate, sans passage à l'état d'argent métallique.

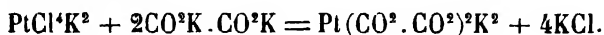
Deux méthodes ont été proposées pour la réduction du chloroplatinate de potassium en chloroplatinite. Böttger (*Journ. f. prakt. Chem.*, t. XCI, p. 251; 1864) traite la solution du chloroplatinate par un courant d'hydrogène sulfuré, qui réduit une partie du sel à l'état de chloroplatinite, mais en précipite aussi la majeure partie à l'état de sulfure : le rendement en chloroplatinite est donc peu élevé. Thomsen (*Journ. f. prakt. Chem.*, 2<sup>e</sup> série, t. XV, p. 295; 1877) chauffe le chloroplatinate solide avec un peu d'eau et un excès de chlorure cuivreux, qui le réduit en passant à l'état de chlorure cuivrique. La liqueur foncée qui en résulte, séparée par filtration de l'excès de chlorure cuivreux et du chloroplatinate non réduit, abandonne par refroidissement des cristaux de chloroplatinite. Mais ces cristaux retiennent toujours un peu de cuivre dont la séparation exige plusieurs lavages à l'alcool; de plus, le rendement en chloroplatinite est médiocre. Groger (*Zeit. f. angew. Chem.*, p. 152; 1897) a amélioré la méthode de Thomsen au point de vue du rendement, en ajoutant au mélange de la poudre de zinc : il obtient ainsi jusqu'à 76 p. 100 du rendement théorique. Mais il est évident que cette addition ne saurait constituer une amélioration au point de vue de la pureté du produit obtenu.

On voit par cet exposé quel perfectionnement réclame la préparation industrielle du chloroplatinite de potassium : une méthode simple de réduction du chloroplatinate, n'employant que des réducteurs peu coûteux, n'exigeant pas de précautions particulières, et fournissant, avec un bon rendement, un produit parfaitement exempt de métaux étrangers.

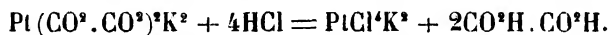
### III

J'ai fait voir récemment (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*,

séance du 9 juin 1898) qu'une simple réaction d'échange, effectuée en liqueur neutre, permet de préparer le platooxalate de potassium  $\text{Pt}(\text{CO}^2\text{CO}^2)^2\text{K}^2 + 2\text{H}^2\text{O}$  à partir du chloroplatinite de potassium :

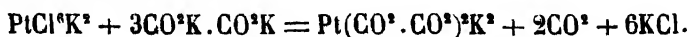


Le passage inverse du platooxalate au chloroplatinite se produit tout aussi facilement, mais en liqueur acide. Il suffit d'ajouter à la solution du platooxalate un excès d'acide chlorhydrique pour faire passer sa couleur du jaune au rouge; après concentration à chaud, elle abandonne par refroidissement du chloroplatinite de potassium (Söderbaum, *Studier öfver Platooxalylföreningar*, p. 74; Thèse, Upsal, 1888) :



Il résulterait évidemment de cette réaction un mode facile de préparation du chloroplatinite de potassium, si le platooxalate pouvait être obtenu aisément à partir d'un autre sel que le chloroplatinite.

Or l'expérience montre que ce sel peut être obtenu à partir du chloroplatinate de potassium par une réaction analogue à celle qui permet de le préparer à partir du chloroplatinite. Chauffons, en effet, à l'ébullition une solution, aussi concentrée que possible, de chloroplatinate de potassium, et ajoutons-lui de l'oxalate neutre de potassium en excès (plus de 3 molécules par molécule du sel). Du gaz carbonique se dégage aux dépens d'une partie de l'oxalate qui réduit le platisel à l'état de platosel, et, après une longue ébullition, la liqueur abandonne par refroidissement des cristaux jaune clair de platooxalate de potassium. Ces cristaux, qui sont exempts de chloroplatinate si l'ébullition a été suffisamment prolongée, sont du reste faciles à distinguer de ce sel, soit par leur couleur plus claire, soit surtout par leur action sur la lumière polarisée. La transformation du chloroplatinate en platooxalate peut dès lors être représentée par l'équation

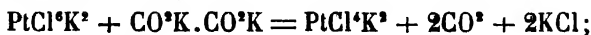


Associée à la réaction signalée plus haut pour le passage du platooxalate au chloroplatinite, elle fournit, on le voit, un procédé de transformation du chloroplatinate de potassium en chloroplatinite, procédé remplissant, au moins en partie, les conditions théoriques indiquées à la fin du paragraphe précédent.

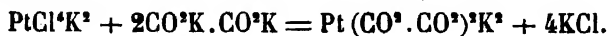
#### IV

Ce procédé, il est vrai, n'est pas absolument direct, puisqu'il exige la production d'un terme de passage, le platooxalate, qu'il faudra faire cristalliser et séparer de son eau-mère, pour pouvoir le transformer ensuite en chloroplatinite. De plus, la faible solubilité du chloroplatinate dans l'eau, même bouillante, permet difficilement d'effectuer en une seule opération, sur des quantités notables de ce sel, sa transformation en platooxalate.

Ces inconvénients peuvent être totalement évités par une importante modification apportée à la réaction qui vient d'être signalée. Cette réaction (transformation du chloroplatinate en platooxalate) peut être considérée comme s'effectuant en deux phases : dans l'une, le chloroplatinate est réduit par une molécule d'oxalate, dont tout le carbone est éliminé à l'état de gaz carbonique :



dans l'autre, le chloroplatinite formé est transformé en platooxalate par échange avec les deux autres molécules d'oxalate :



Il résulte de là que l'on devra pouvoir réaliser directement la réduction du chloroplatinate en chloroplatinite, en produisant seulement la première phase de l'opération précédente, c'est à dire en employant seulement une molécule d'oxalate par molécule du sel.

C'est bien ce que l'expérience vérifie : et de là résulte un mode de préparation du chloroplatinite remplissant parfaitement toutes les conditions théoriques indiquées plus haut. En particulier, il exigera trois fois moins d'oxalate que le procédé précédent, et de plus il pourra aisément être appliqué en grand, car il ne sera plus nécessaire ici d'employer une quantité d'eau suffisante pour dissoudre tout le chloroplatinate employé.

Le mode opératoire sera alors le suivant : Le chloroplatinate est mis en suspension dans une quantité d'eau insuffisante pour le dissoudre, même à chaud (1 litre pour 100 grammes de chloroplatinate, par exemple; il n'y aurait même pas d'inconvénient à réduire encore davantage cette proportion d'eau). On ajoute une molécule d'oxalate neutre de potassium par molécule du sel (soit 37 grammes d'oxalate cristallisé  $\text{CO}^{\cdot}\text{K}.\text{CO}^{\cdot}\text{K} + \text{H}_2\text{O}$  pour 100 grammes de chloroplatinate), et l'on porte à l'ébullition. L'oxalate se dissout, et réagit sur la partie dissoute du chloroplatinate : il se dégage du gaz carbonique, et la solution, d'abord jaune foncé, passe au rouge. Le chloroplatinate se dissout ainsi peu à peu en passant à l'état de chloroplatinite, et finalement, au bout de quelques heures d'ébullition, tout est dissous : la liqueur rouge foncé obtenue abandonne par refroidissement du chloroplatinite parfaitement pur. Le poids des cristaux ainsi obtenus du premier coup dépend naturellement de la concentration plus ou moins grande que la liqueur a subie pendant l'ébullition : pour une concentration convenable, il peut dépasser 80 p. 100 du poids théorique de chloroplatinite correspondant au chloroplatinate employé. Par addition d'alcool aux eaux-mères, il est d'ailleurs facile de précipiter à peu près complètement le reste du sel.

En résumé, la préparation du chloroplatinite de potassium peut être aisément et économiquement réalisée à partir du chloroplatinate de potassium, par réduction de ce sel, mis en

suspension dans l'eau bouillante, au moyen d'une quantité équivalente d'oxalate neutre de potassium.

## **Sur la multicommutation en télégraphie au moyen des oscillations électriques;**

Par M. A. TURPAIN.

Les lois expérimentales simples relatives aux oscillations électriques que nous avons énoncées dans de précédentes communications <sup>(1)</sup> sont susceptibles d'être utilisées dans le domaine des applications pratiques.

Au cours des premières expériences que nous avons disposées en 1895 dans les laboratoires de la Faculté des sciences, et que nous avons dû brusquement interrompre, nous avons utilisé le facile fonctionnement que présente un résonateur à coupure à l'entretien d'un courant électrique soit dans un galvanomètre, soit dans un électro-aimant.

Nous nous sommes proposé d'appliquer à la solution de problèmes de télégraphie ce fait, joint à l'utilisation convenable des résultats auxquels nous ont conduit l'étude comparative du champ hertzien concentré par un fil unique ou par deux fils.

Nous nous proposons d'indiquer dans cette note l'application des oscillations électriques à la solution du problème général de la multicommutation en télégraphie.

Envisagé de la façon la plus générale, ce problème peut s'énoncer ainsi. Étant donné un fil conducteur unissant deux lieux déterminés, deux villes par exemple, A et N, et passant par une série d'autres lieux B, C, D, ..., L, trouver un dispositif qui permette l'entretien de communications simultanées, télégraphiques ou téléphoniques, entre A et B, A et C, A et D, ..., A et N et aussi entre B et C, B et D, ..., B et N et ainsi de

<sup>(1)</sup> *Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 4 avril 1895; 20 janvier 1896; 31 mars 1896.

suite jusqu'à la communication entre L et N; en un mot, entre une quelconque des villes où passe le fil et une autre quelconque.

Si ce problème n'a pas reçu de solutions générales, des cas particuliers en ont été abordés et résolus avec succès.

Grâce, en effet, à l'ingéniosité déployée par les différents inventeurs d'appareils télégraphiques, qui surent si bien mettre à profit la merveilleuse souplesse de l'électro-aimant, la télégraphie par courants continus a fait de rapides progrès : il semble même qu'on ne puisse guère augmenter encore beaucoup la vitesse des mouvements synchrones employés dans les appareils à transmission rapide dont les dispositifs de M. Baudot offrent de si intéressantes applications sans nuire à l'exactitude même de ce synchronisme.

La construction d'appareils nouveaux basés sur l'emploi de moyens mécaniques est rendue difficile par la perfection même des appareils actuels. Il semble que la solution du problème qui consiste à demander aux lignes télégraphiques un rendement de plus en plus élevé ne puisse être généralisée que par l'emploi de moyens physiques, que par l'application de phénomènes qui supprimant tout mécanisme permettent d'effectuer sur ces lignes de la véritable multicommutation, au sens complet du mot, les appareils à transmission rapide actuels n'arrivant, en somme, qu'à rendre le plus rapprochées possible les communications successives des divers manipulateurs et récepteurs couplés sur la même ligne.

Cette manière de résoudre le problème par l'emploi de moyens physiques a été tentée depuis longtemps déjà. C'est ainsi qu'en 1860, l'abbé Laborde proposa d'employer comme appareils télégraphiques une série de diapasons différents produisant chacun un courant intermittent de régime déterminé. Ce télégraphe fut réalisé plus tard par Paul Lacour. Ces différents courants cheminant ensemble impressionnaient à l'arrivée des copies des diapasons disposés à la station de départ et le triage des transmissions était ainsi assuré.

Tout récemment encore, M. Mercadier a réalisé un dispositif, le duodecplex, qui, à l'aide de douze diapasons placés à la station de départ et de plaques vibrantes fonctionnant à l'unisson et disposées à la station d'arrivée, permettait l'échange véritablement simultané de douze télégrammes entre deux stations, ces télégrammes étant transcrits en signaux conventionnels Morse.

Il semble difficile d'utiliser de tels dispositifs basés sur l'emploi des mouvements sonores à l'entretien simultané sur une même ligne d'appareils télégraphiques absolument quelconques : Morse, Hughes, téléphones, etc.

L'intérêt du problème général de la multicommutation télégraphique croît avec l'établissement des lignes télégraphiques de jour en jour plus nombreuses.

Nous avons appliqué à la solution de ce problème les oscillations électriques, et nous croyons être arrivé à le résoudre d'une façon générale, du moins dans ses lignes principales.

PRINCIPE DU DISPOSITIF. — Si l'on se reporte à l'étude faite précédemment du champ à un et à deux fils, on y trouve le moyen d'actionner à volonté à distance un résonateur.

Ce moyen consiste : 1° si l'on a constitué un champ interférent à deux fils, soit à supprimer la communication de l'un des fils du champ avec la plaque terminale qui concentre les effets de l'excitateur, soit à augmenter l'un des fils d'une longueur additionnelle égale à la demi-longueur d'onde du résonateur à influencer.

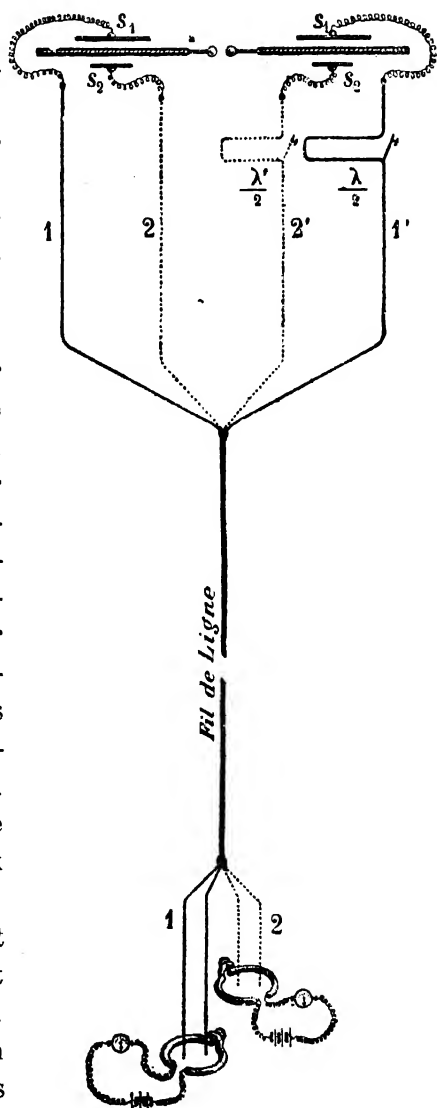
2° Si l'on a constitué un champ ordinaire à deux fils, soit à changer la communication d'un des fils de manière à rendre le champ interférent, soit à augmenter l'un des fils d'une longueur additionnelle égale à la demi-longueur d'onde du résonateur à influencer.

L'expérience montre que l'on peut de même actionner à volonté à distance un résonateur, sans être obligé de tendre

depuis l'excitateur jusqu'au résonateur les deux fils. Il suffit que les fils soient distincts jusqu'à la longueur additionnelle de fil  $y$  compris. Réunis tous deux à partir de cet endroit, le fil unique propage ou ne propage pas l'oscillation de l'excitateur suivant que le pont qui commande la longueur additionnelle de fil est ouvert ou fermé.

L'expérience montre aussi qu'on peut établir ainsi toute une série de fils aboutissant tous en un point commun à partir duquel un seul fil est tendu; chacun de ces fils possédant une longueur additionnelle différente pour chacun d'eux et correspondant chacune à un des différents résonateurs situés au bout de la ligne. La figure ci-contre indique ce dispositif pour deux résonateurs différents.

On voit que, suivant que les deux ponts sont ou tous deux ouverts, ou tous deux fermés, ou l'un ouvert, l'autre fermé, les deux résonateurs sont, ou tous deux influencés, ou tous deux muets, ou l'un muet, l'autre influencé. On peut donc ainsi actionner à distance





celui des deux résonateurs que l'on veut et cela simultanément.

On conçoit que si ces résonateurs sont à coupure, on peut utiliser leur fonctionnement à l'entretien par une pile locale d'un appareil télégraphique quelconque ou d'un téléphone. Il suffit que le pont situé à la station de départ et qui commande le résonateur à influencer soit lui-même invariablement lié au dispositif transmetteur de l'appareil télégraphique que l'on veut utiliser.

DÉTAILS DU DISPOSITIF. — En réalité le bon fonctionnement des résonateurs d'une façon bien indépendante les uns des autres n'est pas obtenu d'une manière aussi simple, du moins s'il s'agit d'actionner simultanément plus de deux ou trois résonateurs.

Il est utile, au lieu de ne se servir que d'un seul exciteur comme producteur des oscillations électriques, de constituer des excitateurs, pour ainsi dire, monochromatiques qui émettant d'une manière très active une oscillation de période déterminée, sont susceptibles d'actionner vigoureusement un résonateur donné, d'ailleurs choisi par tâtonnement, à l'exclusion des autres.

Voici un moyen fort simple de constituer une série d'excitateurs monochromatiques fonctionnant d'une manière très satisfaisante : Dans une cuve remplie d'huile on dispose, côte à côte, toute une série de couples de sphères de cuivre de diamètres décroissants arrangés comme suit :

*e . d . c . b . a , a . b . c . d . e .*

Voici les dimensions de ces sphères :

Sphère <i>a</i> . . . . .	12 <sup>cm</sup>	de diamètre.
— <i>b</i> . . . . .	10 <sup>cm</sup>	—
— <i>c</i> . . . . .	8 <sup>cm</sup>	—
— <i>d</i> . . . . .	6 <sup>cm</sup>	—
— <i>e</i> . . . . .	5 <sup>cm</sup>	—

Au voisinage d'un équateur de chacune des sphères est disposée une bande de cuivre d'une longueur égale au tiers du diamètre de la sphère et l'entourant aux trois quarts. Ces bandes de cuivre aussi identiques que possible jouent le rôle de plaques terminales des fils.

Toutes les sphères étant placées dans l'huile et à quelques millimètres les unes des autres, on les excite avec le même Ruhmkorff. Chacun des couples de sphères de même diamètre se trouve alors, par raison de symétrie, le siège d'une oscillation de même période pour chacune des deux sphères, mais de périodes différentes pour chaque couple. Ces oscillations sont partagées par les bandes de cuivre qui avoisinent les sphères et propagées ou non jusqu'au résonateur en accord avec le couple de sphères considérées suivant que le pont commandant au départ la longueur additionnelle de fil relative à ce résonateur est ou non fermé.

On peut construire également des excitateurs à plaques successives de surfaces différentes, chaque couple de plaques constituant un excitateur monochromatique.

Un autre détail concerne le fonctionnement du résonateur. A l'arrivée à chaque résonateur, le fil de ligne se dédouble pour arriver au résonateur, et le résonateur est disposé dans la position I ou II relativement à ces deux fils. — La longueur à donner à ces deux fils est réglée par tâtonnement. — Nous avons employé en même temps que des résonateurs circulaires des résonateurs à plaques. Dans ce cas, les fils qui y aboutissent sont eux-mêmes terminés par des plaques situées parallèlement à celles du résonateur.

Pour plus de sensibilité, le micromètre est placé dans le vide; un dispositif spécial en permet néanmoins le réglage.

Enfin, au lieu de se contenter d'actionner les résonateurs par l'abaissement d'un seul pont intercalant ou non la longueur additionnelle de fil égale à  $\frac{\lambda}{2}$ , il est encore préférable de se servir d'un double pont qui, manœuvré par la même tige

isolante, interrompt à la fois la communication et du fil à longueur additionnelle et du fil parallèle avec les deux plaques terminales situées au voisinage de l'excitateur.

RÉSULTATS DES EXPÉRIENCES. — A l'aide d'une ligne aérienne mesurant 170 mètres de longueur disposée autour des bâtiments de l'usine électrique de Bordeaux-les-Chartrons, ligne contournée plusieurs fois sur elle-même, et pour l'établissement de laquelle on n'avait pris d'autres soins d'isolement que ceux en usage dans la disposition des lignes télégraphiques ordinaires, nous avons pu faire des expériences entre trois postes établis : l'un A au commencement de la ligne, l'autre B aux deux tiers de sa longueur, le troisième C à l'extrémité. Dans ces expériences, dont quelques-unes ont été réalisées en temps de pluie, cinq résonateurs accordés qui permettaient la réception entre A et B, A et C, B et C, B et A, C et B, ont toujours fonctionné indépendamment les uns des autres et sans que, une fois réglé, l'envoi d'un signal destiné à l'un d'eux soit reçu par un autre. Deux de ces résonateurs étaient complets et on lisait les signaux par l'apparition d'étincelles de longue ou de courte durée, les trois autres étaient à coupure, et entretenaient deux électro-aimants et un téléphone, qui fonctionnaient indépendamment les uns des autres.

En résumé on peut concevoir l'emploi des oscillations électriques dans ce dispositif, d'une façon analogue à l'emploi de vibrations sonores de la manière suivante :

Qu'on suppose un tube acoustique reliant deux ou plusieurs endroits et muni à l'arrivée et au départ d'embouchures.

Les embouchures, au départ, concentrent le mouvement sonore qu'émettent différents tuyaux sonores que nous supposons pour plus de simplicité au nombre de deux seulement, l'un donnant le *la*, l'autre le *sol*. A l'arrivée, en face des embouchures se trouvent placés des résonateurs, l'un capable de renforcer le *la* et sourd au *sol*, l'autre capable de renforcer le *sol* et sourd au *la*.

Le partage des transmissions faites au départ sur le *la* et sur le *sol* et qui ont cheminé de concert, se fait grâce à la présence des résonateurs de Helmutz. Il se passe une action analogue dans le dispositif électrique que nous préconisons. Au départ, le décalage différent des ventres en regard sur deux fils parallèles partis des plaques terminales de l'excitateur, décalage qui se fait grâce à la longueur additionnelle de fil, permet la propagation, le long du fil, d'une ondulation électrique capable de faire résonner seulement le résonateur sur la longueur d'onde duquel elle a été décalée et de laisser muets tous les autres.

Si nous reprenons l'énoncé général du problème, nous pouvons dire que grâce aux différents excitateurs qui fonctionnent dans les divers postes A, B, C, ..., N, se propagent sur la ligne AN tout un cortège d'oscillations électriques de longueur d'onde différentes.

Le tamisage de ces oscillations électriques se fait à chaque résonateur qui garde et renforce celles de ces oscillations qui correspondent à sa longueur d'onde et laisse cheminer les autres, qui à leur tour sont reçues chacune par le résonateur qui lui est propre.

Les expériences préliminaires que nous avons entreprises avec le dispositif que nous venons d'exposer, vont pouvoir être reprises sur une ligne télégraphique longue de plus d'un kilomètre entre des postes distants de 300 mètres environ, ligne qui est gracieusement mise à notre disposition par M. Renous, l'aimable directeur de la station centrale d'électricité de Bordeaux-les-Chartrons, qui nous a déjà fourni les moyens de réaliser ces essais.

Nous espérons dans ces nouvelles expériences pouvoir obtenir d'une façon complète la multicommutation simultanément sous forme télégraphique et sous forme téléphonique.

## Configurations régulières sur des surfaces quelconques;

Par M. G. BRUNEL.

Nous avons eu l'occasion, dans des communications antérieures, d'étudier les configurations régulières tracées sur des surfaces *fermées* quelconques. La même question peut être posée relativement aux surfaces limitées par des contours en nombre arbitraire.

Nous conservons la même définition : une configuration est dite régulière lorsqu'elle est formée de faces simplement connexes, limitées par le même nombre  $m$  d'arêtes et lorsque de chaque sommet partent des arêtes en même nombre  $n$ .

En désignant par  $F$  le nombre des faces, par  $A$  le nombre des arêtes et par  $S$  le nombre des sommets, la relation d'Euler généralisée donne

$$F + S = A + 2 - \lambda - \mu,$$

où  $\lambda$  est le nombre des contours limites et où  $\mu$  dépend de la nature de la portion de surface considérée, en particulier du nombre des contours irréductibles à des contours limites et irréductibles entre eux que l'on peut tracer sur la surface.

Nous considérerons plus particulièrement ici le cas où  $\mu = 0$ ; la portion de surface que nous considérons peut alors être considérée comme déformable en une portion de plan limitée par un contour extérieur et par  $\lambda - 1$  contours intérieurs.

Chaque contour limite est nécessairement formé sur la configuration d'un ensemble d'arêtes appartenant à certaines faces. Nous désignerons par  $a$  le nombre des arêtes qui se trouvent ainsi placées sur les contours limites. En posant

$$A = a + \alpha,$$

$\alpha$  est le nombre des arêtes intérieures.

Les sommets, en nombre  $S$ , sont ou bien sur les contours limites, ou bien intérieurs. Il est évident que le nombre des sommets placés sur les contours limites est précisément égal à  $\alpha$  et l'on a  $S \geq \alpha$ .

On a les relations

$$\begin{aligned} F + S &= A + 2 - \lambda, \\ A &= a + \alpha, \\ mF &= 2a + \alpha, \\ nS &= 2a + 2\alpha, \end{aligned}$$

les deux dernières formules exprimant la régularité de la configuration.

On tire de là

$$\begin{aligned} \frac{1}{a + \alpha} &= \frac{1}{A} = \frac{2n + 2m - mn}{(2 - \lambda) mn + n\alpha}, \\ \frac{1}{S} &= \frac{n}{2A} = \frac{1}{2} \frac{2n + 2m - mn}{(2 - \lambda) m + \alpha}, \\ F &= \frac{2a + \alpha}{m}. \end{aligned}$$

Il y a lieu de distinguer trois cas suivant que  $\lambda = 1$ , ou  $\lambda = 2$ , ou  $\lambda > 2$ . Si  $\lambda$  est égal à 2, la relation d'Euler devient homogène en  $F$ ,  $S$  et  $A$ ; de là l'existence de systèmes de valeurs pour  $m$  et  $n$ , par exemple  $m = 3$ ,  $n = 4$ ;  $m = 5$ ,  $n = 3$ , pour lesquelles existent des valeurs admissibles pour  $F$ ,  $S$  et  $A$ , l'une de ces quantités  $F$  étant d'ailleurs absolument arbitraire.

Les couples de valeurs des nombres  $m$  et  $n$  qui sont acceptables sont les mêmes lorsque  $\lambda = 1$  et lorsque  $\lambda = 2$ . Ces valeurs sont données ci-dessous :

$$\begin{aligned} m &= 2, \quad 3, \quad 3, \quad 3, \quad 3, \quad 4, \quad 4, \quad 5, \quad 5, \quad m, \\ n &= n, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 2, \quad 3, \quad 2, \quad 3, \quad 2; \end{aligned}$$

mais, à un système donné arithmétiquement de valeurs de  $A$ ,  $F$ ,  $S$ , ne correspond pas nécessairement une configuration déterminée. Et même, pour des valeurs de  $\lambda > 2$  il est facile

de construire des solutions arithmétiques non admissibles graphiquement, tandis que d'autres solutions arithmétiques se prêtent à plusieurs représentations graphiques distinctes.

### Sur la forme donnée par Kirchhoff aux équations différentielles du mouvement d'un corps solide;

Par M. W. DE TANNENBERG.

Dans ses leçons bien connues sur la Mécanique, Kirchhoff déduit du principe d'Hamilton une forme particulièrement élégante des équations différentielles du mouvement le plus général d'un corps solide. On peut obtenir plus rapidement cette forme en appliquant le principe de DAlembert de la manière suivante :

Rappelons d'abord des formules élémentaires de cinématique. Soient  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  les trois axes invariablement liés au solide et soit  $\omega$  le segment qui représente à l'instant  $T$  la rotation du solide par rapport aux axes  $Ox'$ ,  $Oy'$ ,  $Oz'$  parallèles aux axes fixes. Soient en outre :

$u, v, w$  les projections sur  $Ox, Oy, Oz$  de la vitesse du point  $O$ ;

$p, q, r$  — — — du segment  $\omega$ ;

$\xi, \eta, \zeta$  — — — de la vitesse d'un point

$M(x, y, z)$  du solide;

$\Gamma_x, \Gamma_y, \Gamma_z$  les projections de l'accélération de ce point.

Les formules dont nous allons faire usage sont :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \xi = u + qz - ry, \\ \eta = v + rx - pz, \\ \zeta = w + py - qx, \end{array} \right. \quad (2) \left\{ \begin{array}{l} \Gamma_x = \frac{d\xi}{dt} + q\zeta - r\eta, \\ \Gamma_y = \frac{d\eta}{dt} + r\xi - p\zeta, \\ \Gamma_z = \frac{d\zeta}{dt} + p\eta - q\xi. \end{array} \right.$$

Ceci posé, désignons par  $X, Y, Z$  les projections sur  $Ox, Oy,$

Oz de la somme géométrique des forces agissantes, par L, M, N les projections sur les mêmes axes du moment résultant de ces forces par rapport au point O. Si on écrit qu'il y a équilibre, à un instant quelconque, entre les forces d'inertie et les forces agissantes, on obtient

$$(I) \quad \begin{cases} \int \Gamma_x dm = X, \\ \int \Gamma_y dm = Y, \\ \int \Gamma_z dm = Z. \end{cases} \quad (II) \quad \begin{cases} \int (y\Gamma_z - z\Gamma_y) dm = L, \\ \int (z\Gamma_x - x\Gamma_z) dm = M, \\ \int (x\Gamma_y - y\Gamma_x) dm = N, \end{cases}$$

$dm$  désignant un élément de masse quelconque du solide.

D'autre part, soit  $2T$  l'expression de la force vive du solide

$$(3) \quad 2T = \int (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2) dm,$$

c'est-à-dire, en tenant compte des formules (1),

$$2T = M(u^2 + v^2 + w^2) + 2M \begin{vmatrix} u & v & w \\ p & q & r \\ x_0 & y_0 & z_0 \end{vmatrix} + Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 \\ - 2Dqr - 2Erp - 2Fpq.$$

Nous désignons par  $M$  la masse totale et par  $x_0, y_0, z_0$  les coordonnées du centre de gravité. Quant aux centres coefficients  $A, B, \dots, F$ , ils ont une signification bien connue. Nous allons montrer que les premiers membres des équations (I) et (II) s'expriment simplement à l'aide des dérivés de la forme  $T$ . A cet effet, nous remarquerons qu'en différentiant l'identité (3) par rapport à  $u, v, w, p, q, r$ , on obtient

$$\frac{\partial T}{\partial u} = \int \xi dm, \quad \frac{\partial T}{\partial v} = \int \eta dm, \quad \frac{\partial T}{\partial w} = \int \zeta dm, \\ \frac{\partial T}{\partial p} = \int (y\zeta - z\eta) dm, \quad \frac{\partial T}{\partial q} = \int (z\xi - x\zeta) dm, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = \int (x\eta - y\xi) dm.$$

On aperçoit alors que les équations (I) peuvent prendre la



forme

$$(I') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial u} \right) + q \frac{\partial T}{\partial w} - r \frac{\partial T}{\partial v} = X, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right) + r \frac{\partial T}{\partial u} - p \frac{\partial T}{\partial w} = Y, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial w} \right) + p \frac{\partial T}{\partial v} - q \frac{\partial T}{\partial u} = Z. \end{array} \right.$$

Considérons maintenant les équations (II) et formons

$$(y\Gamma_x - z\Gamma_y).$$

Le équations (1) et (2) montrent que

$$y\Gamma_x - z\Gamma_y = y \frac{d\zeta}{dt} - z \frac{d\eta}{dt} + q(x\eta - r\zeta) - r(z\zeta - x\eta) + \zeta v - \eta w,$$

donc on peut écrire les équations (II)

$$(II') \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right) + q \frac{\partial T}{\partial r} - r \frac{\partial T}{\partial q} + v \frac{\partial T}{\partial w} - w \frac{\partial T}{\partial v} = L, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial q} \right) + r \frac{\partial T}{\partial p} - p \frac{\partial T}{\partial r} + w \frac{\partial T}{\partial u} - u \frac{\partial T}{\partial w} = M, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) + p \frac{\partial T}{\partial q} - q \frac{\partial T}{\partial p} + u \frac{\partial T}{\partial v} - v \frac{\partial T}{\partial u} = N. \end{array} \right.$$

Telles sont les formules données par Kirchhoff. Elles sont applicables, comme on voit, quels que soient les axes invariablement liés au corps. En supposant que l'origine O coïncide avec le centre de gravité et que les axes coïncident avec les axes d'inertie relatifs à ce point, on obtient les formules classiques d'Euler.

*Séance du 7 juillet 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. DOULOUGH.

## Dragages méthodiques dans le Golfe de Gascogne;

Par M. A. GRUVEL.

Si la faune terrestre des environs de Bordeaux peut constituer pour les zoologistes un vaste terrain d'études, il ne faut

cependant pas oublier que nous sommes seulement à quelques kilomètres de l'Océan, et que, là aussi, les sujets de recherches peuvent être nombreux si des moyens pratiques sont mis à notre disposition pour la récolte des matériaux destinés aux études de laboratoire.

Je ne crois pas que jusqu'ici des dragages méthodiques aient été tentés dans le golfe de Gascogne, ainsi que cela a été fait et continue à se faire dans les laboratoires de Banyuls et de Cette pour le golfe du Lion, et dans ceux de Marseille, Tamaris et Villefranche pour le golfe de Gênes. Il y a là, me semble-t-il, une lacune qui devrait être comblée.

Dans tous les cas, je suis persuadé que des recherches faites avec méthode pourraient donner de précieux résultats, et mériteraient par conséquent d'être tentées.

Quelques zoologistes se sont bien occupés de la faune du golfe de Gascogne, mais en recueillant un peu au hasard ce que rapportaient les bateaux de pêche; ce sont, en particulier : Lafont, Fischer, Viallanes, etc.

Le bassin d'Arcachon a pu fournir autrefois de nombreux matériaux pour les études *zoologiques*. Malheureusement, il ne peut guère plus en être de même aujourd'hui, car il est un fait hors de doute, c'est que la faune de ce bassin s'appauvrit de plus en plus.

Les causes de cet appauvrissement lent, mais continu, sont certainement nombreuses et difficiles à bien préciser; cependant, il en est quelques-unes, dominantes, et sur lesquelles il n'est guère possible d'avoir de doutes.

Tout d'abord, il est à remarquer que le degré de salure de l'eau du bassin est de beaucoup inférieur à celui de la pleine mer; par conséquent, le séjour de ses eaux est fatalement, et par ce fait seul, interdit à de nombreuses espèces qui demandent pour vivre des eaux beaucoup plus salées.

D'autre part, le fond du bassin est sans cesse remué par les engins des pêcheurs qui, ne pouvant sortir du bassin que par

beau temps, trouvent là de quoi gagner leur vie, sans aller courir des risques au dehors.

Comme la plupart des animaux ramenés par la drague ou le chalut sont détériorés ou morts lorsqu'ils arrivent à la surface, et que sans cesse les mêmes parages étant atteints par les engins ne donnent pas le temps aux animaux de se remettre complètement, il en résulte fatalement que la destruction des espèces est plus considérable que leur production; d'où un appauvrissement lent, mais sûr, de la faune.

Enfin, la quantité énorme d'huîtres qui sont élevées chaque année dans le bassin, source de richesse pour les ostréiculteurs de la région, n'en est pas moins une des causes qui influent peut-être le plus sur l'appauvrissement de sa faune générale.

On n'ignore pas, en effet, que l'huître, pour s'accroître et s'engraisser, absorbe une quantité innombrable de petits animaux, crustacés ou autres, filtre l'eau en un mot, ainsi que l'ont démontré les recherches de *Viallanes*, et que nous pouvons tous les jours nous en rendre compte dans nos aquariums.

Cette quantité prodigieuse de nourriture ainsi accaparée au seul profit des huîtres diminue d'autant la quantité d'aliments dévolue aux animaux habitant les mêmes parages et se nourrissant des mêmes petites espèces.

Ces animaux, ne trouvant plus à vivre dans le bassin lui-même, ont dû émigrer au large, et n'y sont plus revenus ou du moins qu'en très faible quantité.

Mais si la faune du bassin lui-même est pauvre, il n'en est pas moins vrai que celle du golfe de Gascogne est riche, ainsi qu'on peut s'en assurer par les travaux des naturalistes dont j'ai parlé plus haut et comme j'ai pu moi-même m'en rendre compte.

Malheureusement, dès que l'on veut sortir en mer, il faut avoir recours à d'autres moyens de recherches, et ces moyens

sont coûteux, beaucoup plus coûteux que dans le bassin, et par conséquent beaucoup plus difficiles à réaliser, surtout lorsqu'on dispose d'un budget limité.

Si, en effet, dans l'intérieur du bassin, on peut, à la rigueur, se contenter d'une simple barque de pêche pour la recherche des animaux, il ne peut plus en être de même au large, où il faut disposer de bateaux beaucoup plus grands et susceptibles de pouvoir franchir les « passes » de l'entrée du bassin, toujours dangereuses, même par temps relativement calme.

Heureusement, des moyens pratiques et, en somme, peu coûteux, sont mis gracieusement à la disposition des zoologistes par la Compagnie des Pêcheries de l'Océan de M. Johnston, et par son Directeur à Arcachon, M. Delon.

Le service des Pêcheries est fait en temps ordinaire par cinq bateaux à vapeur munis de grands chaluts; tous les jours, l'un d'eux rentrant à Arcachon pour apporter aux Établissements le résultat de la pêche générale, peut prendre à son bord une ou plusieurs personnes qui désirent faire des recherches dans les matériaux ramenés du fond en très grande quantité par les instruments de pêche.

Il est possible de faire là, en vingt-quatre heures, d'abondantes récoltes d'animaux de tous groupes : Spongiaires, Coelentérés, Échinodermes, Brachiopodes, Bryozoaires, Vers, etc., sans parler des Poissons, qui constituent la masse la plus importante des matériaux ramenés par le chalut.

En effet, on remet à la mer, après chaque coup de filet, environ cent kilogrammes de poissons qui sont trop petits ou de vente difficile. Il serait donc possible de les recueillir ou au moins autant qu'on en voudrait, pour des études ultérieures soit sur les animaux eux-mêmes, soit sur les parasites qui habitent en grand nombre les branchies, le tube digestif et même la peau.

Les bateaux pêchent, en général, pendant un certain temps dans les mêmes parages, puis remontent vers le nord, descen-

dent au sud, s'éloignent ou se rapprochent de la côte, suivant que la pêche est plus ou moins abondante.

Dans tous les cas, grâce à l'obligeance extrême de M. Delon, que je tiens à remercier publiquement ici pour l'excellent accueil qui nous a été fait par lui-même et par l'équipage du *Courlis*, il serait possible de savoir, quelques jours à l'avance, dans quels points, approximativement, devrait se faire la pêche dans la semaine qui suivrait la demande.

Il ne demanderait même pas mieux, j'en suis certain, que de prévenir lorsque les bateaux devraient changer de lieux de pêche.

En profitant de l'un de ces bateaux un certain nombre de fois par an, et en notant chaque fois avec soin le point, le fond et le résultat zoologique des dragages, on aurait ainsi, au bout d'un certain temps, une idée nette et précise de la faune du golfe de Gascogne, et rien ne serait alors plus facile que d'aller chercher les animaux quand on saurait exactement où les trouver.

Et, ce qui serait encore plus important, c'est que je suis certain que des recherches méthodiques faites comme je viens de l'indiquer non seulement feraient connaître des espèces nouvelles, mais aussi fourniraient des résultats anatomiques, physiologiques ou biologiques nouveaux, et par conséquent peut-être fort intéressants.

Dans tous les cas, il pourrait sortir de ces recherches persévérantes un certain nombre de travaux, comme en ont donné les recherches analogues faites dans diverses stations zoologiques des côtes de la Manche ou de la Méditerranée.

En ce qui me concerne, j'ai maintenant commencé et j'espère bien ne pas m'arrêter à ce premier essai, si toutefois des moyens pécuniers, même réduits, peuvent être mis chaque année à ma disposition pour me permettre de faire face au moins à une partie des frais occasionnés par de semblables travaux et par les déplacements qu'ils nécessitent.

J'espère que je ne serai pas le seul, car il y a du travail

pour plusieurs zoologistes, et il serait à désirer que chacun s'occupât en particulier d'un seul groupe du règne animal. En divisant ainsi les recherches, on serait certain de ne rien laisser passer d'important qui ne soit vu et décrit.

### **Note sur le mâle complémentaire du « *Scalpellum vulgare* » ;**

Par M. A. GRUVEL.

Depuis que Darwin a découvert et décrit le mâle complémentaire du *Scalpellum vulgare*, je ne crois pas que personne en ait repris l'étude avec les moyens d'investigations dont nous disposons aujourd'hui.

Hæk (*Report of Challenger 84*) a étudié le mâle complémentaire du *Scalpellum regium*. Il a décrit un commencement de tube digestif formé par un œsophage et un estomac en cul-de-sac (les deux sans fonction, du reste); un système nerveux formé de deux ganglions, un appareil génital développé et un appareil cémentaire servant à l'animal à se fixer sur son hôte.

Le mâle complémentaire du *Scalpellum vulgare* a grossièrement la forme d'un fruit de grenadier (*Punica granatum*). Tout ce que l'on aperçoit à l'extérieur est formé par le sac chitineux avec un certain nombre d'ornements. Il est fixé sur l'hermaphrodite en avant des *scuta* à l'aide de deux antennes placées à la partie inférieure du sac.

Le nombre des mâles complémentaires ainsi fixé est très variable; il peut, en effet, varier de zéro à quatorze ou quinze du même côté. Dans ce cas, ces petits êtres sont placés les uns à côté des autres, et fortement comprimés, de sorte qu'ils ne présentent pas la forme normale, celle que l'on trouve dans les individus isolés.

A mon avis, la variabilité si grande que l'on rencontre

dans le nombre des mâles ainsi fixés est due simplement au hasard.

Le sac chitineux qui renferme l'animal est formé de deux couches : une externe, épaisse, est ornée sur toute sa surface de nombreux crochets chitineux. C'est elle qui porte antérieurement les huit lobes, disposés en deux rangées concentriques, et dont quatre, un peu calcifiés, ont été, à tort je crois, homologués par Darwin aux plaques calcaires de l'hermaphrodite.

La couche chitineuse interne est mince et ne présente que des plissements circulaires sans importance.

Le tout est tapissé, intérieurement, par le manteau, formé à l'extérieur par un épithélium à cellules indistinctes, dont on n'aperçoit guère que les noyaux; à l'intérieur, par une couche épithéliale semblable, et entre les deux par une série parallèle de faisceaux musculaires allant de la partie supérieure à la partie inférieure du sac et s'y insérant d'une façon spéciale, suivant que l'on considère l'une ou l'autre de ces régions.

Enfin, le manteau est tapissé intérieurement par une très mince cuticule chitineuse.

L'animal que l'on trouve à l'intérieur du sac ressemble assez vaguement à l'hermaphrodite.

La tête est réduite à un petit mamelon ne portant pas trace de bouche ni d'appareil masticateur.

Le thorax est musculeux, recourbé sur lui-même, et porte six paires de cirrhes sétiformes dont l'aspect varie un peu suivant la position. Enfin, l'abdomen est réduit à deux petits tubercules terminaux portant chacun une soie forte et courte.

L'orifice génital s'ouvre ventralement entre ces deux tubercules abdominaux.

Les muscles thoraciques se rassemblent de chaque côté du corps en une masse assez forte, formée de trois ou quatre faisceaux qui s'attachent à la paroi du sac et qui fixent ainsi l'animal dans son enveloppe chitineuse.

L'appareil génital mâle qui constitue la plus grande partie du corps est formé par un énorme testicule. Il s'avance jusqu'en avant de la partie céphalique, et est formé d'un sac à la périphérie duquel sont les cellules spermatiques, tandis que le centre sert de réservoir. La partie inférieure peut, sous l'accumulation des spermatozoïdes, se dilater et constituer une sorte de vésicule séminale se continuant par un canal qui va s'ouvrir à l'orifice génital en suivant la partie centrale du thorax et de l'abdomen.

J'ai pu, grâce à un procédé spécial que j'expliquerai tout au long dans le mémoire consacré à cette étude, et aussi à l'aide de coupes histologiques, déceler la présence de deux masses nerveuses : l'une, placée en avant du mamelon céphalique, est double ; l'autre, simple, est située à la face ventrale du thorax, sur la ligne médiane. Il en part de petits filets se rendant aux appendices. Je suppose que les deux masses sont unies l'une à l'autre par deux connectifs latéraux, mais je n'ai pas été assez heureux pour les bien mettre en lumière.

Du cerveau, on peut voir, quoique très difficilement, partir deux petits connectifs qui remontent vers la partie antérieure du corps et après s'être très légèrement dilatés en une petite cellule nerveuse, dont on aperçoit le noyau, vont se jeter, à droite et à gauche, dans une masse pigmentaire qui n'est autre chose que l'œil.

Après de nombreux essais, j'ai pu arriver à décolorer l'œil par la méthode dont j'ai parlé ailleurs et qui m'a servi à décolorer la tache oculaire des cirrhipèdes hermaphrodites.

Après décoloration du pigment et recoloration au carmin de *Ranvier*, par exemple, on voit que l'œil présente à la partie centrale une cloison antéro-postérieure indiquant une origine double. A la partie antérieure, on trouve les deux noyaux des cellules pigmentaires et, enchâssées dans ces cellules, deux petites vésicules allongées contenant tout autour un certain nombre de bâtonnets réfringents dirigés vers l'orifice externe, c'est-à-dire vers la lumière.



Cet œil ressemble beaucoup à celui de l'hermaphrodite, dans lequel la partie réfringente se serait un peu atrophiée; mais les sensations lumineuses perçues doivent être de même nature.

Enfin, de chaque côté du corps proprement dit et au fond du sac de revêtement, on trouve une glande cémentaire formée de gros cellules avec gros noyaux, et d'où partent les deux canaux qui traversent les antennes et vont s'ouvrir à l'extrémité libre de ces organes.

L'organisation du mâle complémentaire semble donc, en réalité, résumer celle de l'hermaphrodite avec cependant une simplicité beaucoup plus grande, allant même jusqu'à l'atrophie de certains organes, due à une sorte de parasitisme, ou tout au moins de commensalisme qui n'a laissé subsister que les fonctions sensorielles et génitales, toutes les autres étant supprimées.

---

### **Pseudarthrose de la mâchoire inférieure chez une Grenouille;**

Par M. J. CHAINE.

Les pseudarthroses sont rares eu égard au nombre considérable des fractures. En effet, si l'on fait appel aux diverses statistiques fournies par les chirurgiens, on constate que Norris a trouvé 10 pseudarthroses sur 946 fractures, Pearson une seule sur 367 et même Liston dit n'en avoir rencontré qu'un cas dans toute sa pratique. Il s'ensuit que la proportion du nombre des pseudarthroses à celui des fractures est très faible. C'est ainsi que pour Whalter (d'Oxford), elle serait de 7 à 8 pour 1,000, pour Lonsdale seulement de 6 1/2 pour 1,000 et même Hamilton, dans son *Traité de Chirurgie*, n'admet qu'une moyenne de 2 pseudarthroses pour 1,000 fractures.

Mais ce n'est là qu'une statistique générale pour tous les os du squelette. Les pseudarthroses ne sont pas également fré-

quentes pour tous les os; et, encore ici, si on s'en rapporte à l'Homme, on voit que, d'après les statistiques de Norris, la mâchoire inférieure présente le moins grand nombre de cas. Sur 150 pseudarthroses, en effet, on en compte 2 seulement pour la mâchoire inférieure, tandis qu'il y en a 48 pour l'humérus et autant pour le fémur.

Il est certain que chez les animaux, les fractures n'étant pas réduites et maintenues au moyen d'appareils, se consolident beaucoup moins bien que chez l'Homme; mais il est à remarquer que ce qui domine, ce sont surtout les cals difformes, les consolidations vicieuses, les pseudarthroses restant toujours un accident très rare. Et c'est non seulement pour cela que la fracture de la mâchoire inférieure avec pseudarthrose que j'ai pu observer chez une Grenouille m'a paru intéressante, mais encore parce que cette fracture s'est produite chez un être qui semble peu exposé par son mode d'existence à un accident de ce genre. Enfin, cette pseudarthrose est compliquée d'une ankylose de l'articulation temporo-maxillaire avec un commencement de dégénérescence fibreuse du muscle masséter.

La fracture, à direction verticale, est située sur le côté gauche de la mâchoire inférieure, au niveau de la limite antérieure de l'insertion du muscle masséter. L'arc mandibulaire est donc ainsi divisé de ce côté en deux fragments fort inégaux en longueur. Le fragment postérieur est court, immobile par suite de l'ankylose de l'articulation temporo-maxillaire et fortement appliqué contre le maxillaire supérieur à cause de la contraction constante du masséter; le fragment antérieur est au contraire très long (un peu plus de trois fois la longueur du fragment postérieur) et très mobile autour de l'articulation nouvellement formée.

Par suite de la situation de la fracture, les muscles temporal et ptérygoïdien s'insèrent sur le fragment antérieur, le masséter et le muscle déprimeur de la mâchoire inférieure sur le fragment postérieur; ces deux derniers muscles n'ont donc

plus ainsi aucune action sur la partie mobile de la mandibule. En outre, le masséter du côté malade est beaucoup plus grêle que celui du côté opposé et présente un commencement de dégénérescence fibreuse.

Les deux fragments sont réunis l'un à l'autre par des tractus fibreux qui jouent le rôle de ligaments dans cette nouvelle articulation. Ces tractus fibreux forment un ligament supérieur et un ligament interfragmentaire ; il est à noter que tous les deux sont longs et que par suite l'articulation est très lâche.

Les extrémités des deux fragments sont renflées ; le fait est particulièrement net pour le fragment antérieur qui par sa forme rappelle plus ou moins une baguette de tambour.

Il existe quelques désordres dans les organes voisins ; le muscle sous-maxillaire (mylo-hyoïdien), par exemple, qui normalement s'insère par des fibres charnues sur la face interne de la mandibule, fait son insertion dans la région de la fracture, au niveau des extrémités des deux fragments, par quelques fibres tendineuses.

Je crois que, dans la classification de Béranger-Féraud, on peut ranger ce cas de pseudarthrose dans la *deuxième variété* ou *pseudarthrose fibreuse* qui est caractérisée par l'absence de synoviale et par la présence d'un cal fibreux interfragmentaire court ou long, résistant ou faible.

Ne m'étant aperçu de cette pseudarthrose que lors d'une dissection, je n'ai pas pu examiner la Grenouille de son vivant, il m'a donc été impossible d'étudier les mouvements de sa mâchoire inférieure. Mais, cependant, de l'examen anatomique de la région, il semble résulter que si à droite les mouvements de la mandibule étaient normaux et s'effectuaient comme toujours autour de l'articulation temporo-maxillaire, il n'en était plus de même du côté gauche. Ici, au contraire, dans les mouvements d'élévation, le temporal et le ptérygoïdien pouvaient encore jouer un certain rôle, mais le masséter et le temporal n'avaient plus aucune action sur la partie mobile de la mâchoire. Dans les mouvements d'abaissement, le dépres-

seur droit était seul actif, le gauche par suite de la fracture et de l'ankylose ne pouvait plus jouer aucun rôle. Il est donc probable que lors des mouvements de déglutition, l'extrémité antérieure de la mandibule devait être déviée du côté sain, ce que permettaient d'ailleurs la laxité énorme des ligaments de la nouvelle articulation et les mouvements supplémentaires se passant dans les articulations des intermaxillaires avec les maxillaires; ces articulations étaient, en effet, beaucoup plus lâches qu'à l'état normal.

Cette fracture devait dater de longtemps, puisqu'il a pu se faire toutes ces réparations et que le muscle masséter a pu s'atrophier et même présenter un commencement de dégénérescence. La grenouille a dû s'accommoder assez bien de cette infirmité et n'en être que fort peu incommodée; elle devait, en effet, se nourrir assez abondamment, ce qui se déduit facilement de son état; elle était fort grosse, non amaigrie et même ses ovaires étaient remplis d'œufs presque à maturité.

### **Sur l'action du sodammonium en excès sur l'arsenic;**

Par M. C. HUGOT.

J'ai présenté récemment (*Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 9 juin 1898) les résultats obtenus en faisant agir le sodammonium en excès sur le phosphore rouge. Il résulte de cette communication que cette action peut se présenter par la formule :



Je me propose d'indiquer dans cette note le corps auquel donne naissance l'action du sodammonium en excès sur l'arsenic. On va voir que les résultats diffèrent de ceux qui ont été publiés sur le phosphore.

L'appareil employé a la même forme que celui qui a servi dans les recherches précédentes. Il est toujours constitué par deux tubes larges A et B, réunis par un tube étroit et court T, contenant un tampon de coton de verre sec. La marche d'une expérience est identique. Les mêmes précautions sont prises pour peser le sodium et l'arsenic dans une atmosphère de gaz ammoniac.

Le sodium avait été purifié par distillation. L'arsenic, d'abord distillé dans un gaz inerte, avait été de plus distillé dans le vide. Plusieurs analyses ont démontré que ce corps ainsi obtenu était pur.

Après avoir fermé à la lampe les branches A et B, on fait condenser le gaz ammoniac dans la branche A, où se trouvent déjà le sodium et l'arsenic. Ce dernier corps se trouve donc au milieu d'une solution de sodammonium. Au bout de quelques heures, la coloration mordorée de cette solution commence à diminuer d'intensité. Il se dépose au fond de la branche A un corps rouge brique.

Lorsque la réaction est terminée et que tout l'arsenic a disparu, on fait passer la solution de sodammonium dans la branche B, à travers le tampon de coton de verre placé dans le tube étroit T.

On a indiqué à propos du phosphore les précautions à prendre pour laver ainsi la branche A avec le gaz ammoniac liquéfié.

Lorsque tout le sodium en excès est passé de A à B, il ne reste plus dans la branche A qu'un corps rouge brique, légèrement soluble dans le gaz ammoniac liquéfié, auquel il communique une coloration jaune verdâtre. Cette dissolution, évaporée lentement, laisse déposer des cristaux très petits.

Ce corps rouge brique correspond à la formule :



Il contient quelques traces d'amidure de sodium  $\text{AzH}^3\text{Na}$ , provenant de la décomposition spontanée du sodammonium.

Le poids de ce corps est connu par le dosage de l'hydrogène qui se dégage pendant la préparation. On ne recueille, en général, que quelques centimètres cubes d'hydrogène; c'est du reste le seul gaz qui se dégage.

On fait évaporer lentement le liquide qui dissout le sodammonium en excès en maintenant tout l'appareil dans la glace fondante. Lorsqu'il ne sort plus de gaz ammoniac par le tube à dégagement, on ferme le robinet dont est munie la branche A.

La branche A est ensuite séparée à la lampe de la branche B où se trouve le sodium en excès. Ce dernier est connu par le dosage de l'hydrogène dégagé pendant l'action ménagée de l'eau sur lui. Le sodium est toujours mélangé à un peu de corps  $\text{AsNa}^2$ ,  $\text{AzH}^3$ .

Ce dernier, soumis à l'action de la chaleur dans le vide, perd la molécule d'ammoniac qu'il contient. La perte de poids constatée après cette opération est précisément égale à l'augmentation de poids de l'appareil pesé avant et après la préparation. Dans le calcul du poids de l'ammoniac combiné, on tient compte de la petite quantité d'amidure de sodium  $\text{AzH}^3\text{Na}$  formé.

Après avoir perdu l'ammoniac, le corps rouge brique devient noir. Il prend également cet aspect lorsqu'il est en contact avec le sodammonium, au moment où celui-ci commence à se dissocier. Il est probable que le sodium prend l'ammoniac au corps rouge brique, pour le laisser dégager dans la suite lorsqu'on diminue la pression.

L'arséniure de sodium  $\text{AsNa}^3$  ainsi obtenu est traité par l'acide azotique étendu. Dans la liqueur qui en résulte, on dose l'arsenic, soit à l'état de sulfure, soit à l'état d'arséniate ammoniaco-magnésien. Le sodium est dosé à l'état de sulfate de sodium.

Je ne m'étendrai pas aujourd'hui sur les propriétés de ce composé; je me propose d'y revenir lorsque je présenterai les résultats complets de l'action du sodammonium sur l'arsenic.

## Contribution à l'étude de l'azote contenu dans le vin;

Par M. J. LABORDE.

Le moût de raisin, comme tous les jus naturels sucrés, renferme de l'azote sous une forme essentiellement assimilable pour un grand nombre d'êtres microscopiques et en particulier pour les levures de la fermentation vinique. M. Duclaux <sup>(1)</sup> a montré, en 1866, qu'en dehors des combinaisons organiques de l'azote (matières albuminoïdes et autres) le moût renferme de petites quantités de sels ammoniacaux, et que, même en présence de cet azote organique très assimilable, la levure absorbe l'azote ammoniacal avec une grande facilité, ne laissant que quelques milligrammes d'ammoniaque dans le vin, alors que le moût en contenait jusqu'à 120 milligrammes par litre.

Les conditions très favorables dans lesquelles fonctionnaient les levures de M. Duclaux ne sont pas toujours celles de la pratique vinicole, et MM. Müntz et Rousseaux <sup>(2)</sup> ont trouvé récemment, dans les vins provenant de fermentations défectueuses dues à une température trop élevée, des quantités d'ammoniaque assez importantes dont ils ont attribué la production aux ferments des maladies des vins.

En même temps MM. Roos et Chabert <sup>(3)</sup> ont vu que les fermentations, exemptes de microbes, faites à haute température (35 à 40°) donnent un vin plus riche en azote total que les fermentations faites à température convenable (28°), à cause d'une élimination plus grande par la levure de matières azotées solubles; ils n'ont trouvé dans le premier cas que les

<sup>(1)</sup> Sur l'absorption d'ammoniaque et la production d'acides gras volatils pendant la fermentation alcoolique (*Annales de l'École normale supérieure*, t. II, 1866).

<sup>(2)</sup> La formation de l'ammoniaque dans les vins (*Revue de viticulture*, t. VIII, 1897).

<sup>(3)</sup> Contribution à l'étude des fermentations viniques (*Revue de viticulture*, t. VIII, 1897).

traces d'ammoniaque relevées par M. Müntz dans les vins faits à température normale. Dans le but de préciser les faits qui venaient d'être signalés, j'ai entrepris les recherches que je vais indiquer.

J'ai songé d'abord à généraliser les résultats obtenus par M. Duclaux sur les moûts du vignoble d'Arbois (Jura) en opérant le dosage de l'ammoniaque dans des moûts provenant de raisins récoltés dans la Gironde et dans l'Hérault, et écrasés au laboratoire. La méthode suivie est celle de M. Müntz qui conseille de déplacer l'ammoniaque par le carbonate de soude et une ébullition produite à basse température à l'aide du vide; elle donne des résultats peu différents de la méthode Boussingault employée par M. Duclaux.

La moyenne des chiffres que j'ai trouvés pour une vingtaine de moûts de cépages divers est deux fois plus élevée que celle de M. Duclaux, 0<sup>sr</sup>,1125 au lieu de 0<sup>sr</sup>,051, mais un grand nombre de termes de ces deux moyennes sont tout à fait comparables. La proportion d'ammoniaque varie d'un cépage à l'autre, ainsi qu'avec le lieu d'origine de ce cépage, et peut-être même avec le degré de maturation; en outre, les altérations diverses que subit accidentellement le raisin, et surtout la pourriture due aux moisissures, font diminuer la richesse ammoniacale du mout.

Dans les expériences que j'ai faites pour étudier les variations de l'azote dans la fermentation du mout, j'ai considéré les cas où : 1<sup>o</sup> la levure alcoolique est pure, c'est-à-dire non accompagnée de microbes pouvant attaquer le sucre et les matières azotées du milieu; 2<sup>o</sup> ces microbes sont mélangés à la levure dans les conditions favorables à leur développement.

Dans le premier cas les conditions peuvent être les suivantes : 1<sup>o</sup> la fermentation se fait à une température favorable à la vie de la levure; 2<sup>o</sup> elle se fait à une température élevée qui gêne la levure sans la paralyser complètement.

En faisant fermenter avec une levure de Médoc de variété unique, aux températures de 28° et 36°, des moûts de raisin



de nature différente dont je connaissais la richesse en azote ammoniacal et organique, j'ai trouvé que :

1° La quantité d'ammoniaque qui reste dans les vins faits à 28° est toujours très petite, tandis qu'elle est souvent beaucoup plus grande dans ceux obtenus à 36°; mais les différences ne dépendent pas uniquement de la quantité initiale contenue dans les moûts.

2° La proportion d'azote organique que conserve le vin est peu différente de celle que renfermait le moût; à 28°, elle est égale ou légèrement inférieure, et à 36° elle est égale ou supérieure. Par conséquent, il semble que la levure se contente, à peu de chose près, de l'azote ammoniacal, dans les conditions de l'expérience; et, si le vin contient plus d'azote organique que le moût, c'est qu'il y a eu élimination d'une partie des matériaux azotés que s'était constitués la levure aux dépens de l'ammoniaque.

3° Les rapports des poids de levure produite à 28° et à 30° sont toujours en sens inverse des rapports des quantités d'azote total restant dans le vin.

J'ai comparé ensuite les résultats précédents à ceux fournis par des mélanges de levures différentes de la précédente, cultivés dans le même moût, et provenant de lies de vin de Champagne, de Camargue et d'Algérie, exemptes de microbes, et, j'ai trouvé ainsi que : 1° l'ammoniaque restante varie beaucoup, pour une même température, avec les différentes levures; à 28°, la proportion qui n'était que de quelques milligrammes par litre pour les levures de Médoc et d'Algérie, a atteint 35 et 60 milligrammes pour celles de Champagne et de Camargue, et à 36°, elle était de 8 milligrammes pour la levure de Médoc au lieu de 60 à 80 milligrammes pour les autres; 2° pour certaines levures, l'excrétion d'azote organique paraît dépendre plutôt de la quantité d'ammoniaque absorbée que de la température; 3° les poids de levure obtenus sont toujours en rapport avec l'azote total disparu, et cette disparition porte encore principalement sur l'azote ammoniacal.

Il ne faudrait pas croire cependant que l'azote organique du moût ne joue qu'un rôle très secondaire dans l'alimentation de la levure; car, si on arrête une fermentation avant qu'elle ne soit absolument achevée, on constate que la quantité d'azote organique absorbée est presque toujours supérieure à la quantité d'azote ammoniacal assimilé. Pendant les derniers temps de la fermentation, et pendant les quelques jours de macération durant lesquels le liquide s'éclaircit, la levure y laisse diffuser une partie de l'azote qu'elle contient, qui peut être égale ou supérieure à la quantité d'azote organique qu'elle avait absorbée. A température élevée cette diffusion est plus rapide, parce que les conditions d'existence de la levure sont plus défavorables. Toutefois l'expérience montre que l'azote organique ne peut pas suppléer complètement au manque complet d'ammoniaque dans les conditions habituelles des fermentations viniques se faisant avec une quantité très restreinte d'oxygène libre, et c'est ce qui explique l'influence presque toujours positive des sels ammoniacaux ajoutés au moût pour activer la fermentation.

Pour considérer le cas où les microbes sont mélangés aux levures, j'ai ensemencé un moût de raisin avec de la levure de Médoc pure, ou bien mélangée avec divers ferments des maladies du vin que j'ai étudiés précédemment, et, après fermentation à 36°, j'ai trouvé les résultats suivants: 1° les poids de levure des fermentations avec microbes étaient toujours inférieurs à celui de la fermentation pure, et n'étaient plus en relation avec les quantités d'azote disparues dans le moût, parce que les microbes avaient utilisé une partie de cet azote pour constituer leurs tissus; 2° toutes les fermentations impures ont laissé dans le vin des quantités d'ammoniaque bien supérieures à celles de la fermentation pure, mais les différences ne peuvent être attribuées à une production microbienne seulement parce que l'assimilation de l'ammoniaque du moût par la levure avait été gênée par le développement des microbes ayant entravé celui des levures.

Par conséquent, pour savoir si les microbes produisaient de

l'ammoniaque, il fallait les ensementer dans des vins encore doux ou dans des milieux analogues, présentant les conditions de la fermentation alcoolique, c'est-à-dire privés d'air et saturés de  $\text{CO}^2$ .

J'ai étudié ainsi cinq microbes différents chacun dans cinq milieux différents, et j'ai trouvé que la production d'ammoniaque n'est pas en relation avec l'intensité du développement des microbes mesuré par l'acidité volatile produite, mais que cette production varie à la fois avec la nature des organismes et avec la composition du milieu où ils vivent. La production a été positive, nulle ou négative suivant les cas ; cependant, il y a eu au moins un cas pour tous les microbes où elle était positive, mais généralement très faible, par rapport à la proportion de 3 grammes par litre en moyenne d'acides volatils engendrés. De sorte que, dans les fermentations impures, le rôle principal de ces microbes paraît avoir été de gêner l'assimilation de l'ammoniaque par la levure, et non d'avoir produit la proportion importante d'ammoniaque restante dans le vin, pouvant aller jusqu'à 90 milligrammes par litre au moins.

Les résultats des recherches qui précèdent permettront d'expliquer la présence des doses variables d'ammoniaque que l'on rencontre dans les vins normaux et défectueux.

Parmi beaucoup de vins parfaitement sains au goût et bien constitués provenant principalement de la Gironde, je n'en ai trouvé qu'un très petit nombre qui ne contenaient que des traces d'ammoniaque ; la majorité en avait, au contraire, des quantités très appréciables, voisines de 20 milligrammes par litre en moyenne, qu'il était très difficile d'imputer à l'action seule des ferments d'altération, car l'acidité volatile était toujours inférieure à  $0^{\text{sr}},9$  par litre, mais qui s'expliquent par les autres raisons que j'ai indiquées.

Quant aux vins défectueux, on peut les diviser en deux groupes, comprenant : le premier, les vins anormaux par suite d'accidents survenus à la récolte ou à la fermentation, et le second, les vins altérés pendant leur conservation.

Le premier groupe comprend les vins douceâtres, mannités et cassés, pour lesquels MM. Müntz et Rousseaux ont trouvé que la quantité d' $\text{AzH}^3$  qu'ils renferment est supérieure à celle que contiennent des vins analogues de constitution normale.

Les vins douceâtres étant le résultat d'un arrêt du développement de la levure sous l'influence d'une température trop élevée développée dans la cuve, l'assimilation de l'ammoniaque du moût n'a pu être complète, et, par suite, une fraction plus ou moins grande de cette ammoniaque doit se retrouver dans le vin doux. Cela suppose, bien entendu, que les ferments de maladie n'ont pas pris la place de la levure; mais généralement c'est le contraire qui arrive, et l'on obtient alors des vins mannités qui présentent tous les caractères des vins obtenus dans les expériences indiquées ci-dessus, où la levure était mélangée à des microbes, car ceux-ci, y compris celui de MM. Gayon et Dubourg, étaient tous des ferments mannitiques, comme je l'ai indiqué dans une étude antérieure (<sup>1</sup>).

Quant aux vins cassables, les chiffres trouvés par MM. Müntz et Rousseaux et ceux que j'ai obtenus de mon côté sont complètement dans les limites relatives aux vins sains, à moins qu'ils ne soient, en outre, le siège d'altérations dues aux microbes, ce qui est assez fréquent, étant donnée la constitution débile de ces vins, qui tient à l'influence de la pourriture grise.

Parmi les vins du deuxième groupe, j'ai étudié les vins fleuris, piqués, tournés et amers. Le *mycoderma vini* et le *mycoderma aceti*, loin de produire de l'ammoniaque en vivant sur le vin, absorbent au contraire très rapidement celle qu'il contient ou celle qu'on peut y ajouter; ainsi, en six jours, j'ai constaté la disparition de  $0^{\text{r}},100$  d' $\text{AzH}^3$  par le *mycoderma vini* et  $0^{\text{r}},060$  par le *mycoderma aceti*.

Les résultats des analyses faites sur un certain nombre de

(<sup>1</sup>) Sur les ferments des maladies des vins (Procès-verbaux de la Société, 5 mai 1898).

vins tournés et amers ont donné des moyennes très différentes les unes des autres.

Dans les vins tournés, la proportion d' $\text{AzH}^{\text{a}}$  a été trouvée environ cinq fois plus grande que dans les vins amers, et celle de l'azote total double au moins. La production d'ammoniaque au cours de l'altération est évidente pour les premiers, tandis qu'elle paraît être nulle pour les seconds.

La quantité d'azote total contenu dans le vin après la fermentation ne serait peut-être pas sans influence sur la nature de l'altération qui pourra l'atteindre.

En résumé, ce travail montre que l'utilisation partielle des matériaux azotés du moût de raisin par les levures de la fermentation vinique est sujette à des variations qui dépendent d'abord de la nature de ces levures et des conditions physiques et chimiques de la fermentation agissant sur leur nutrition, et ensuite de l'influence qu'assurent sur le milieu fermentescible et sur la levure les ferments de maladies se développant en même temps qu'elle. D'une manière générale, l'ammoniaque contenue naturellement dans le moût de raisin est utilisée avec avidité par les levures; mais il peut en rester dans le vin des quantités plus ou moins grandes en relation avec les facteurs indiqués ci-dessus. Les maladies qui altèrent le vin pendant sa conservation font varier dans un sens ou dans l'autre la proportion d'ammoniaque qu'il renferme à sa sortie de la cuve.

---

*Séance du 21 juillet 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

---

### **Notes sur quelques résultats d'un dragage dans le Golfe de Gascogne;**

Par M. GRUVEL.

J'ai indiqué très rapidement, dans une précédente communication, combien précieux pourraient être les résultats scienti-

fiques<sup>(1)</sup> obtenus par des dragages méthodiques faits dans le golfe de Gascogne à l'aide de l'un des grands bateaux de la Compagnie des Pêcheries de l'Océan, mis si obligeamment à la disposition des chercheurs.

Dans une excursion faite à bord du *Courlis*, les 20 et 21 juin dernier, j'ai recueilli une éponge ramenée par le chalut, sur laquelle j'ai pu faire quelques observations intéressantes.



Fig. 1.

REPRODUCTION D'UNE PHOTOGRAPHIE

- A. *Turritella communis* vu de face, par la pointe, et montrant les deux derniers tours de spire décalcifiés et extrêmement dilatés.
- B. Une autre vue de profil.
- C. La première, sectionnée suivant son dernier tour de spire, que l'on voit de face et ouvert.
- D. Coupe d'une éponge sans œufs de Céphalopode.
- E. Coupe d'une éponge (*Ficulina ficus*) montrant les œufs contenus à son intérieur.

<sup>(1)</sup> *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 7 juillet 1898.

## I

*Présence d'une ponte de mollusque dans une éponge.* — A trente ou trente-cinq kilomètres au large de la côte, entre Mimizan et Bayonne, et par 60 brasses environ de profondeur, le chalut ramène à la surface, en assez grande abondance, une éponge qui est de forme à peu près régulièrement arrondie et qui se trouve fixée quelquefois sur des coquilles de bivalves, mais le plus souvent sur des coquilles de Gastéropodes (*Chenopus pespelicani* et *Turritella communis*).

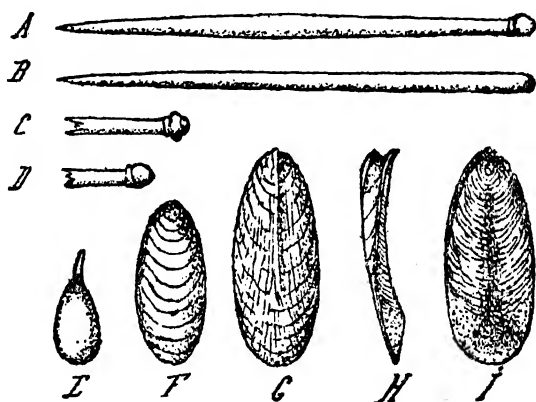


Fig. 2.

A et B. Spicules siliceux de *Ficulia ficus* (Johnston).

C et D. Têtes de spicules siliceux de la même espèce.

E. Œuf de *Sepia rupellaria* contenu dans l'éponge.

F. Sépion d'embryon très jeune.

G. Sépion de jeune au moment où il sort de l'éponge, vu par la face dorsale.

H. Le même vu de profil.

I. Le même vu par la face ventrale.

Les coquilles de *Chenopus* sont elles-mêmes presque toujours habitées par un Géphyrien, sur lequel j'aurai peut-être l'occasion de revenir.

Lorsqu'on coupe cette éponge ou qu'on la dilacère entre les doigts, on est tout étonné d'y voir assez souvent des œufs

allongés et plus ou moins volumineux. Le fait n'est pas absolument nouveau puisqu'il est signalé par Viallanes<sup>(1)</sup> dans les mêmes circonstances. Il a constaté simplement le fait.

Les œufs les plus petits que j'ai pu rencontrer mesuraient 5 millimètres de longueur sur 3 millimètres de largeur. Ils ont une forme non pas ellipsoïde, mais ovoïde (fig. 2, *E*). L'extrémité la plus amincie se prolonge en une sorte de rostre membraneux formé par l'enveloppe même de l'œuf et qui sert à sa fixation. Les plus gros œufs mesurent  $12^{\text{mm}} \times 6^{\text{mm}}$ ; ce sont ceux dans lesquels l'embryon complètement formé est prêt à sortir.

Deux questions se présentent : Comment se fait la ponte et comment l'œuf ainsi englobé dans le tissu de l'éponge peut-il laisser échapper l'embryon ?

La chose est assez facile à expliquer si l'on étudie avec soin, comme j'ai pu le faire, un grand nombre d'éponges contenant ces œufs.

On peut d'abord s'assurer facilement que les œufs sont toujours fixés par le bout le plus petit, qui se trouve toujours tourné soit vers le point de fixation de l'éponge, soit légèrement de côté, mais jamais je n'ai observé d'œufs fixés le petit bout vers la partie supérieure.

De plus, on trouve fréquemment des coquilles de tout petits Gastéropodes, du *G. Rissoa*, qui sont englobées dans le tissu de l'éponge, tout comme les œufs.

Il est donc pour moi certain que les œufs sont pondus à la surface de l'éponge, où ils sont attachés par cette sorte de rostre de l'enveloppe. L'éponge s'accroît assez rapidement et enveloppe les œufs ainsi que les coquilles ou autres objets qui ont été déposés à sa surface.

L'hypothèse de la ponte par les oscules est inadmissible pour deux raisons : la première, c'est que les œufs ne se rencontrent à peu près jamais dans les canaux de l'éponge ; la

(1) Viallanes, *Note sur la ponte d'une seiche d'espèce indéterminée* (*Revue biol. du Nord de la France*, vol. III, 1890-91).



seconde, c'est qu'ils sont trop gros pour pouvoir pénétrer dans ces canaux.

Ce qui tend encore à démontrer la justesse de cette hypothèse, c'est que lorsqu'on fait des coupes dans l'éponge au niveau d'un œuf, même jeune, on voit le tissu de l'éponge qui s'est tassé tout autour de l'œuf de façon à former des sortes de stries concentriques, tandis que plus loin le tissu devient irrégulier sans direction générale. C'est là, du reste, la seule modification histologique que la présence de l'œuf fasse subir à ce tissu. Il est à remarquer que plus l'œuf est gros, plus le tissu de l'éponge environnant est tassé et, en quelque sorte, ratatiné sur lui-même.

Lorsque l'œuf est pondu, il est placé par la mère en n'importe quel point de l'éponge. Une fois englobé par les tissus de celle-ci, qui lui forme une sorte de loge, l'œuf s'accroît. Au fur et à mesure de cet accroissement, son extrémité postérieure, celle opposée au point de fixation, se dilate de plus en plus en même temps que la masse générale de l'œuf, et se rapproche de la paroi externe de l'éponge, qui ne prend jamais un très grand volume (les plus grosses que j'aie observées, *contenant des pontes*, ne dépassant jamais la demi-grosueur du poing). Il arrive ainsi que, grâce à son élasticité, le tissu de l'éponge est refoulé de plus en plus, de sorte que, lorsque l'œuf contient un embryon prêt à naître, cet embryon n'est plus séparé de l'extérieur que par l'enveloppe même de l'œuf et par une mince pellicule de tissu de l'éponge, atteignant à peine un demi-millimètre d'épaisseur.

Il est donc facile de comprendre que lorsque l'embryon a déchiré l'enveloppe de l'œuf, l'éponge se trouve du même coup suffisamment ouverte pour lui livrer passage.

Comme le dit Viallanes, il est certain que le genre de Céphalopode qui pond ainsi ses œufs sur l'éponge est le genre *Sepia*, à cause de la présence d'un sépion bien développé que l'on trouve parfois dans les œufs. Comme lui, je crois aussi que l'on ne peut attribuer cette ponte qu'à *Sepia Orbignyana*

(Férussac) ou *S. Rupellaria* (d'Orbigny). Enfin, entre les deux, je crois pouvoir assurer qu'elle appartient à *S. Rupellaria* et non à la première espèce, et voici pourquoi.

L'espèce *S. Orbignyana* ressemble tellement par sa dimension et même par sa forme extérieure à *S. officinalis*, que quelques auteurs les ont confondues. Dans tous les cas, *S. Orbignyana* est une espèce de taille relativement assez grande, par conséquent ses œufs doivent être à peu près de la grandeur de ceux de *S. officinalis*. Or ceux-ci, lorsqu'ils viennent d'être pondus ou après (car la taille ne change pas sensiblement pendant l'évolution de l'embryon à leur intérieur) ont *au moins* deux centimètres de long sur un centimètre de large, c'est-à-dire environ quatre fois la dimension de l'œuf contenu dans l'éponge quelques jours après la ponte.

Or, *S. Rupellaria* n'atteint que six centimètres de longueur, c'est-à-dire que ses œufs doivent être beaucoup plus petits que ceux de *S. Orbignyana*, et correspondre plus facilement à ceux observés dans notre éponge.

De plus, quoique les caractères du sépion du jeune ne puissent pas être pris en très grande considération, j'ai trouvé un individu prêt à sortir de l'œuf et chez lequel le sépion présente déjà, quoique encore très atténués, les caractères de celui de *S. Rupellaria* adulte.

Vu par la face dorsale (fig. 2, *G*), il présente, en effet, une très légère crête dorsale se continuant en arrière par une petite carène plus accentuée et assez fortement recourbée (*H*). A la partie inférieure (*I*), on voit les lignes des locules très rapprochés et un peu sinueux, et, sur la ligne médiane, une légère dépression portant à peu près sur une moitié de la longueur. Enfin, la partie dorsale est légèrement rosée, tandis que la face ventrale est blanche.

Quand le sépion commence à se montrer, on n'aperçoit comme ornements que les stries d'accroissement, toujours à peu près identiques quelle que soit l'espèce à laquelle on ait affaire (fig. 2, *F*).

L'éponge qui contient ces pontes est *Ficulina ficus* (Johnston), désigné par d'autres auteurs sous les noms de *Hali-chondria ficus*, *Hymeniacidon ficus*, *Suberites ficus*. En l'absence de tous renseignements sur la spécification des éponges, j'ai dû avoir recours, pour déterminer celle-ci, à la bonne volonté de M. Topsent, que je tiens à remercier ici de son amabilité.

On a signalé, me semble-t-il, dans une espèce d'éponge méditerranéenne voisine, *Suberites dominicula*, des pontes de Céphalopodes. Il serait intéressant de savoir si l'on a affaire à la même espèce de mollusque ou à une espèce voisine et si les faits observés sur celle-ci se confirment avec l'autre espèce.

## II

*Propriétés décalcifiantes des éponges.* — J'ai dit au commencement de cette note que l'éponge dont j'ai parlé est le plus souvent fixée sur des coquilles abandonnées de Gastéropodes, et en particulier sur celles de *Chenopus pespelicani* et *Turritella communis*.

La première de ces coquilles est très épaisse, très résistante, et ne se trouve jamais attaquée par l'éponge, au moins je ne l'ai jamais vu, mais il n'en est pas de même des coquilles de Turritelles.

Lorsque cette coquille a été envahie complètement par l'éponge depuis un certain temps, on n'aperçoit plus au dehors que le péristome, et l'on est tout étonné, quand on le touche, de le trouver absolument mou et élastique. En dégageant avec soin la coquille de l'éponge qui l'entoure, on est tout étonné de trouver une coquille de *Turritella*, mais combien changée. Le dernier, et quelquefois même les deux ou trois derniers tours de spire ont été complètement décalcifiés et la paroi n'est plus formée que par la matière organique. Or, pendant cette décalcification très lente, grâce peut-être à des sucres spéciaux à l'éponge, les parois de la coquille se sont en même temps

fortement distendues en repoussant le tissu de l'éponge et le comprimant à la manière des œufs de Céphalopodes dont j'ai parlé plus haut.

Il en résulte que si on ne voyait que cette partie de la coquille, on pourrait croire que l'on a affaire à une coquille de *Bulla*, par exemple; ce n'est que la partie non attaquée qui peut permettre la détermination.

Lorsqu'on prend l'éponge en question fraîche et qu'on la presse fortement dans un verre, on recueille un liquide plus ou moins clair, formé en grande partie d'eau de mer, mais contenant également les sucS sécrétés par la partie vivante de l'éponge. Comme tous les êtres vivants, cet animal digère et assimile, par conséquent sécrète en plus ou moins grande abondance des sucS digestifs qui doivent être acides. Ce qu'il y a de certain, c'est que si l'on plonge un papier bleu de tournesol dans le vase où on a recueilli le liquide sortant de l'éponge, le papier bleu vire fortement au rouge.

C'est probablement grâce à ce suc acide particulier que se produit la décalcification lente de la coquille; or, comme les derniers tours de spire, étant les derniers formés, sont assez minces chez la Turritelle, il en résulte que ce sont eux qui devront être décalcifiés les premiers.

Quelle est la nature de cet acide? C'est ce que je me propose de rechercher quand j'aurai de nouvelles éponges fraîches. Je ne le sais donc pas encore.

L'action d'un acide, suffisante pour expliquer la décalcification de la coquille, est insuffisante, à mon avis, pour expliquer la dilatation énorme que subit la matière organique qui reste.

Si, en effet, on décalcifie lentement une de ces coquilles, à l'aide d'un acide minéral ou organique étendu, on obtient bien la disparition totale du calcaire, mais jamais de dilatation de la matière organique, ou du moins, si elle existe, elle est inappréciable à l'œil.

Le fait que je viens de signaler a très probablement été vu

déjà, mais je n'en ai pu trouver nulle part l'indication; je ne crois donc pas qu'il ait été signalé, et dans tous les cas, le problème intéressant, de connaître quel ou quels sont le ou les acides contenus dans l'éponge et sécrétés par elle, de savoir si l'action seule de l'acide suffit à expliquer la dilatation énorme de la matière organique de l'éponge, ce problème intéressant, dis-je, n'a pas encore été élucidé. Si je ne puis aujourd'hui apporter l'explication complète, du moins ai-je tenu à exposer les faits et à mettre les échantillons sous les yeux de la Société, espérant être mieux armé dans une prochaine réunion.

### Sur la liquéfaction d'un mélange de gaz;

Par M. CAUBET.

En 1880, M. Cailletet fit une observation très importante et entièrement inattendue. En comprimant, à température constante, un mélange de 1 volume d'air et de 5 volumes de gaz carbonique, il observa qu'une partie du mélange prenait l'état liquide sous une pression modérée; en continuant à augmenter la pression, il vit le liquide disparaître pour une nouvelle valeur de cette dernière.

En 1881, et, sans avoir aucune connaissance du fait précédent, M. Van der Waals fit une observation analogue. Un mélange de 9 volumes d'air et de 1 volume de gaz carbonique soumis à une compression croissante, à température constante, donna les résultats suivants :

Température.		Pression pour laquelle le liquide apparaît.		Pression pour laquelle le liquide disparaît.
—		—		—
29°	.....	77,5 atm.	.....	95 atm.
20°,4	.....	72	— .....	103 —
19°,2	.....	72	— .....	106 —
2°,0	.....	72	— .....	149 —

Pour un mélange de 7 volumes de gaz carbonique et de 3 volumes d'acide chlorhydrique, on obtient :

22°,5	.....	69	atm. ....	115	atm.
0°,0	.....	39	— .....	198	—

Enfin, en 1886, Stokes communiqua à la Société royale de Londres un mémoire posthume d'Andrews, dans lequel cet illustre physicien avait étudié la compressibilité d'un mélange de 6 vol. 2 d'oxyde azotique et de 1 volume de gaz carbonique : à 3°,5 le liquide apparaît sous une pression de 48 atm. 3. La quantité de liquide augmente quand on augmente la pression et, à 102 atmosphères, la dernière bulle de gaz disparaît, tout le système est à l'état liquide; mais, à une température plus élevée, le phénomène observé par Cailletet et Van des Waals se produisit : apparition du liquide pour une certaine pression, disparition du liquide, à la même température, pour une pression plus élevée.

Avec un mélange de 3 vol. 43 de gaz carbonique et de 1 volume d'acide azotique, Andrews a trouvé :

à 6°,3	.....	68,7 atm.....	113,2 atm.
9°,9	.....	76,6 — .....	107,8 —
13°,2	.....	91,6 — .....	103,2 —

M. Kuenen a fait, à l'Université de Leyde, des observations analogues sur des mélanges gazeux, et, en particulier, sur des mélanges de chlorure de méthyle et de gaz carbonique.

M. Kuenen a donné au phénomène de la disparition du liquide sous l'accroissement de la pression le nom de *condensation rétrograde*.

MM. Van der Waals et Kuenen, et principalement M. Duhem, qui a appliqué à la compressibilité des mélanges gazeux, et à l'interprétation de la *condensation rétrograde*, la doctrine du potentiel thermodynamique, ont été amenés à définir ou à préciser certaines notions importantes. Qu'on nous permette de rappeler brièvement ces définitions.

Prenons, pour fixer les idées, un mélange de composition connue de chlorure de méthyle et de gaz carbonique, et comprimons-le à *température constante*; il arrive un moment où on aperçoit dans le tube une petite goutte de liquide. La pression actuelle est, à cette température, la tension maxima de la vapeur saturée mixte de composition connue. Si on porte respectivement sur deux axes rectangulaires les températures et les pressions, le point correspondant obtenu sur le graphique est un *point de rosée* du mélange mixte de vapeurs. Si on continue à comprimer, la quantité de liquide augmente graduellement. On peut, pour chaque valeur de la pression, lire, sur un tube calibré, la valeur du volume total (liquide et vapeur), ainsi que la valeur du volume liquide, on obtient, par différence, le volume de la vapeur.

En général, pour une certaine valeur de la pression, le système passe tout entier à l'état liquide. A ce moment, si on produit une détente très légère et continue, on saisit, avec une grande précision, l'instant où se produit la première bulle de vapeur, on note la pression correspondante; cette pression est, à la température donnée, la pression d'ébullition d'un liquide mixte de composition connue. Le point correspondant du graphique porte le nom de *point d'ébullition* du liquide.

En résumé, avec un tube calibré on pourra construire l'isotherme complète d'un mélange de deux gaz. Supposons que la construction de cette isotherme ait été effectuée une première fois à la température T. Si on détend complètement le système, et si on recommence la construction de la même isotherme :

1° On ne retrouve plus les mêmes valeurs du volume pour les mêmes valeurs de la pression ;

2° L'apparition du liquide ne se produit plus pour la même valeur de la pression ;

3° La loi d'accroissement du volume du liquide avec la pression n'est plus la même.

Si on recommence une troisième fois, on observe encore des

variations, et ces variations peuvent être si grandes, que le hasard semble présider à la production de ces phénomènes.

Il faut chercher la cause de ces variations dans l'hétérogénéité du mélange; le diamètre intérieur des tubes dans lesquels s'opère la compression est toujours petit, les gaz se diffusent très mal l'un dans l'autre, et le titre du mélange change d'un point à l'autre du tube. Dans le mélange que nous considérons, plus les parties inférieures seront riches en chlorure de méthyle, qui est le plus liquéfiable des deux gaz, et plus seront faibles les pressions pour lesquelles, à une même température, se produira le *point de rosée*.

Si cette explication est valable, en assurant l'homogénéité du système, on assurera la constance des phénomènes et l'identité d'une même isotherme. Pour produire cette homogénéité, M. Kuanen a eu l'idée très ingénieuse d'introduire dans le tube à compression un petit index de fer doux que l'on promène dans la masse gazeuse au moyen d'un électro-aimant extérieur. Cet électro-aimant est constitué par un tube de fer creux sur lequel le fil de cuivre est enroulé, ce tube de fer pouvant glisser le long du tube à compression. Ce petit index est extrêmement obéissant et suit sans aucune hésitation tous les mouvements de l'électro-aimant.

Voici maintenant les phénomènes que l'agitation permet d'observer :

1° Si le liquide n'a pas encore apparu dans le tube, et si le mélange des deux gaz n'est pas bien homogène, l'agitation produit une augmentation de pression; avec le chlorure de méthyle et le gaz carbonique, ce phénomène est très nettement observable. Déjà observé par M. Kuenen, il démontre que les lois de Berthollet sur le mélange des gaz ne sont pas générales;

2° Il ne faut marquer sur le plan des PV un point de l'isotherme qu'au moment où le volume dans le tube à compression demeure rigoureusement constant; il faut quelquefois un temps assez long avant que ce résultat soit atteint;



3° Pendant toute la durée de la construction d'une isotherme, l'agitation doit être continuelle.

Quand on observe cette règle, les variations indiquées précédemment ne s'observent plus, le petit agitateur de M. Kuenen a donc une importance capitale. Il permet d'effectuer correctement les expériences et d'en assurer la comparaison.

Si, maintenant, et pour un même mélange, on observe à diverses températures le point de rosée et le point d'ébullition, on obtient une *ligne de rosée* et une *ligne d'ébullition*.

Lorsque le point de rosée étant obtenu à une certaine température, l'accroissement graduel de la pression amène graduellement la totalité du système à prendre l'état liquide, on dit que la condensation est *normale*.

A une certaine température, que nous désignerons par  $T_c$ , voici le phénomène que l'on observe : supposons le *point de rosée* obtenu et comprimons très légèrement le mélange en ayant soin d'agiter constamment, le volume total diminue graduellement et la quantité de liquide augmente très peu, mais pour une certaine valeur  $P_c$  de la pression, on voit, pour le moindre mouvement de l'agitateur, la totalité de la vapeur se transformer brusquement en liquide. Le volume et la pression demeurant constants, si on cesse l'agitation, la vapeur réapparaît et disparaît aussitôt dès qu'on agite de nouveau. En somme, le mélange est dans un état tel qu'il lui est indifférent de prendre en totalité, sous le même volume et sous la même pression, soit l'état liquide, soit l'état de vapeur.

Cette propriété caractérise ce qu'on appelle l'état critique du mélange :

La température  $T_c$  est la température critique.

La pression  $P_c$  est la pression critique.

Le volume  $V_c$  est le volume critique.

Sur le plan des  $T P$ , le point déterminé par les coordonnées  $T_c P_c$  portera le nom de point critique.

On voit qu'en vertu de sa définition, ce point appartient à la fois à la ligne de rosée et à la ligne d'ébullition.

La condensation de forme particulière qui se produit à la température  $T_c$ , et caractérisée par le fait que nous avons énoncé plus haut d'une brusque variation de volume du liquide, pourrait être appelée la condensation critique.

Considérons, maintenant, une température un peu supérieure à la température critique pour une certaine valeur de la pression, on obtient encore le *point de rosée*, ce qui prouve qu'un mélange de deux gaz peut prendre l'état liquide à une température supérieure à la température critique, propriété différente de celle qu'on observe pour un gaz unique. En augmentant la pression graduellement, la quantité de liquide croît, passe par un maximum, puis décroît, et enfin, on obtient un nouveau point de rosée pour une valeur supérieure de la pression. Après ce moment, si on comprime encore, tout repasse et demeure à l'état de gaz.

C'est là le phénomène de la *condensation rétrograde*. Il se produit seulement à des températures supérieures à la température critique.

Enfin, la température croissant toujours, il arrive un moment où la liquéfaction n'est plus possible; la ligne de rosée a une tangente parallèle à l'axe des pressions. Le point de contact de la ligne de rosée et de la tangente verticale peut se construire avec une grande précision, grâce à la remarque suivante :

La ligne d'ébullition et la ligne de rosée d'un mélange déterminé se raccordent au point critique qui appartient à l'une et à l'autre, et on obtient une courbe continue caractéristique d'un mélange déterminé.

Si on considère les cordes de cette courbe parallèles à l'axe des pressions, ces cordes ont un diamètre rectiligne à droite du point critique et dans une assez grande longueur à gauche. On peut donc, très aisément, construire ce diamètre, et tracer

la ligne de rosée par continuité, en lui donnant une tangente verticale au point où elle rencontre ce diamètre. On applique ainsi la méthode employée par M. Mathias dans ses recherches du point critique des fluides uniques. Ajoutons que l'arc de courbe qu'on trace ainsi est extrêmement court.

M. Kuenen a construit pour divers mélanges quelques courbes, mais pour des compositions très éloignées les unes des autres. En outre, pour chaque courbe, ce physicien n'a déterminé qu'un petit nombre de points. Il a construit quelques isothermes, mais seulement dans la partie qui correspond à l'état homogène vapeur; or, ces isothermes sont particulièrement intéressantes dans la partie qui correspond à l'état hétérogène liquide et vapeur, car contrairement à ce qui se passe pour un fluide unique, les isothermes d'un mélange n'ont pas de partie rectiligne horizontale. Enfin, il était utile d'étudier quantitativement et pour un grand nombre de compositions le phénomène de la condensation rétrograde.

D'après les conseils de M. Duhem, professeur de physique théorique à la Faculté des sciences de l'Université de Bordeaux, nous avons entrepris il y a déjà deux années des recherches systématiques sur la compressibilité des mélanges de gaz. Nous avons opéré d'abord, fort longtemps, à un point de vue purement qualitatif pour arriver à posséder exactement la technique des opérations. C'est seulement alors que nous avons tenté des mesures quantitatives; nous avons imaginé une méthode de mélanges nous permettant de passer très rapidement d'une composition quelconque à une autre composition quelconque; nous la publierons ultérieurement.

Nous avons construit les isothermes d'un mélange déterminé de chlorure de méthyle et de gaz carbonique; ces isothermes feront l'objet d'une prochaine communication, nous donnerons simplement ici nos résultats sur le phénomène curieux de la condensation rétrograde.

Nous avons opéré sur le mélange suivant :

Composition en volumes du mélange.

Chlorure de méthyle .....	0,503
Gaz carbonique.....	0,497

Ce mélange nous a donné les résultats suivants :

Température critique.	Pression critique.	Volume critique.
92°,5	85,4 atm.	0 <sup>cc</sup> ,31

Les conditions initiales du mélange étaient :

Volume total.	Pression.	Température.
51 <sup>cc</sup> ,697	740,5	14°,5

Le phénomène de la condensation rétrograde a été observé à 94°. Le tableau qui suit en donne la physionomie :

#### TEMPÉRATURE 94°.

Volumes liquides.	Pressions.
1 <sup>er</sup> point de rosée .....	74 atmosphères.
0 <sup>cc</sup> ,007 .....	75,8 —
0 <sup>cc</sup> ,014 .....	79 —
0 <sup>cc</sup> ,021 .....	83 —
0 <sup>cc</sup> ,007 .....	84 —
2 <sup>e</sup> point de rosée.....	84,4 —

Le point à tangente verticale construit au moyen de la loi du diamètre rectiligne a les deux coordonnées suivantes :

Température.....	95°	Pression..	....	80
------------------	-----	------------	------	----

Il résulte de ces déterminations que pour le mélange en question, on aura :

Au-dessous de 92°,5, la condensation normale.
A..... 92°,5, — critique.
Entre 92°,5 et 95°, — rétrograde.
Au-dessus de 95°, aucune pression ne produit la liquéfaction.

Ajoutons en terminant que dans le dernier numéro des

*Comptes rendus* de l'Académie des Sciences, M. Amagat exprimait le regret de ne posséder que quelques données expérimentales sur la compressibilité des mélanges de gaz. Cet habile physicien faisait en même temps ressortir l'importance de ces déterminations; nous sommes particulièrement heureux de pouvoir répondre, si imparfaitement que ce soit encore, aux vœux qu'il a exprimés.

**Sur le dosage du mercure dans les liquides organiques et spécialement dans les liquides fermentés en présence de bichlorure de mercure;**

Par MM. GAYON et LABORDE.

De toutes les méthodes proposées pour rechercher de petites quantités de mercure dans les liquides organiques, la plus sensible est celle que Merget a communiquée à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux en 1888 (*Mémoires*, 3<sup>e</sup> série, tome IV, page 105). Voici, en quelques mots, le procédé: le liquide organique est soumis à l'ébullition avec un excès d'acide nitrique pour détruire la matière organique; après refroidissement, le mercure est précipité à l'état métallique sur de petites lames de cuivre rouge bien décapées, et l'on fait agir celles-ci sur du papier imprégné de nitrate d'argent ammoniacal. En quelques instants le sel d'argent est réduit par les vapeurs mercurielles, et une bande, de teinte brune plus ou moins foncée, apparaît sur le papier et dessine la lame de cuivre amalgamée. La sensibilité de la méthode est telle qu'on peut déceler moins de 1/10 de milligramme de mercure par litre, soit moins de un dix-millionième de mercure dans un liquide.

La même méthode permet, dans une certaine mesure, de faire le dosage du mercure dissous en procédant par comparaison avec des liqueurs titrées. Mais les teintes de réduction

que l'on obtient ne sont proportionnelles aux quantités de mercure en solution, et, par conséquent, comparables, que si le titre des solutions est très faible (quelques dixièmes de milligramme par litre seulement); de sorte que pour les proportions de 1 milligramme par litre et au-dessus, il faut diluer beaucoup, et l'on arrive alors à des résultats trop incertains. La méthode est incommode par son excès de sensibilité et aussi par l'emploi du papier à l'azotate d'argent ammoniacal, qui n'est pas susceptible d'une assez longue conservation.

Pour éviter ces inconvénients, nous recueillons le mercure par électrolyse sur une lame d'or ou de platine; s'il est assez abondant, nous le dosons par pesée; mais, pour de petites quantités, nous préférons le redissoudre par l'acide nitrique et le doser volumétriquement, par la méthode de M. Laborde <sup>(1)</sup>, à l'aide d'une solution titrée de protochlorure d'étain. Cette dernière méthode convient, d'ailleurs, aussi bien pour les grandes quantités que pour des fractions de milligramme. Lorsque le mercure cherché est à l'état de chlorure, ou qu'il peut prendre cette forme pendant l'attaque à l'acide nitrique, il faut éviter de chauffer trop longtemps et de trop concentrer la liqueur, sous peine de pertes sensibles produites par entraînement ou par volatilisation. Voici comment nous procédons avec le vin ou les liquides fermentés, dont nous nous occupons spécialement :

A un litre de vin, on ajoute 150 centimètres cubes d'acide azotique pur et l'on chauffe jusqu'à réaction vive; on laisse celle-ci se poursuivre sans chauffer, et l'on obtient un liquide très limpide et de couleur jaune clair. Après refroidissement, on le soumet à l'électrolyse dans des conditions convenables; au bout de douze à quinze heures, tout le mercure est déposé sur l'électrode négative à laquelle nous avons donné une forme spéciale. On attaque ensuite le métal avec quelques centimètres cubes d'acide nitrique, et si, comme il arrive quelque-

(1) *Journ. de Pharm. et de Chim.*, 5<sup>e</sup> série, t. XXVII, 1893.

fois, il est souillé de matières organiques, on traite la dissolution par le chlorate de potasse et l'acide chlorhydrique, puis, après avoir chassé le chlorure gazeux, on sature par l'ammoniaque, on ajoute une liqueur contenant de l'acétate d'ammoniaque et de l'acide acétique, et on verse enfin la liqueur titrée d'étain.

Des quantités connues de bichlorures de mercure, depuis 1 milligramme jusqu'à 10 et 20 milligrammes, introduites dans un litre de vin, ont été parfaitement retrouvées par cette méthode.

Après l'avoir ainsi suffisamment contrôlée, nous nous en sommes servis pour commencer à chercher ce que devient le bichlorure de mercure introduit dans la cuve de vendange avec les raisins, à la suite des traitements mercuriels que l'on applique à la vigne depuis quelque temps.

Les expériences que nous avons faites ont porté sur du moût de raisin conservé au laboratoire et sur des liquides sucrés analogues, auxquels nous avons ajouté des doses variables de levure de vin et de bichlorure de mercure.

En laissant de côté, pour le moment, l'action spéciale du sel mercurique sur le ferment et la marche de la fermentation alcoolique, les résultats que nous avons obtenus montrent que toutes les fois que la fermentation se déclare, il ne reste à ce moment que des traces très faibles, quelques dixièmes de milligramme par litre, au plus, de mercure dans le liquide fermentescible; à la fin de la réaction, le liquide fermenté n'en contient pas davantage. Tout le reste de ce qui a été introduit a été insolubilisé par la levure, et on peut le retrouver en attaquant celle-ci par l'acide nitrique et soumettant le liquide à l'électrolyse.

Par conséquent, il est fort probable que les vins nouveaux faits avec des raisins provenant de vignes traitées aux sels de mercure, ne contiendront que des traces infinitésimales de mercure et seront sans danger pour la consommation.

## Étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans les diélectriques;

Par M. A. TURPAIN.

Le dispositif qui nous a servi à faire l'étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans l'huile <sup>(1)</sup> a été utilisé dans une étude analogue relative à l'eau.

La détermination des différentes longueurs d'onde que présente un même résonateur placé au sein de l'eau dans les deux positions I et II, offrait un intérêt en ce qu'elle se montrait bien susceptible de confirmer ou d'infirmer les conclusions que nous avions cru pouvoir tirer de notre étude de l'huile de pétrole.

Cette étude nous avait montré que *les longueurs d'onde des oscillations qui excitent un même résonateur, placé dans la position II, sont les mêmes dans l'air et dans l'huile* et que *les longueurs d'onde des oscillations qui l'excitent dans la position I sont différentes dans l'air et dans l'huile*.

Le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans l'huile avait été trouvé sensiblement égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique de l'huile. — Nous admettions que l'huile employée devait avoir un pouvoir inducteur spécifique voisin de 1,4.

La valeur même de ce coefficient, assez voisine de 1, pouvait laisser un doute sur la légitimité de l'énoncé que nous propositions comme conclusion de nos mesures. Nous ferons remarquer toutefois que la brusque variation dans la longueur d'onde que décelait le résonateur dans la position I lorsque l'huile venait à baigner les fils qui concentrent le champ, ne pouvait laisser de doute sur la différence de ces longueurs d'onde dans l'air et dans l'huile pour cette position I, et sur leur égalité dans la position II.

(1) *Comparaison du champ hertzien dans l'air et dans l'huile (Procès-verbaux de la Société des Sciences de Bordeaux, 26 mai 1898. — Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 6 juin 1898).*



Toutefois, l'intérêt que présente l'étude de l'eau réside dans ce que ce liquide possède un pouvoir inducteur spécifique considérable, et que, par suite, le phénomène précédent devait se trouver très exagéré avec l'eau.

Outre les quatre résonateurs  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ , qui nous ont servi dans l'étude de l'huile, nous avons institué deux séries de mesures, dans lesquelles nous avons employé de nouveaux résonateurs ne présentant plus qu'une seule spire et qui suivaient, par suite, la loi <sup>(1)</sup> de l'égalité entre les différences des longueurs et les différences des demi-longueurs d'onde.

Le tableau suivant résume les mesures.

### 1<sup>re</sup> Série

Résonateurs	L	$\frac{\lambda}{2}$ (air)	$\frac{\lambda}{2}$ (eau)
$\alpha$	0m46	I 0m74	0m10
		II 0m74	0m74
$\beta$	0m56	I 0m85	0m12
		II 0m85	0m86
(*) $\gamma$	0m90	I 1m43	0m17
		II 1m43	1m42
(*) $\delta$	1m20	I 1m89	0m27
		II 1m89	1m90

Les résonateurs (\*)  
sont à deux spires et  
ne suivent pas la loi (1).

### 2<sup>e</sup> Série

$a$	0m45	I 0m94	0m11
		II 0m94	0m93
$b$	0m85	I 1m30	0m16
		II 1m30	1m30

Les résonateurs sont  
rectangulaires et ont  
même micromètre.

### 3<sup>e</sup> Série

Résonateurs	L	$\frac{\lambda}{2}$ (air)	$\frac{\lambda}{2}$ (eau)
A	0m51	I 0m85	0m10
		II 0m85	0m84
B	0m80	I 1m15	0m14
		II 1m15	1m16

Les résonateurs sont  
circulaires.

(1) Sur le Résonateur de Hertz (ibid., p. 11).

Comme on le voit, le phénomène se trouve ici fort exagéré. Alors que pour la position II, un même résonateur est excité, dans l'air et dans l'eau, par un même déplacement du pont à l'aide duquel on détermine  $\frac{\lambda}{2}$ , pour la position I, au contraire, sur la longueur dont il faut déplacer le pont, *dans le cas de l'air*, pour obtenir l'apparition d'une seule étincelle au résonateur, apparaissent, *dans le cas de l'eau*, sept ou huit étincelles.

Si l'on forme les rapports  $\frac{\lambda_{\text{I (air)}}}{\lambda_{\text{I (eau)}}$  et  $\frac{\lambda_{\text{II (air)}}}{\lambda_{\text{II (eau)}}$ , pour tous les résonateurs on trouve très sensiblement

$$\frac{\lambda_{\text{II (air)}}}{\lambda_{\text{II (eau)}}} = 1.$$

Au contraire, si l'on forme le rapport  $\frac{\lambda_{\text{I (air)}}}{\lambda_{\text{I (eau)}}$ , on trouve les valeurs suivantes :

$\frac{\lambda_{\text{I (air)}}}{\lambda_{\text{I (eau)}}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$a$	$b$	A	B
	7,4	7,1	8,3	7,0	8,4	8,1	8,5	8,2

qui oscillent autour de la valeur 8.

On peut profiter de ce que les résonateurs employés dans la 2<sup>e</sup> et la 3<sup>e</sup> série de mesures obéissent à la loi pour former les rapports :

$$\frac{L - L'}{\lambda_{\text{I}} - \lambda'_{\text{I}}}, \quad \frac{L - L'}{\lambda_{\text{II}} - \lambda'_{\text{II}}},$$

que n'affecte plus la perturbation due au micromètre. — On trouve pour ces rapports :

Résonateurs $a$ et $b$	7,4	1.
Résonateurs A et B	7,5	1.

De même que nous avons comparé les résultats de notre étude sur l'huile à ceux qu'avait obtenus M. Blondlot, et montré la concordance de nos mesures avec les siennes — le résonateur de M. Blondlot fonctionnant comme un résonateur de Hertz placé dans la position II, — nous pouvons ici comparer ces résultats trouvés avec l'eau, à ceux publiés par

MM. Cohn et Zeemann <sup>(1)</sup>. Ces physiciens indiquent, comme rapport des longueurs d'onde décelées par leur résonateur dans l'air et dans l'eau, le nombre 8,5, nombre voisin de ceux que nous obtenons.

Nous concluons de cette étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans les diélectriques huile et eau, que nos résultats confirment ceux qu'ont trouvés M. Blondlot, d'une part, et MM. Cohn et Zeemann, d'autre part, le résonateur de M. Blondlot fonctionnant comme un résonateur de Hertz dans la position II, et le résonateur de MM. Cohn et Zeemann étant assimilable, au contraire, au résonateur de Hertz dans la position I.

De plus, nous sommes conduits à énoncer les lois suivantes :

I. *Les longueurs d'onde des oscillations électriques qui excitent un résonateur donné, placé dans la position II, sont les mêmes dans l'air et dans un diélectrique.*

II. *Pour les oscillations qui excitent le résonateur dans la position I, le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans un diélectrique est égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique.*

### Sur le résonateur à coupure;

Par M. A. TURPAIN.

Dans une précédente note <sup>(2)</sup>, nous avons indiqué qu'un résonateur circulaire de Hertz, maintenu dans la position où son plan est perpendiculaire à la direction des fils (position I),

<sup>(1)</sup> E. Cohn, *Berliner Berichte*, 3 déc. 1891; — *Wied. Ann.* 45, p. 370, 1892.

E. Cohn et P. Zeemann, *Observations concernant la propagation des oscillations électriques dans l'eau*. Strasbourg.

<sup>(2)</sup> *Sur le résonateur de Hertz (Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 20 janvier 1898. — Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 31 janvier 1898).*

manifeste un maximum d'éclat pour l'étincelle de son micromètre, lorsque ce dernier se trouve situé dans l'azimut  $\alpha = 0^\circ$  ou  $\alpha = 180^\circ$ , c'est-à-dire lorsque le rayon du micromètre est perpendiculaire au plan des deux fils tendus.

Ce maximum, qui se présente le plus nettement à un ventre pour un champ concentré par deux fils (champ ordinaire) <sup>(1)</sup>, se montre aussi lorsque l'on concentre le champ au moyen de deux bandes métalliques de 50 centimètres de hauteur, parallèles entre elles, et disposées, par rapport à l'excitateur hertzien, d'une manière analogue aux deux fils dont on se sert dans le dispositif ordinaire.

C'est dans ce champ concentré par deux lames conductrices de 5 mètres de longueur qu'ont été effectuées les expériences dont il s'agit. — Concentré de cette façon, le champ hertzien se montre bien plus intense, et toutes les expériences qui demandent un réglage délicat pour être effectuées dans le champ ordinaire à deux fils, deviennent ici assez commodément réalisables pour être répétées à volonté, presque sans réglage préalable. Aussi ce mode de concentration du champ hertzien par un système de deux bandes conductrices se présente-t-il comme éminemment propre à permettre la répétition, d'une manière très démonstrative, de toutes les expériences que nous avons signalées dans de précédentes communications : chevauchement des deux systèmes de ventres et de nœuds relatifs aux positions I et II, existence d'azimut d'extinction ou de minimum d'effet, etc.

Dans le cas qui nous occupe, nous avons fait servir ce dispositif commode à la détermination des différentes longueurs d'étincelles qui se manifestent au micromètre d'un résonateur, maintenu dans la position I et placé, en cette position, dans tous les azimuts.

Comme on devait s'y attendre, comme d'ailleurs le faisaient prévoir les déterminations précédentes, la longueur maxima

<sup>(1)</sup> Sur le champ hertzien (*Procès-verbaux de la Société des Sciences de Bordeaux*, 31 mars 1898. — *Comptes rendus*, 28 mars 1898).

d'étincelle obtenue au micromètre décroît progressivement de l'azimut  $\alpha = 0^\circ$  occupé par le micromètre jusqu'à l'azimut  $\alpha = 90^\circ$ , où elle est sensiblement nulle, pour croître depuis  $\alpha = 90^\circ$  jusqu'à  $\alpha = 180^\circ$ . On constate une nouvelle décroissance de l'étincelle depuis  $\alpha = 180^\circ$  jusqu'à  $\alpha = 270^\circ$  (second minimum sensiblement nul), puis croissance de  $\alpha = 270^\circ$  à  $\alpha = 360^\circ$ .

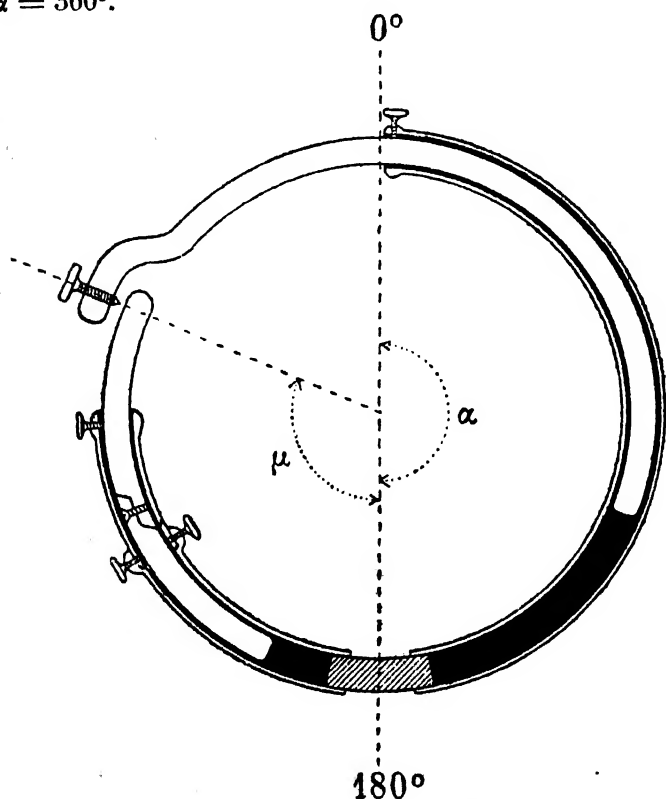


Fig. 1.

Il était intéressant de comparer ces résultats, faciles à prévoir, avec ceux que fournirait, pour la position I, le résonateur à coupure placé en section ventrale et dont le micromètre serait placé successivement dans les divers azimuts.

On s'est astreint, dans ces mesures, à maintenir constamment le milieu de la coupure dans l'azimut  $180^\circ$ .

Il fallait, pour que les mesures soient comparables, opérer avec un même résonateur, armé, dans les déterminations successives, du même micromètre. Pour satisfaire à cette exigence de l'expérience, nous avons fait usage d'un résonateur à coulisse (fig. 1). Deux tubes de cuivre contournés en arcs de cercle sont reliés par un petit arc d'ébonite qui, en les rendant solidaires, les isole l'un de l'autre et constitue la coupure. Deux arcs de cuivre, pouvant glisser à frottement doux dans les tubes, partent du micromètre. On peut ainsi, par cet artifice, faire occuper à la coupure une position quelconque par rapport à celle du micromètre sur le cercle métallique qui constitue le résonateur.

Le plus petit arc  $\mu$  du résonateur coupé pouvait croître de  $50^\circ$  à  $180^\circ$ .

La coupure étant toujours maintenue à  $\alpha = 180^\circ$ , c'est-à-dire dans une position de maximum d'étincelle, voici les différentes valeurs observées pour ce maximum lorsque l'on faisait varier l'angle  $\mu$  :

RÉSONATEUR A COUPURE. — Position I.  $\alpha = 180^\circ$ .

$\mu$	Étincelle.	$\mu$	Étincelle.
180°	0mm 350	110°	0mm 200
170°	0 350	100°	0 175
160°	0 325	90°	0 150
150°	0 300	80°	0 150
140°	0 300	70°	0 125
130°	0 250	60°	0 100
120°	0 225	50°	0 100

On voit que la distance explosive maxima au micromètre décroît progressivement à mesure que le micromètre se rapproche de la coupure, celle-ci étant constamment maintenue à  $\alpha = 180^\circ$ .

Si l'on admet que l'étincelle du micromètre d'un résonateur coupé mesure l'intensité du mouvement électrique dont est le siège ce résonateur au point où se trouve le micromètre, cette mesure confirmerait la façon suivante d'envisager le fonc-

tionnement d'un résonateur circulaire dans la position I, et placé à un ventre du champ : le résonateur à coupure se présenterait comme ayant un nœud de vibration aux deux extrémités limitant la coupure, et un ventre au point diamétralement opposé au milieu de la coupure.

### **Action de quelques acides organiques sur la respiration des plantes;**

Par M. G. BOYER.

Dans l'étude que j'ai entreprise sur l'assimilation chlorophyllienne, j'ai été conduit à rechercher l'action des acides sur cette assimilation et tout d'abord j'ai voulu connaître leur influence sur la respiration des plantes.

Les travaux qui ont été publiés sur la question ne sont que peu nombreux, et ils ne l'ont résolue que d'une manière incomplète. Dans une note présentée à l'Académie des Sciences *sur les modifications apportées dans les échanges gazeux normaux des plantes par la présence des acides organiques* <sup>(1)</sup>, M. L. Mangin s'exprime ainsi : « Les observations de de Saussure ont montré que les Cactées se distinguent des autres plantes par la propriété d'émettre de l'oxygène, sans absorber d'acide carbonique, quand elles sont exposées aux rayons solaires. Les recherches effectuées dans ces dernières années, notamment par M. Mayer <sup>(2)</sup>, nous ont appris que les Cactées, les Crassulacées, renferment une proportion plus ou moins grande d'acides organiques; tout récemment, M. Hugo de Vries <sup>(3)</sup>, en dosant ses acides, a établi que leur proportion décroît pendant le jour et augmente pendant la nuit. La coïncidence de ces deux phénomènes : émission d'oxygène, dimi-

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, p. 716, novembre 1889.

<sup>(2)</sup> Mayer, *Ueber die Sauerstoffausscheidung einiger Crassulaceen* (*Landwirthschaft, Versuchs-Stationen*, t. XXI, p. 277, 1880).

<sup>(3)</sup> *Ueber die Periodicität im Säure-Gehalte der Fettpflanzen*. (*Naturkunde*, 3<sup>e</sup> Recks, Deel I. Amsterdam, 1884.)

nution de la teneur en acides, provoquées par les radiations chez les Cactées et les Crassulacées, rend très plausible l'hypothèse depuis longtemps admise de la décomposition des acides organiques par la chlorophylle, sous l'influence des radiations solaires.

» Cependant, ces recherches laissent indécises plusieurs questions dont la notion est importante à connaître avant toute étude sur le mécanisme de la décomposition. Quels sont les acides qui provoquent ce phénomène? Peut-il être réalisé chez les plantes ne produisant pas ces substances? D'autre part, les radiations sont-elles seules efficaces pour provoquer la décomposition des acides organiques, ou bien *ne réduisent-elles que l'acide carbonique produit par le dédoublement de ces acides* sans influencer sur le mécanisme de la décomposition? Telles sont les questions que j'ai voulu d'abord résoudre. »

Des expériences ont été faites avec des feuilles injectées d'acides malique, citrique, tartrique, et ces feuilles se sont comportées comme les Cactées et les Crassulacées, c'est-à-dire que ces feuilles ont exhalé, à la lumière, de l'oxygène sans absorption correspondante d'acide carbonique.

« Il restait à constater, poursuit M. Mangin, si le phénomène respiratoire est aussi modifié dans l'obscurité par la présence des acides carboniques. Dans ce but, j'ai comparé les échanges gazeux des feuilles normales et injectées d'acides séjournant dans un milieu obscur. » De ses expériences, il résulte que « les feuilles injectées d'acide malique exhalent, dans l'obscurité, un volume d'acide carbonique bien supérieur au volume d'oxygène absorbé puisque, pour ces feuilles, le rapport  $\frac{CO^2}{O}$

des gaz échangés est toujours plus grand que l'unité; dans les feuilles normales, au contraire, ce rapport est inférieur ou au plus égal à l'unité. Il a obtenu des résultats analogues avec l'acide citrique, l'acide tartrique.

» La présence de certains acides organiques provoque donc, dans les tissus des feuilles, un double phénomène : à l'obscurité



rité, le dégagement d'un volume d'acide carbonique bien supérieur au volume d'oxygène absorbé; à la lumière, l'émission d'oxygène sans absorption corrélative d'acide carbonique. La cause de ces perturbations produites dans les échanges gazeux doit être recherchée dans la feuille même, indépendamment de toute intervention extérieure des radiations, *car la chlorophylle paraît borner son rôle à réduire, avec l'aide des radiations, l'acide carbonique que les tissus de la feuille exhalent en excès sous l'influence des acides organiques.* »

M. Hugo de Vries <sup>(1)</sup> avait déjà constaté la diminution progressive de la richesse en acides qu'éprouve une plante grasse vivant longtemps à l'obscurité. La destruction est accélérée par l'élévation de la température à 40° ou à 45°.

Ces résultats ont été confirmés par les recherches de M. Aubert <sup>(2)</sup>. « Si l'on prolonge, conclut-il, la durée de l'obscurité à laquelle une plante a été soumise, la proportion des acides organiques diminue au bout d'un temps variable d'autant plus rapidement que la plante est plus charnue. » Il y aurait production corrélative de glucose.

M. Gerber <sup>(3)</sup> a fait faire un pas de plus à la question. « Il est facile d'expliquer, écrit-il, le dégagement d'oxygène présenté par les plantes grasses, et les fruits acides exposés à la lumière, tout en admettant que les acides, à la lumière, comme à l'obscurité, se détruisent en dégageant du gaz carbonique. »

M. Gerber a, en outre, montré que « toute partie de plante contenant des acides offre une respiration caractérisée par un quotient respiratoire  $\frac{CO^2}{O} = \text{acide carbonique dégagé}$  variable  $\text{oxygène absorbé}$  avec la température et pouvant devenir supérieur à l'unité si la température est suffisamment élevée et si la quantité d'acides est assez considérable. Cette respiration peut donc être opposée à celle des organes en voie de croissance ne contenant pas

<sup>(1)</sup> *Loc. cit.*

<sup>(2)</sup> Aubert, thèse de Paris, 1892, p. 87.

<sup>(3)</sup> Gerber, *Maturation des fruits charnus* (*Ann. des Sciences natur.*, 1896, Botanique, 8<sup>e</sup> série, 66<sup>e</sup> année, t. IV, nos 1 à 6, p. 149-152).

d'acides, cette dernière étant caractérisée, comme MM. Bonnier et Mangin l'ont établi, par la constance du quotient respiratoire, dont la valeur est toujours inférieure à l'unité quelle que soit la température.

« La limite inférieure à partir de laquelle se manifeste le *quotient d'acides* est assez élevée, 30°, pour les fruits à acide tartrique et citrique; elle est moins élevée (15° environ) pour les fruits à acide malique. Le quotient d'acides est toujours inférieur à 2 et généralement plus petit que 1,50.

» A une température suffisamment élevée, le quotient d'acides est toujours supérieur à l'unité quand la respiration des tissus acides du fruit l'emporte sur la respiration des tissus non acides. »

Par cet exposé, on voit que la respiration des plantes à contenu acide a été étudiée par quelques auteurs, mais que les seuls acides expérimentés ont été des acides faibles et solides à la température ordinaire et principalement les acides citrique, tartrique et malique.

Mais il est un assez grand nombre d'acides organiques qui ont été entièrement délaissés, notamment toute la catégorie des acides volatils et liquides à la température ordinaire, tels que l'acide acétique et l'acide formique.

M. Mangin <sup>(1)</sup> avait bien essayé d'expérimenter sur ces acides, mais il n'a pu en obtenir aucun résultat. « Les feuilles injectées d'acides acétique, formique, oxalique, succinique n'ont pas fourni d'oxygène avec des solutions titrées à 2 ou 3 p. 100. Ce résultat négatif tient peut-être à ce que ces acides tuent le protoplasma à la dose qu'il est nécessaire d'employer pour obtenir un dégagement appréciable d'oxygène; en effet, sauf avec l'acide succinique, les feuilles injectées des autres acides ont révélé par leur couleur jaunâtre un commencement d'altération. »

Cet insuccès était de nature à faire croire que ces acides

(1) *Loc. cit.*

devaient être abandonnés dans ce genre d'expériences. Nous en avons jugé autrement. Nous avons pensé qu'une méthode autre que la méthode d'injection adoptée par M. Mangin pourrait peut-être nous donner des résultats, et nous en avons imaginé une que nous allons exposer. De même que la méthode d'injection, elle est d'une grande simplicité. Elle consiste à placer une plante verte dans une atmosphère close contenant, outre de l'air ordinaire, des vapeurs acides se formant sans cesse.

L'appareil se compose de deux cristallisoirs, l'un assez large et peu élevé dans lequel on place du mercure que l'on recouvre d'une mince couche d'eau ; l'autre, plus haut, est renversé sur le premier, de manière à emprisonner une certaine quantité d'air, la plante verte plongeant dans un flacon garni d'eau, et enfin un flacon non bouché garni soit d'acide acétique, soit d'acide formique. On place le tout à l'obscurité et l'on étudie les variations de l'atmosphère confinée à des intervalles déterminés. Pour faire cette étude, il faut effectuer des prises gazeuses : je me sers pour cela d'une sorte de seringue formée par un tube en verre dans lequel glisse un piston plein. Le tube est relié par un caoutchouc à un petit tube effilé et recourbé, dont l'extrémité peut, de la sorte, être introduite dans l'atmosphère confinée par-dessous le cristallisoir renversé. On a eu soin de garnir auparavant l'appareil d'eau. Cette eau est chassée par quelques coups de piston dès que l'extrémité recourbée est placée en contact du gaz à analyser : ce dernier vient remplacer l'eau. Avant de séparer l'appareil des cristallisoirs, on introduit à son extrémité recourbée un petit index de mercure destiné à isoler le gaz dont on vient de faire la prise de l'atmosphère extérieure ; on porte le tout sur la cuve à mercure et l'on recueille le gaz dans un tube renversé sur le mercure et plein de ce liquide. C'est ce dernier tube que l'on porte sur la cuvette de l'appareil à analyser de MM. Bonnier et Mangin. On fait alors l'analyse de l'atmosphère confinée qu'il s'agit d'étudier, suivant les règles adoptées par ces auteurs.

Les expériences que j'ai entreprises sur des feuilles de fusain placées dans l'obscurité ont été poursuivies du 2 juin au 24 juin. Dans cet intervalle, elles ont été reprises plusieurs fois et elles m'ont, dans tous les cas, fourni des résultats semblables. Elles ont toujours compris trois appareils constitués ainsi que je l'ai indiqué et emprisonnant des quantités d'air égales (500 centimètres cubes environ).

Dans le premier de ces appareils, je place un premier lot de feuilles de fusain et un flacon non bouché contenant l'acide (acide formique à 25 p. 100 ou acide acétique à 50 p. 100). Dans le deuxième, deuxième lot de feuilles de fusain, aussi semblable que possible au premier, pas d'acide. Dans le troisième, pas de plante, mais acide à la même concentration que dans le premier. Dans la dernière expérience, la seule dont je citerai les chiffres, la température était de 21°.

La proportion d'acide volatil étant de 0,04 dans l'air du laboratoire, les analyses gazeuses faites sur l'atmosphère du troisième appareil ont montré que, dans le cas de l'acide formique, cette proportion s'élève, dès le premier jour, à 0,43 p. 100, pour atteindre le sixième jour 1,37 p. 100 (en même temps, 0,95 p. 100 d'oxygène avaient disparu); dans le cas de l'acide acétique, elle n'atteint, le sixième jour, que 0,40 p. 100.

Le premier lot de plantes présente, dès le premier jour, une activité respiratoire beaucoup plus considérable qu'à l'air libre : la quantité d'acide carbonique émis est doublée dans le même temps dans le cas de l'acide acétique.

De plus, les respirations des premier et deuxième lots ayant été trouvées sensiblement égales à l'air libre, il se manifeste dès le début et dans tout le cours de l'expérience, un écart relativement considérable entre la quantité d'acide volatil du deuxième et du premier lot, déduction faite de la part revenant aux vapeurs acides, part qui nous est indiquée par les analyses faites avec l'atmosphère du troisième appareil. Je n'en citerai qu'un exemple pris dans l'analyse du mardi 24 juin.

	1 <sup>er</sup> APPAREIL. 1 <sup>er</sup> LOT. Plante et acide acétique à 50 p. 100.	2 <sup>e</sup> APPAREIL. 2 <sup>e</sup> LOT. Plante avec atmosphère sans acide.	3 <sup>e</sup> APPAREIL. Atmosph. sans plante mais avec acide acétique à 50 p. 100.
Acide volatil . .	3,27	1,69	0,08
Oxygène . . . .	17,00	18,32	»

La différence entre l'acide carbonique dégagé par le premier lot et l'acide carbonique dégagé par le deuxième lot égale

$$3,27 - 0,08 - 1,69 = 1,50 \text{ p. 100.}$$

Les quantités d'oxygène disparu varient dans le même sens. (L'analyse de l'air introduit dans l'appareil au début avait donné 20,20 p. 100 d'oxygène.)

*La respiration des plantes est donc très notablement accrue par la présence de vapeurs d'acide acétique ou formique dans l'atmosphère dans laquelle elles vivent.*

De plus, pour chaque résultat obtenu, nous avons établi la valeur du rapport de l'acide volatil apparu à l'oxygène disparu (dit quotient respiratoire).

Nous avons ainsi pu constater que ce rapport est toujours notablement accru dans le cas d'une plante placée en atmosphère acide; c'est-à-dire que, si nous suivons les variations de la respiration comparativement dans l'atmosphère acide et dans l'atmosphère dépourvue d'acide volatil, nous constatons que, d'une manière continuelle, le rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$  est supérieur, pour la plante soumise à l'acide, au rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$  de la plante témoin.

Ainsi, après trois jours de respiration dans l'atmosphère de vapeurs d'acide acétique, ce rapport est égal à l'unité (il a varié de 0,71 à 1,70), alors qu'il n'était au début que de 0,59 pour la même plante mise en atmosphère non acide. Comparativement, la respiration de la plante témoin n'a subi que très

peu de variation : son rapport au début était 0,75, à la fin 0,81.

Je puis même ajouter qu'au deuxième jour, la plante soumise aux vapeurs d'acide acétique m'a donné un rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$  très supérieur à l'unité. Or on sait, d'après les recherches de MM. Aubert et Gerber, que l'un des principaux caractères des quotients d'acides est de présenter des valeurs supérieures à l'unité si la température est suffisamment élevée. Mais cette forte valeur ne s'est pas maintenue ; il faut peut-être attribuer ce fait à une altération progressive des cellules de la plante par les vapeurs acides.

Pour ce qui est de l'acide formique, les différences ont été moins fortes mais de même sens. Le rapport final a été trouvé égal à 0,89 pour la plante en milieu acide et à 0,80 pour la plante sans acide.

CONCLUSIONS. — En résumé, nous pouvons déduire de cet exposé que :

1° *Les acides volatils placés dans une atmosphère confinée, indépendamment de la présence des plantes, produisent une altération progressive de cette atmosphère caractérisée par une absorption d'oxygène et par le dégagement d'un acide volatil.* Il faut en tenir compte dans les résultats fournis par la respiration d'une plante en atmosphère acide.

2° *En tenant compte de ces modifications spontanées de l'atmosphère acide, l'intensité de la respiration des plantes est, au début, notablement accrue par la présence des vapeurs acides.*

3° *Cette augmentation porte plus spécialement sur l'acide carbonique, de telle sorte que le rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$  est notablement augmenté et présente alors les caractères d'un quotient d'acides.*

## Sur l'action du sodammonium sur l'arsenic en excès;

Par M. C. HUGOT.

Dans la dernière séance (*Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 7 juillet 1898), j'ai montré qu'en faisant agir le sodammonium en excès sur l'arsenic on arrivait au corps  $\text{AsNa}^3$ ,  $\text{AsH}^3$ .

On a vu que le corps rouge brique perd, sous l'action de la chaleur et dans le vide, la molécule de gaz ammoniacal qu'il contient. Il devient noir et correspond alors à la formule  $\text{AsNa}^3$ .

Il était intéressant de rechercher si on pourrait obtenir un autre arsénure de sodium en faisant varier les proportions des corps mis en présence. On a donc fait agir l'arsenic en excès sur le sodammonium.

L'appareil ATB a la même forme que celui qui a été décrit dans les recherches précédentes. La réaction se fait dans la branche A. L'arsenic est introduit en grand excès par rapport au sodium. On fait condenser le gaz ammoniac liquéfié dans la branche A, de façon à maintenir l'arsenic au milieu d'une dissolution de sodammonium. On a pris les mêmes précautions que dans les expériences déjà publiées.

Au bout de quelques heures de contact, la coloration mordorée de la dissolution disparaît peu à peu. En même temps, il se dépose au fond du tube A un corps rouge brique.

Lorsque tout le sodium a disparu, le liquide a pris une teinte jaunâtre. Au fond se trouvent le corps rouge brique et le morceau d'arsenic non attaqué.

On filtre le liquide précédent à travers le coton de verre de A en B. On fait distiller le gaz ammoniac liquéfié de B en A. Ce liquide redissout une nouvelle quantité de corps rouge brique que l'on recueille par filtration dans la branche B. Après un grand nombre d'opérations semblables on a pu laver la

branche A. Il n'y reste plus que le morceau d'arsenic non attaqué, l'amidure de sodium et des traces du corps rouge brique non entraîné.

L'analyse montre qu'on est arrivé au même corps que dans le cas de l'action du sodammonium en excès sur l'arsenic. On peut remarquer que dans cette expérience on obtient un corps plus pur, exempt d'amidure de sodium, qui est très peu soluble dans le gaz ammoniac liquéfié. Ajoutons que, dans le cas présent, la quantité d'amidure de sodium formé est très faible.

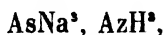
La branche A, où est resté le morceau d'arsenic non attaqué, est séparée à la lampe de la branche B qui contient le corps.

L'arsenic est lavé rapidement, séché dans un courant de gaz ammoniac et pesé.

L'analyse du corps rouge brique confirme les résultats déduits des données précédentes.

L'augmentation de poids de l'appareil, pesé avant et après l'opération, est égale à la perte de poids constatée après le dégagement du gaz ammoniac sous l'action de la chaleur.

Il faut donc conclure des faits précédents que l'action du sodammonium sur l'arsenic donne naissance au corps



quelles que soient les proportions du sodium et de l'arsenic mis en présence.

Ces conclusions sont différentes de celles qu'on a tirées des expériences sur l'action du sodammonium sur le phosphore rouge en excès (1).

Dans le cas du phosphore, en se plaçant dans les mêmes conditions, on obtient un corps soluble dans le gaz ammoniac liquéfié correspondant à la formule  $\text{P}^3\text{Na}, 3\text{AzH}^3$ . Sous l'action de la chaleur, ce corps rouge perd les trois molécules de gaz ammoniac qu'il contient. On arrive ainsi au phosphore de sodium,  $\text{P}^3\text{Na}$ .

Dans le cas de l'arsenic, on s'est placé dans les mêmes con-



ditions que celles qu'on s'était données dans les travaux sur le phosphore. Peut-être arriverait-on à un composé contenant plus d'arsenic en augmentant de beaucoup la durée du contact.

Dans une prochaine communication, j'insisterai sur l'action de la chaleur, de l'eau et des acides sur les composés obtenus par l'action du sodammonium sur le phosphore et l'arsenic. Nous nous proposons également de montrer combien l'action de la chaleur, de l'eau et des acides sur ces composés est différente. Il y a lieu d'attirer l'attention sur les difficultés qu'on a à surmonter dans l'étude des propriétés de ces corps qu'on ne peut manipuler à l'air libre.

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXI, p. 206.

**PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES**

**DE LA SOCIÉTÉ DES**

**SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES**

**DE BORDEAUX**

---

**Bordeaux. — Imp. G. GOUNOUILHOU, rue Cuirade, 11.**

---

# PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

6. JUL. 1899

# DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

---

Année 1898-1899

---

PARIS

GAUTHIER-VILLARS & FILS

IMPRIMEURS-LIBRAIRES DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU  
DES LONGITUDES, SUCCESEURS DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

A BORDEAUX

CHEZ FERET & FILS, LIBRAIRES

15, cours de l'Intendance, 15

1899



# LISTE

DES

PRÉSIDENTS ET VICE-PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ

de 1853 à 1899

---

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1853-1854	BAZIN.	DELBOS.
1854-1855	BAZIN.	»
1855-1856	BAZIN.	»
1856-1857	ORÉ.	»
1857-1858	BAUDRIMONT.	»
1858-1859	BAZIN.	»
1859-1860	BAUDRIMONT.	»
1860-1861	ABRIA.	»
1861-1862	LESPIAULT.	ORÉ.
1862-1863	BAUDRIMONT.	ROYER.
1863-1864	ORÉ.	AZAM.
1864-1865	AZAM.	ROYER.
1865-1866	ROYER.	H. GINTRAC.
1866-1867	H. GINTRAC.	O. DE LACOLONGE.
1867-1868	O. DE LACOLONGE.	GLOTIN.
1868-1869	GLOTIN.	JEANNEL.
1869-1870	LINDER.	DELFORTERIE.
1870-1871	LINDER.	DELFORTERIE.
1871-1872	DELFORTERIE.	ABRIA.
1872-1873	ABRIA.	RATHEAU.
1873-1874	BAUDRIMONT.	SERRÉ-GUINO.
1874-1875	SERRÉ-GUINO.	BAYSSELLANCE.
1875-1876	BAYSSELLANCE.	LOQUIN.

ANNÉE	PRÉSIDENT	VICE-PRÉSIDENT
1876-1877	LOQUIN.	HAUTREUX.
1877-1878	HAUTREUX.	E. BOUTAN.
1878-1879	E. BOUTAN.	MICÉ.
1879-1880	DUPUY.	MILLARDET.
1880-1881	MILLARDET.	DE LAGRANVAL.
1881-1882	DE LAGRANVAL.	G. RAYET.
1882-1883	G. RAYET.	FOURNET.
1883-1884	G. RAYET.	FOURNET.
1884-1885	G. RAYET.	FOURNET.
1885-1886	G. RAYET.	BOUCHARD.
1886-1887	G. RAYET.	BOUCHARD.
1887-1888	G. RAYET.	AZAM.
1888-1889	G. RAYET.	TANNERY.
1889-1890	TANNERY.	GAYON.
1890-1891	AZAM.	GAYON.
1891-1892	DUPUY.	GAYON.
1892-1893	DROGUET.	BLAREZ.
1893-1894	BAYSELLANCE.	BLAREZ.
1894-1895	BLAREZ.	HAUTREUX
1895-1896	DE LAGRANVAL.	HAUTREUX.
1896-1897	DURÈGNE.	BOULOUC.
1897-1898	BOULOUC.	STROHL.
1898-1899	STROHL.	RENOUS.

# LISTE DES MEMBRES DE LA SOCIÉTÉ

pendant l'année 1898-1899.

## Composition du Bureau pour l'année 1898-1899.

MM. STROHL, \*, *Président.*

RENOUS, *Vice-Président.*

BRUNEL, *Secrétaire général.*

GOGUEL, { *Secrétaires adjoints*  
HUGOT, {

DE TANNENBERG, *Archiviste.*

CHEVALLIER, *Trésorier.*

GAYON, \*,

MILLARDET, \*,

FIGUIER,

PÉREZ, \*,

BAYSSELLANCE, O. \*,

DURÈGNE,

DE LAGRANDEVAL, \*,

BOULOUCHE,

LESPIAULT, O. \*,

ELLIE,

BLAREZ,

DROGUET, \*,

*Membres du Conseil.*

## Membres titulaires <sup>(1)</sup>.

MM. AIGNAN, inspecteur d'Académie, à Vannes.

ARRIVAUT, préparateur à la Faculté des Sciences.

\*ASTOR, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

AUGIS, \*, ingénieur de la Compagnie du Midi en retraite.

AVRIL, \*, ingénieur de la Compagnie du Gaz.

BARCKHAUSEN, O. \*, professeur à la Faculté de Droit.

BARTHE, professeur à la Faculté de Médecine.

BAYSSELLANCE, O. \*, ingénieur des Constructions navales en retraite,  
ancien maire de Bordeaux.

BEAUVAIS, ingénieur civil.

BERGONIE, professeur à la Faculté de Médecine.

BICHON, licencié ès sciences.

BLAREZ, professeur à la Faculté de Médecine.

(<sup>1</sup>) Les membres dont le nom est précédé d'un astérisque sont membres à vie.



MM. BORDIER, professeur à la Faculté de Médecine de Lyon.  
 BOULOUCH, professeur au Lycée.  
 BOUVIER, préparateur à la Faculté des Sciences.  
 BOYER, préparateur à la Faculté des Sciences.  
 BRUNEL, doyen de la Faculté des Sciences.  
 CARDE, ingénieur civil.  
 CARLES, agrégé à la Faculté de Médecine.  
 CARMIGNAC-DESCOMBES, directeur des Manufactures de l'État à Nantes.  
 CAUBET, chef de travaux à la Faculté des Sciences.  
 CHADU, professeur au Lycée.  
 CHAINE, préparateur à la Faculté des Sciences.  
 CHENEVIER, chimiste en chef au Chemin de fer du Midi.  
 CHEVALLIER, préparateur à la Faculté des Sciences.  
 CHEVASTELON, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.  
 CHIPART, ingénieur des Mines.  
 COLOT, licencié ès sciences, professeur de Mathématiques.  
 COULON (l'abbé), licencié ès sciences.  
 DELMAS, ingénieur principal aux Usines du Creusot.  
 DENIGÈS, professeur à la Faculté de Médecine.  
 DEVAUX, professeur à la Faculté des Sciences.  
 DOUBLET, astronome à l'Observatoire.  
 DROGUET, \*, directeur des postes et télégraphes en retraite.  
 DUBOURG, professeur à la Faculté des Sciences.  
 DUHEM, professeur à la Faculté des Sciences.  
 DUPOUY, préparateur à la Faculté de Médecine.  
 DURÈGNE, ingénieur des Télégraphes.  
 ELGOYHEN, négociant-propriétaire.  
 ELLIE, ingénieur civil.  
 FALLOT, professeur à la Faculté des Sciences.  
 FAURIE, ingénieur civil.  
 FÉRAUD, professeur à la Faculté des Sciences.  
 FIGUIER, \*, professeur à la Faculté de Médecine.  
 GADEN, négociant.  
 GARD, préparateur à la Faculté des Sciences.  
 GAULNE (DE), propriétaire.  
 GAYON, \*, correspondant de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, chimiste en chef à la Douane.  
 GENDRON, électricien.  
 GOGUEL, professeur à la Faculté des Sciences.  
 GOUTTES, inspecteur divisionnaire du travail à Bordeaux.  
 GOSSART, professeur à la Faculté des Sciences.  
 GRUVEL, professeur à la Faculté des Sciences.  
 GUESTIER (Daniel), négociant.  
 HADAMARD, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.  
 HAUTREUX, \*, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port en retraite.  
 HUGOT, chef de travaux à la Faculté des Sciences.  
 ISSALY (l'abbé), licencié ès sciences mathématiques.  
 JOLYET, professeur à la Faculté de Médecine.  
 JOUET, propriétaire.  
 KOWALSKI, professeur de Mathématiques.  
 KUNSTLER, professeur à la Faculté des Sciences.

MM. LABATUT, préparateur à la Faculté des Sciences.

LABORDE, sous-directeur de la Station agronomique.

LACROIX, professeur de Mathématiques en retraite.

LAGACHE, ingénieur des Arts et Manufactures.

LAGRANDVAL (DE), \*, professeur honoraire de Mathématiques spéciales.

LANDE, \*, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.

LASSERRE, chimiste des Douanes.

LENOBLE, maître de conférences à la Faculté libre des Sciences de Lille.

\*LESPIAULT, O. \*, doyen honoraire de la Faculté des Sciences.

LOISELEUR, professeur au Collège de Libourne.

MALUS, agrégé de l'Université, préparateur à la Faculté des Sciences.

MARCHIS, professeur à la Faculté des Sciences.

MICÉ, O. \*, recteur honoraire.

MILLARDET, \*, correspondant de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences.

MONNET, maître de conférences à la Faculté libre des Sciences de Lille.

MOREAU, ingénieur agronome.

MORISOT, préparateur à la Faculté des Sciences.

PACHON, professeur agrégé à la Faculté de Médecine.

PALMADE, professeur au Lycée de Montpellier.

PÉLABON, professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

PÉREZ, \*, professeur à la Faculté des Sciences.

PICART, professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

PIONCHON, professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble.

PITARD, chef des travaux à la Faculté des Sciences.

PRÉVOST, ingénieur civil des Mines.

PUIG, professeur au Lycée.

RAGAIN, licencié ès sciences, professeur au Lycée.

RAYET (G.), O. \*, correspondant de l'Institut, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.

RENOUS, ingénieur civil.

RICHARD, agrégé de l'Université, chef des travaux chimiques à la Faculté des Sciences.

RIVIÈRE, docteur-médecin.

ROCH, chimiste.

RODBERG, ingénieur-directeur de la Compagnie du Gaz.

RODIER, professeur au Lycée.

ROZIER, professeur de Mathématiques.

SAINT-MARTIN (DE), propriétaire.

SANSON, professeur au Lycée.

SARRAN, professeur au Lycée.

SAUREL, étudiant.

SOUM, professeur au Lycée.

SOULARD, pharmacien des Hôpitaux.

STROHL, \*, ingénieur en chef du Service maritime.

TANNENBERG (DE), professeur à la Faculté des Sciences.

\*TANNERY (P.), ingénieur des Manufactures de l'État, à Paris.

TURPAIN, préparateur à la Faculté des Sciences.

VÈNE, ingénieur civil.

VERGELY, \*, professeur à la Faculté de Médecine.

VÈZES, professeur à la Faculté des Sciences.

VIGOUROUX, professeur à la Faculté des Sciences.

## Membres honoraires.

MM. DARBOUX (G.), \*, membre de l'Institut, doyen de la Faculté des Sciences de Paris.

DE TILLY, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.

FORTI (Angelo), ancien profess. de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.

FRENET, \*, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à Périgueux.

KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan (Russie).

LINDER, O. \*, inspecteur général des Mines, à Paris.

RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.

## Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.

ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de Milan.

ARIÈS, capitaine du Génie.

BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.

CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.

DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.

ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.

ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.

GAUTHIER-VILLARS, O. \*, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire éditeur, à Paris.

GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coïmbre.

GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.

GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.

HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.

HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.

IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Petersbourg.

LAISANT, \*, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.

MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres, directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).

PEAUCELLIER, O. \*, général du génie.

PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).

PONSOT (M<sup>me</sup>), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.

ROIG Y TORRES (D. Rafacl), naturaliste à Barcelone, directeur de la *Cronica Científica*.

ROUX, \*, docteur en Médecine, à Paris.

TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.

WEYR (Ed.), professeur à l'Université de Prague.

# TABLE DES MATIÈRES DES PROCÈS-VERBAUX

ANNÉE 1898-1899

	Pages
HUGOT. — Sur l'action du potassammonium en excès sur l'arsenic. . . . .	1
HUGOT. — Sur l'action du sodammonium en excès sur le soufre. . . . .	4
HUGOT. — Sur l'action du gaz ammoniac liquéfié sur quelques métalloïdes . . . . .	5
HAUTREUX. — Les glaces de l'Atlantique et nos hivers . . . .	9
BARTHE. — Dosage du soufre et des alcalis dans le foie de soufre. . . . .	10
GAYON et LABORDE. — Sur le mercure contenu dans la récolte des vignes soumises au traitement du black-rot par les composés mercuriques . . . . .	13
VIGOUROUX. — Sur un nouveau siliciure cristallisé. . . . .	15
CAUBET. — Sur la ligne de rosée, la ligne d'ébullition et quelques isothermes d'un mélange de deux gaz. . . . .	18
SAUREL. — Sur la démonstration de la règle des phases. . . .	21
LASSERRE. — Sur la préparation de l'amidon soluble. . . . .	22
HUGOT. — Action du potassammonium et du sodammonium en excès sur le sélénium . . . . .	23
HUGOT. — Sur une expérience de Weyl . . . . .	26
DUBOURG. — Fermentation des saccharides. . . . .	28
KUNSTLER et GRUVEL. — Recherches sur les « Coupes ciliées » du <i>Phymosoma granulatum</i> . . . . .	29
PÉLABON. — Sur la dissociation de l'acide sulfhydrique . . . .	32
DUHEM. — Sur un théorème d'électrostatique . . . . .	33
ISSALY. — Sur les lignes remarquables, soit des surfaces, soit des pseudo-surfaces . . . . .	38
DURÈGNE. — Sur l'exploration zoologique du golfe de Gascogne.	43
GRUVEL. — Réponse à la communication précédente. . . . .	45
BAYSSSELLANCE. — Acétylogène automatique continu du commandant Lartigue. . . . .	48
BARTHE. — Sur deux nouveaux acides organiques dérivés du cyanosuccinate d'éthyle. . . . .	53

	Pages
BRUNEL. — Systèmes de quadricycles de $N$ éléments. . . . .	59
CAUBET. — Sur la loi de condensation d'un mélange de deux gaz. . . . .	60
CHEVALLIER. — Les modifications permanentes des fils métalliques et leur variation de résistance électrique . . . . .	64
DUHEM. — Sur un théorème approché relatif aux systèmes affectés d'hystérésis . . . . .	68
BRUNEL. — Sur les $v$ -cycles des $2v + 1$ éléments . . . . .	71
BERGONIE. — Sur l'interrupteur électrolytique de Wehnelt. . . . .	74
HUGOT. — Action du sélénium en excès sur le potassammonium et le sodammonium . . . . .	74
HUGOT. — Action du sodammonium et du potassammonium en excès sur le tellure. . . . .	78
LOISELEUR. — Sur quelques dérivés oxaliques complexes du palladium . . . . .	81
COULON. — Sur les équations aux dérivées partielles du second ordre à caractéristiques réelles . . . . .	85
PÉLABON. — Sur la dissociation de l'oxyde de mercure. . . . .	88
DEBRUN. — Sur un dispositif nouveau de la trompe à mercure. . . . .	88
DUHEM. — Un point d'histoire des sciences : la dissociation avant Deville. . . . .	90
DUHEM. — Sur l'allongement spontané d'un fil soumis à une tension constante . . . . .	90
LEVAUX. — Asphyxie spontanée et production d'alcool dans les tissus profonds des tiges ligneuses poussant dans les conditions naturelles. . . . .	94
LABORDE et MOREAU. — Sur le dosage de l'acide succinique dans les liquides fermentés . . . . .	77
BRUNEL. — Polyèdres eulériens à faces pentagonales. . . . .	103
TURPAIN. — Sur la propagation des oscillations électriques dans l'eau. . . . .	103
BRUNEL. — Sur la représentation graphique des isomères . . . . .	108
CHAINE. — Anomalie musculaire chez le cheval. . . . .	111
CHAINE. — Observations sur le mylo-hyoïdien des Oiseaux. . . . .	113
GRUVEL. — Note sur la morphologie des formations cuticulaires des Cirrhipèdes pédonculés . . . . .	118
PICART. — Quelques remarques sur l'invariant intégral de M. Poincaré . . . . .	124
DEVAUX. — Note sur la présence probable et l'origine de l'alcool dans le produit de distillation en présence de l'eau de la plupart des végétaux vivants. . . . .	129

	Pages
✓GRUVEL. — Essai de classification des Cirrhipèdes thoraciques.	132
CHAINE. — Sur les connexions du mylo-hyoïdien et du peaucier chez les Oiseaux. . . . .	138
✓GRUVEL. — Note sur la morphologie des pièces du test chez les Cirrhipèdes sessiles (Balanides). . . . .	140
SAUREL. — Sur les points indifférents . . . . .	147
DUHEM. — Sur l'écrouissage . . . . .	149
VÈZES. — Sur les combinaisons salines de l'Osmium . . . . .	151
DUHEM. — A propos des faux équilibres chimiques. . . . .	157
HUGOT. — Action du sodammonium et du potassammonium sur le tellure et le soufre. . . . .	162



# PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES DE BORDEAUX

ANNÉE 1898-1899.

*Séance du 24 novembre 1898.*

PRÉSENTENCE DE M. DE LAGRANVAL.

## **Sur l'action du potassammonium en excès sur l'arsenic.**

Par M. C. HUGOT.

J'ai eu l'honneur de présenter à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux (séance du 7 juillet 1898) l'arséniure de sodium  $\text{AsNa}^3$ . Ce corps était obtenu en chauffant vers  $300^\circ$  dans le vide le composé  $\text{AsNa}^3$ ,  $\text{AzH}^3$  provenant de l'action du sodammonium en excès sur l'arsenic.

Je me propose aujourd'hui d'exposer les résultats auxquels on arrive dans l'action du potassammonium en excès sur l'arsenic.

L'appareil employé a la même forme que celui qui a servi dans les recherches sur le sodammonium et l'arsenic. Il est toujours en verre. Il se compose de deux tubes larges A et B réunis par un tube étroit et court T, contenant un tampon de coton de verre sec. Dans ces expériences, on suit la marche indiquée dans les communications précédentes. Les mêmes précautions sont prises pour peser le potassium et l'arsenic dans une atmosphère de gaz ammoniac.

On ferme à la lampe les branches A et B et on fait condenser le gaz ammoniac dans la branche A où se trouvent déjà le



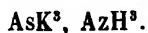
potassium et l'arsenic. Le potassammonium se forme et se dissout dans le gaz ammoniac liquéfié. Au bout de quelques heures, la coloration mordorée de cette solution, qui recouvre complètement les morceaux d'arsenic, diminue lentement d'intensité. Pendant cette réaction, il se dépose au fond de la branche A un corps qui paraît rouge. On ouvre de temps en temps le robinet fixé au tube de dégagement qui débouche sur la cuve à mercure. On recueille ainsi, outre le gaz ammoniac, quelques centimètres cubes d'hydrogène.

Lorsque la réaction est terminée et que tout l'arsenic a disparu, on fait passer la solution de potassammonium non attaqué dans la branche B à travers le tampon de coton de verre placé dans le tube T.

On plonge ensuite la branche A dans un mélange réfrigérant en laissant la branche B à l'air. On fait ainsi condenser en A une certaine quantité de gaz ammoniac. Ce liquide dissout un peu de potassium que l'on entraîne dans la branche B. Ces opérations peuvent demander des journées entières pour ne laisser aucune trace de potassium dans la branche A. On constate pendant ces lavages la production de quelques centimètres cubes d'hydrogène. On recueille ce gaz et on le réunit à celui qui s'est dégagé précédemment.

Lorsque tout le potassammonium en excès est passé de A en B, il ne reste plus en A qu'un corps rouge, assez soluble dans l'ammoniac liquide auquel il communique une coloration rouge. Le composé correspondant du sodium était rouge brique; il était peu soluble dans l'ammoniac liquide. Sa dissolution était jaune verdâtre.

Le corps rouge obtenu avec le potassium a pour formule



L'hydrogène que l'on a recueilli plus haut provient de la décomposition spontanée du potassammonium.



L'amidure de potassium  $\text{AzH}^2\text{K}$ , qui se forme pendant la pré-

paration, et surtout pendant les lavages, est entraîné complètement de A en B à cause de sa grande solubilité dans l'ammoniac liquide.

Le corps  $\text{AsK}^3$ ,  $\text{AzH}^3$  peut donc être obtenu exempt d'amidure. Il n'en était pas de même du composé correspondant du sodium, l'amidure de sodium étant presque insoluble dans ce gaz liquéfié.

Le poids d'amidure formé est connu par le dosage de l'hydrogène recueilli précédemment. Il importe donc, pour avoir des résultats exacts, de ne pas en perdre la plus petite quantité.

On fait évaporer lentement le liquide qui dissout le potassammonium en excès en maintenant tout l'appareil dans la glace fondante. Lorsqu'il ne sort plus de gaz ammoniac par le tube à dégagement, on ferme le robinet dont est munie la branche A.

On a pesé l'appareil ATB contenant le potassium et l'arsenic enfermé dans une atmosphère de gaz ammoniac. On le pèse de nouveau lorsque l'opération est complètement terminée. On note l'augmentation de poids. Elle représente la somme des poids de l'amidure de potassium et du gaz ammoniac combinés. On voit donc combien il importe d'avoir un dosage exact de l'hydrogène dégagé. Ce renseignement devient presque inutile si un robinet ou un masticage vient à fuir, même pendant quelques instants.

La branche A est ensuite séparée à la lampe de la branche B où se trouve le potassium en excès. Ce dernier est connu par le dosage de l'hydrogène dégagé pendant l'action ménagée de l'eau sur lui. Le potassium est toujours mélangé à une petite quantité du corps  $\text{AsK}^3$ ,  $\text{AzH}^3$ .

Ce dernier, soumis à l'action de la chaleur dans le vide, perd vers  $300^\circ$  la molécule d'ammoniac qu'il contient. La perte de poids constatée après cette opération est précisément égale au nombre trouvé plus haut et déduit de l'augmentation de poids de l'appareil, de laquelle on a retranché le poids d'amidure de potassium.

Après avoir perdu la molécule d'ammoniac, le corps rouge devient noir.

Il s'enflamme à l'air humide en dégageant de l'hydrogène et de l'hydrogène arsénié.

L'arséniure de potassium  $\text{AsK}^3$  ainsi obtenu est traité par un acide étendu. La réaction est violente et dégage beaucoup de chaleur. On dose l'hydrogène et l'hydrogène arsénié. Le résidu est traité par l'acide azotique étendu. On a ainsi une liqueur dans laquelle l'arsenic est dosé à l'état de sulfure et le potassium à l'état de sulfate.

### **Sur l'action du sodammonium en excès sur le soufre.**

Par M. C. HUGOT.

L'appareil employé dans cette étude est le même que celui qui est décrit dans la note précédente.

Le soufre a été obtenu par cristallisation dans le sulfure de carbone purifié.

On l'introduit dans la branche A, et on le fond dans un courant de gaz ammoniac sec. Cette opération a pour but de chasser le sulfure de carbone interposé entre les cristaux. On constate que le soufre reste inattaqué pendant cette opération.

Le sodium est introduit en prenant les précautions indiquées dans une des communications précédentes. Les deux branches de l'appareil ATB sont ensuite fermées à la lampe. Le gaz ammoniac est condensé dans la branche où se trouvent les deux corps précédents, pesés exactement.

Au bout de quelques heures de contact, la coloration mordorée du sodammonium diminue peu à peu, mais ne disparaît pas complètement, si on a eu soin de mettre un excès de sodium. Lorsque la réaction est terminée, on lave la branche A avec le gaz ammoniac liquéfié. Après ces lavages, on constate

dans la branche A un corps blanc qui correspond à la formule  $\text{Na'S}$ .

Cette réaction ne donne pas naissance à un composé nouveau. Elle est intéressante en ce qu'elle montre que par cette méthode on ne peut obtenir un composé de soufre et de sodium contenant une plus grande proportion de sodium.

On a constaté pendant cette préparation un faible dégagement d'hydrogène provenant, comme dans les expériences décrites précédemment, de la décomposition spontanée du sodammonium.

Le sulfure  $\text{Na'S}$  est donc mélangé à un peu d'amidure de sodium que les lavages au gaz ammoniac liquéfié n'entraînent pas.

La même réaction a été essayée avec le sélénium et le tellure. Les résultats obtenus feront l'objet d'une prochaine communication.

### **Sur l'action du gaz ammoniac liquéfié sur quelques métalloïdes.**

Par M. C. HUGOT.

Au cours des recherches que j'ai entreprises sur les réactions du sodammonium et du potassammonium avec certains métalloïdes, j'ai été amené à étudier l'action de ces derniers sur le gaz ammoniac liquéfié.

Les seuls corps dont les travaux indiqués plus haut rendaient l'étude nécessaire et intéressante étaient le phosphore, l'arsenic, le soufre, le sélénium et le tellure.

Avant d'aborder le cas du phosphore, il est utile d'indiquer immédiatement que l'arsenic et le phosphore rouge n'ont rien donné de remarquable. En abandonnant pendant plusieurs jours dans le gaz ammoniac liquéfié, maintenu à  $0^\circ$ , un morceau de phosphore rouge ou d'arsenic, on n'a observé ni coloration de la liqueur, ni dégagement de gaz, ni augmentation de poids

après l'évaporation du liquide. Le contact n'a pas été prolongé au delà de cinq ou six jours. C'était là le temps maximum que pouvait demander la réaction entre les ammoniums alcalins et le phosphore et l'arsenic. Il est bon de faire remarquer que le phosphore rouge a été employé de préférence au phosphore blanc dans les réactions précédentes. Aussi est-ce sur lui que tout d'abord ont porté les recherches dont les premiers résultats sont exposés aujourd'hui.

Le phosphore blanc semble, au contraire, avoir une action sur le gaz ammoniac liquéfié. On l'a préalablement fondu sous une solution de bichromate de potassium acidulée par l'acide sulfurique. Il a été ensuite coulé en petits cylindres assez étroits pour passer dans les étranglements des tubes de verre employés. Au début, l'appareil dont on se servait se composait d'un tube en verre large, dont une extrémité était soudée à un tube à robinet et l'autre était effilée pour être facilement fermée à la lampe.

Lorsque l'air était chassé complètement de l'appareil par un courant de gaz ammoniac sec, on y introduisait un petit morceau de phosphore blanc lavé rapidement à l'eau distillée et séché avec du papier de soie. On fondait le phosphore dans le courant de gaz ammoniac, et on continuait à chauffer à la lampe à alcool jusqu'à ce que toute trace de vapeur d'eau eût disparu. On connaissait le poids du phosphore en pesant l'appareil avant et après l'introduction de ce corps.

Le phosphore blanc a été abandonné pendant plusieurs jours dans quelques centimètres cubes de gaz ammoniac liquéfié. L'appareil était maintenu à 0°. Au bout de deux ou trois jours la liqueur a pris une coloration brune. Par évaporation elle a abandonné un dépôt brun, insoluble dans le sulfure de carbone, l'éther et l'alcool. Il se dissout facilement dans l'acide azotique étendu. On n'a pas constaté de dégagement de gaz pendant toute la durée du contact. Cette absence de gaz dégagé tenait-elle à la faible quantité de matière entrée en réaction? On ne peut encore l'affirmer. Ce corps brun ne s'enflamme pas à

l'air. Abandonné à l'air humide, il devient au bout de deux ou trois jours jaune rougeâtre. Examiné au microscope, il paraît cristallisé.

En présence du peu de résultats obtenus par le procédé précédent, on a modifié l'appareil. On lui a donné sensiblement la forme d'un H. Il n'était pas muni de robinets. Dans l'une des branches on a introduit le phosphore blanc en prenant les précautions indiquées plus haut ; on y a condensé quelques centimètres cubes de gaz ammoniac liquide et on a fermé à la lampe les quatre extrémités. Plusieurs autres échantillons furent préparés ainsi et abandonnés à la température du laboratoire (15° à 18°) pendant un mois. Au bout de ce temps l'ammoniac liquide, qui a bruni lentement au début, présente l'aspect d'une liqueur épaisse et brune.

La forme de l'appareil permet de décanter cette liqueur d'une branche dans l'autre et de laver le phosphore qui n'a pas été dissous. On a opéré sur 4 à 5 décigrammes de phosphore.

On poursuit l'étude de ce corps brun. Les résultats feront l'objet d'une prochaine communication.

*Soufre.* — Le soufre est très soluble dans l'ammoniac liquide, auquel il communique une coloration rouge violette. Voici la marche qui a été suivie. Le soufre, préparé comme il est indiqué dans la communication précédente, a été introduit dans un tube large, effilé et muni d'un robinet. On l'a fondu et chauffé dans un courant de gaz ammoniac sec. On a fermé à la lampe et on a condensé le gaz ammoniac dans cet appareil. On a pu constater déjà, à propos de l'action du sodammonium en excès sur le soufre, que ce dernier restait inaltéré lorsqu'il était chauffé dans le gaz ammoniac. On a observé également que vers 14°, sous une pression de 5 ou 6 atmosphères, il n'y avait pas de réaction.

En laissant évaporer lentement cette dissolution de soufre à une température quelconque au-dessous de 0°, on a obtenu des aiguilles cristallines jaunes. Si on opère de telle sorte qu'on puisse retourner l'appareil sans voir apparaître de

liquide, la teinte des cristaux est rouge foncé. En ramenant le tube à une température assez basse, il se condense dans la partie inférieure un liquide rouge violet, laissant à nu les aiguilles jaunes de soufre. Ce phénomène peut être rapproché de celui qu'on observe avec le sodammonium et le potassammonium. Ces ammoniums, en solution étendue, sont mordorés; en liqueur concentrée, ils prennent la couleur rouge du cuivre. Enfin, lorsqu'on a enlevé une quantité suffisante d'ammoniac, on peut faire apparaître, en un point quelconque du tube, le métal alcalin cristallisé.

De plus, si on laisse la liqueur violette grimper le long des parois du tube, puis qu'on en refroidisse brusquement la partie inférieure, le liquide, en se rassemblant au fond, laisse quelquefois au milieu d'aiguilles des paillettes brillantes, qui sont beaucoup moins solubles dans l'ammoniac liquide. Elles se produisent surtout lorsque la solution est saturée et ne se dissolvent lentement que vers 0°.

On a fait évaporer l'ammoniac à 34° sous la pression atmosphérique ou à des températures inférieures en faisant le vide dans l'appareil. Dans tous ces cas, les résultats ont été identiques.

La pesée faite après l'évaporation complète de l'ammoniac indiquait une légère augmentation de poids de l'appareil. Ce poids représente celui du gaz ammoniac enfermé dans les cristaux. Ils décrépitent si on les chauffe légèrement dans le vide et laissent partir ce gaz.

On a étudié, de plus, l'action de cette dissolution du soufre sur le sodammonium. On fait passer graduellement la dissolution de soufre de A en B où se trouvait le sodammonium, en opérant de telle sorte que ce dernier soit toujours en excès. On est arrivé au même résultat que celui qui est signalé dans la note précédente. On s'est trouvé encore dans ce cas-là en présence du sulfure de sodium Na<sup>2</sup>S.

*Sélénium.* — On a commencé de même l'étude de l'action de l'ammoniac liquide sur le sélénium. Au bout de quelques

jours de contact à 0°, on a obtenu une solution brune concentrée qui, décantée et évaporée, a laissé déposer un corps brun qui semble composé de très petits cristaux.

*Tellure.* — Le tellure, comme l'arsenic et le phosphore rouge, est resté intact dans le gaz ammoniac liquéfié.

## Les glaces de l'Atlantique et nos hivers;

Par M. HAUTREUX.

Depuis l'année 1887, les *Pilot-Charts* permettent de suivre, mois par mois, le mouvement des glaces à la limite extrême de leur dérive, sur le banc de Terre-Neuve. On constate ainsi de grandes différences, d'une année à l'autre, dans l'étendue et dans la durée de cette débâcle glaciaire. Ces différences d'état semblent coïncider avec la plus ou moins grande rigueur de nos hivers. Depuis douze ans, nos hivers rudes ont suivi les étés de grande expansion glaciaire, et nos hivers moites ont succédé aux étés dans lesquels les glaces étaient fondues à la fin de juillet.

Depuis quatre ou cinq ans, nous basant sur cette relation qui semble exister, nous avons essayé de prévoir ce que seraient nos hivers, et les résultats, annoncés dès les mois de septembre ou d'octobre, se sont trouvés conformes aux prédictions.

Cette année 1898, l'état glaciaire du Grand-Banc s'est prolongé au delà du mois de juillet, jusqu'en septembre. Il faut donc prévoir pour l'hiver prochain, 1898-99, une période froide assez longue, dépassant la moyenne qui est, à Floirac, de 40 jours de gelée.

L'année 1894, qui fut une année d'extension glaciaire, avait donné, pour l'hiver 1894-95, 54 jours de gelée.

L'année 1895, de faible extension glaciaire, ne donna, pour l'hiver 1895-96, que 32 jours de gelée.

Il est probable que notre hiver 1898-1899 se rapprochera du type glaciaire et donnera environ 50 jours de gelée.



C'est ce que nous croyions devoir annoncer à la Société des Sciences dès le 20 septembre dernier.

Le tableau suivant montre sur quelles probabilités se basent nos prévisions.

### Banc de Terre-Neuve.

SURFACES OCCUPÉES PAR LES GLACES ENTRE 40° ET 50° N. ESTIMÉES EN CARRÉS D'UN DEGRÉ DE CÔTÉ.

	1887	1888	1889	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898
Janvier.....	4	»	»	22	»	»	3	15	1	1	11	1
Février.....	31	4	»	31	11	3	6	19	2	2	23	20
Mars.....	30	8	4	33	27	1	3	36	»	5	25	4
Avril.....	19	7	3	55	30	19	4	26	4	13	50	8
Mai.....	30	15	23	66	33	47	22	32	38	36	57	38
Juin.....	37	11	27	72	39	34	28	41	34	12	63	33
Juillet.....	17	2	14	33	13	32	32	50	15	14	30	21
Août.....	13	»	12	27	1	5	10	29	3	3	7	19
Septembre.....	2	1	10	13	»	»	10	24	»	5	»	5
Octobre.....	1	»	7	14	»	»	6	6	»	3	2	
Novembre.....	»	»	2	1	»	»	»	4	1	»	»	
Décembre.....	»	»	6	1	»	»	»	3	»	7	1	

**Hivers de Bordeaux** (*Nombre des jours de gelée à Floirac*).

JOURS DE GELÉE

1887	1888	1889	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898
57	34	50	64	36	27	37	54	31	17	27	

## Dosage du soufre et des alcalis dans le foie de soufre;

Par M. L. BARTHE.

Le dosage du soufre dans cette combinaison n'est pas mentionné dans la plupart des traités d'analyse chimique; il réclame cependant un mode d'exécution particulier, et il donne lieu à des observations intéressantes.

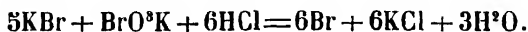
*Dosage du soufre.* — Le but à atteindre dans l'oxydation du soufre est sa transformation en acide sulfurique et l'estimation de cet acide à l'état de sulfate de baryte: mais toutes les méthodes d'oxydation du soufre ne sauraient convenir dans

le cas du polysulfure jaune de potassium qui, en s'évaporant, laisse perdre du soufre sous la forme de gaz sulfhydrique.

La méthode de Pelouze (fusion du produit avec un mélange de carbonate de soude et du chlorate de potasse) est très critiquée par Kolb <sup>(1)</sup>. L'oxydation du soufre par les nitrates alcalins aboutit, d'après Mohr <sup>(2)</sup>, à des résultats trop élevés. Dans tous les cas, l'oxydation du soufre du foie de soufre par les nitrates alcalins expose à de terribles explosions.

Silva <sup>(3)</sup> a recommandé l'oxydation par le brome en milieu alcalin et très dilué, mais l'opération décrite par l'auteur s'exécute très difficilement. M. Denigès <sup>(4)</sup> s'est adressé comme oxydant à l'hypobromite de soude récemment préparé et a décrit, pour le dosage du soufre en nature, un procédé qui s'applique au dosage des sulfures et polysulfures. Il termine l'oxydation en ajoutant dans le mélange de l'acide chlorhydrique dilué jusqu'à réaction fortement acide et apparition de brome libre.

Après divers essais il nous a semblé que le brome libre, à l'état naissant, exerçait une action beaucoup plus sûre et plus rapide que celle de l'hypobromite. Il est facile de s'en rendre compte en ajoutant dans la solution du polysulfure alcalin rendue très alcaline et diluée, un mélange de bromure et de bromate de potasse, et additionnant la liqueur portée à l'ébullition d'acide chlorhydrique dilué jusqu'à apparition de vapeurs de brome : on continue de verser l'acide par petites portions jusqu'à ce que la liqueur soit devenue liquide et incolore, ou seulement teintée en jaune. A ce moment, l'oxydation est achevée et tout le soufre est transformé en acide sulfurique. L'équation suivante rend compte de la réaction :



On peut tout aussi bien remplacer le mélange de bromure et

(1) Kolb, *Journal de Pharm. et de Chim.*, [4] X, p. 401.

(2) E. Mohr et Classen, *Traité d'Analyse chimique*, 1888, p. 667.

(3) Silva, *Traité d'Analyse chimique*, 1891, p. 281.

(4) G. Denigès, *Chimie analytique*, 1898, p. 545.

de bromate par une solution d'hypobromite de soude, ancienne ou récente indifféremment, en la portant à l'ébullition.

On peut, d'ailleurs, oxyder complètement le soufre du foie de soufre par l'addition de brome en excès et par agitation continuelle à froid. Mais le procédé est plus long et d'une exécution désagréable. Nous recommandons le procédé suivant :

On prendra 1 à 2 centimètres cubes de la solution de foie de soufre, qui est un mélange de polysulfures de sodium et de potassium, sans éléments alcalino-terreux : on ajoute 10 cc. de lessive de potasse pure, 25 cc. d'eau distillée, 30 cc. environ d'une solution d'hyposulfite de soude ; on porte le mélange à l'ébullition, et on ajoute d'emblée une quantité d'acide chlorhydrique dilué capable de faire apparaître des vapeurs de brome remplissant le lecherglass dans lequel on opère : en maintenant l'ébullition, on continue d'ajouter l'acide par petites portions jusqu'à ce que la liqueur soit devenue liquide. Dans la solution on précipite l'acide sulfurique à l'état de sulfate de baryte.

*Dosage des alcalis.* — Le foie de soufre des pharmaciens ne renfermant pas d'alcalino-terreux, on prendra 2 cc. de la solution que l'on additionnera de 20 cc. d'eau distillée et 0,5 cc. d'acide sulfurique pur. On porte le mélange à l'ébullition et on jette sur filtre mouillé qu'on lave à l'eau distillée. Le filtratum est évaporé avec ménagement à siccité dans une capsule de porcelaine préalablement tarée et le résidu est incinéré. L'augmentation du poids de la capsule fournit la quantité de sulfate de soude et de sulfate de potasse anhydres. Dans la solution aqueuse de ces sulfates on précipite l'acide sulfurique à l'état de sulfate de baryte. La proportion d'acide sulfurique obtenue et celle des sulfates fournissent à l'aide d'équations connues les proportions relatives de potassium et de sodium renfermées dans le foie de soufre. On trouve ces équations et leur résolution dans la plupart des traités d'analyse chimique<sup>(1)</sup>.

(1) Par exemple : *Analyse chimique* de Jagnaux, 1888, p. 182.

*Séance du 8 décembre 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

Le vote sur le renouvellement du Bureau pour l'année 1898-1899 fournit les résultats suivants :

<i>Président</i> .....	M. STROHL.
<i>Vice-Président</i> .....	M. RENOUS.
<i>Secrétaire général</i> .....	M. BRUNEL.
<i>Secrétaires adjoints</i> .....	MM. GOGUEL et HUGOT.
<i>Archiviste</i> .....	M. DE TANNENBERG.
<i>Trésorier</i> .....	M. CHEVALLIER.

**Conseil d'administration :**

1 <sup>re</sup> SÉRIE	2 <sup>e</sup> SÉRIE	3 <sup>e</sup> SÉRIE
MM. LESPIAULT.	MM. DURÈGNE.	MM. BAYSSELLANCE.
GAYON.	MILLARDET.	BLAREZ.
DROGUET.	PÉREZ.	DE LAGRANVAL.
ELLIE.	FIGUIER.	BOULOUCH.

**Sur le mercure contenu dans la récolte des vignes soumises au traitement du black-rot par les composés mercuriques ;**

Par MM. GAYON et LABORDE.

De nombreux viticulteurs ont appliqué, en 1898, les traitements mercuriels préconisés, l'année précédente, par M. Ducassé, contre les diverses maladies parasitaires de la vigne, et spécialement contre le black-rot. Il ne nous appartient pas de rechercher, ici, si leurs essais ont été couronnés de succès et si les sels de mercure sont appelés à rendre, en viticulture, les mêmes services que les composés cupriques. Mais il importe de déterminer, au point de vue de l'hygiène, comme MM. Millardet et Gayon l'ont fait, en 1887, pour le cuivre, si les vins provenant de vignes ainsi traitées retiennent, ou non, des quantités appréciables de mercure.

Déjà, dans une communication précédente (21 juillet 1898),

à la suite d'expériences de laboratoires sur des mouûts conservés et sur des liquides sucrés analogues, additionnés de bichlorure de mercure, nous avons montré que, pendant la fermentation, le mercure est insolubilisé, et qu'après clarification, les liqueurs fermentées ne contiennent que des traces de métal, quelques dixièmes de milligramme au plus par litre.

Il était, dès lors, probable que les vins seraient eux-mêmes dans ce cas; et c'est en effet ce que nous avons constaté dans tous les échantillons que nous avons pu soumettre à nos procédés d'analyse.

En regard des traitements effectués au vignoble, le tableau suivant donne, en milligrammes, les poids de mercure trouvés pour des vins, vins de sucre, piquettes, lies et marcs.

MODES DE TRAITEMENT (1)	VINS par litre.	VINS DE SUCRE par litre.	PIQUETTES par litre.	LIES HUMIDES par kilo.	MARCS par kilo.
<b>Bouillie bordelaise avec excès de chaux :</b>					
1. Additionnée de liqueur antiseptique Ducassé.	0,1	»	»	»	0,1
2. Additionnée de bichlorure de mercure.....	0,1	»	»	»	0,2
<b>Bouillie bordelaise sans excès de chaux :</b>					
3. Additionnée de liqueur antiseptique Ducassé.	0,05	»	»	»	0,15
4. Additionnée de bichlorure de mercure.....	»	»	»	»	0,1
<b>Bouillie de chaux et de sulfate de fer :</b>					
5. Additionnée de liqueur antiseptique Ducassé.	0,02	»	»	»	0,1
6. Additionnée de bichlorure de mercure.....	0,05	»	»	»	0,15
<b>Lait de chaux :</b>					
7. Additionnée de liqueur antiseptique Ducassé.	0,05	»	»	»	0,4
8. Additionnée de bichlorure de mercure.....	0,05	»	»	»	0,1
<b>Bouillie bordelaise avec excès de chaux :</b>					
9. Additionnée de liqueur antiseptique Ducassé.	Néant.	»	Traces	Traces.	»
10. id. id.	Traces douteuses	Traces douteuses	Néant.	Néant.	»
11. id. id.	id.	»	»	»	»
12. id. id.	id.	»	»	»	»
13. id. id.	id.	»	»	»	»
14. id. id.	id.	»	»	»	»

(1) Les essais de 1 à 6 ont été faits par la Société d'Agriculture de la Gironde; les essais 7 à 14 par divers propriétaires du département.

Comme on le voit, nous retrouvons, pour le mercure, les résultats obtenus par MM. Millardet et Gayon, et après eux, par un grand nombre d'expérimentateurs, pour le cuivre contenu dans les vins, piquettes et marcs provenant des vignes simplement traitées à la bouillie bordelaise ordinaire.

Les produits de la fermentation des raisins, soumis aux traitements mercuriels, ne renferment que des traces infinitésimales de mercure et peuvent être livrés sans danger à la consommation. Ce danger est d'autant moindre que le repos et les collages contribuent à diminuer encore la quantité de mercure existant dans le vin.

### **Sur un nouveau siliciure cristallisé :**

Par M. E. VIGOUROUX.

Depuis que j'ai l'honneur d'appartenir à l'Université de Bordeaux, il m'a été possible de reprendre certains travaux sur le silicium et sur les siliciures métalliques, suspendus depuis quelques années.

Mes premières recherches ont porté sur les moyens de produire des composés binaires définis de silicium et de tungstène. Voici quelques résultats : Ces deux éléments se combinent à température élevée, soit au four à réverbère, soit au four électrique ; le silicium réduit l'acide tungstique dans les mêmes conditions de température ; une partie se combine au métal ainsi mis en liberté, l'autre fournit une scorie siliceuse. C'est ce dernier mode de préparation qui a été généralement adopté ; on a, de préférence, étudié les produits du four électrique, leur cristallisation s'effectuant avec une plus grande netteté. Quelles que soient les proportions de silicium et d'acide tungstique mises en présence, on obtient toujours des culots d'aspect franchement métallique, sillonnés de nombreuses stries parallèles, indices d'une abondante cristallisation. En variant les proportions des deux substances réagis-

santes, on forme des alliages soit à excès de silicium, soit à excès de tungstène. Les premiers, renfermant vraisemblablement le composé le plus silicié, n'ont pu être analysés d'une façon complète; les seconds, contenant du métal libre, ont fini par abandonner leurs cristaux. Pour atteindre ce résultat, il a fallu soumettre les culots à un traitement spécial, tout agent chimique capable d'attaquer le métal libre, détruisant plus ou moins le composé. Après de nombreux tâtonnements, le dispositif suivant a été adopté : un vase contenant de l'acide chlorhydrique étendu, dans lequel plongent un charbon relié au pôle négatif d'une pile et un panier perforé en platine communiquant avec le pôle positif; dans ce dernier se trouve le culot de tungstène silicifère. Un faible courant est d'abord lancé à travers le liquide : il ne produit aucun effet; on augmente graduellement son intensité jusqu'à ce qu'une attaque se produise : c'est le métal libre qui se dissout le premier, le métal combiné ne possédant que des affinités atténuées. On voit donc pointer peu à peu des cristaux à la surface du culot; ils se dépouillent de plus en plus du métal libre qui les enveloppe, se détachent finalement et arrivent presque intacts au fond du récipient où ils se trouvent à l'abri de l'action électrique. On les recueille, on les passe à l'eau régale afin de les débarrasser des dernières traces de tungstène libre; puis, on les projette dans l'iodure de méthylène pour leur enlever, par densité, les quelques cristaux de carborondum qui les souillent. On isole ainsi, à l'état de pureté, des cristaux répondant à la formule  $\text{Si}^3\text{Tu}^2$ .

Ce siliciure de tungstène est un corps très dense, très dur, d'aspect franchement métallique; inaltérable, inattaquable par la plupart des réactifs liquides, sauf par l'eau régale fluorhydrique. Les carbonates alcalins en fusion le transforment en silicotungstate alcalin soluble.

L'analyse de ces cristaux est hérissée d'un certain nombre de difficultés. D'abord, la méthode générale de séparation de la silice d'avec les bases ne saurait lui être appliquée. Elle

consisterait à traiter par l'acide chlorhydrique une solution de silicotungstate alcalin jusqu'à réaction acide, et à évaporer à siccité, de façon à insolubiliser la silice. Si l'on reprend ensuite par un acide, on n'arrive jamais à redissoudre entièrement le métal; si l'on traite, au contraire, par l'ammoniaque, dans laquelle l'acide tungstique est si soluble, on entraîne toujours un peu de silice. D'autre part, il est nécessaire d'effectuer une séparation complète des deux corps, un écart de quelques pour cent entraînant une formule différente pour le composé binaire, les poids atomiques des deux éléments constitutants étant très éloignés l'un de l'autre. La plupart des moyens préconisés jusqu'ici et essayés successivement m'ont fourni un total dépassant rarement 95 pour cent. Après de multiples essais, je me suis arrêté à un procédé permettant une séparation totale. *A priori*, cette méthode doit être considérée comme générale, puisqu'elle s'applique exactement à des corps dont la séparation est des plus délicates; toutefois, je ne crois devoir l'exposer qu'après l'avoir vérifiée sur la plupart des oxydes. Ce travail sera entrepris sous peu.

Voici, dans tous les cas, les résultats qu'elle a fournis avec les cristaux ci-dessus :

	TROUVÉ.		CALCULÉ POUR $\text{Si}^3\text{Tu}^2$ .
	I	II	
Tungstène.....	81.30 0/0	81.85 0/0	81.81 0/0
Silicium.....	18.50 0/0	17.90 0/0	18.19 0/0
	<hr/> 99.80 0/0	<hr/> 99.75 0/0	<hr/> 100 » 0/0

On peut observer que ce corps s'écarte de la composition générale des siliciures, soit  $\text{SiM}^n$ , M représentant un métal monovalent. Mais si l'on remarque que le silicium est tétravalent et le tungstène hexavalent, on trouve qu'une telle formule n'a rien que de très légitime. Le four à réverbère fournit également un siliciure de tungstène, mais sa composition paraît différente. Les inconvénients inhérents à ce genre d'essais, difficulté de chauffage régulier, conditions bien



déterminées de température, milieu gazeux constamment réducteur, absence de silicium libre dans les culots, nécessité de produire des cristaux suffisamment nets, etc., etc., prolongent démesurément une semblable étude. J'ajouterai toutefois qu'un travail de ce genre mérite d'aboutir, la connaissance des siliciures de tungstène présentant une certaine importance au point de vue de l'industrie sidérurgique et la fabrication des aciers au tungstène, alliages si estimés, devenant l'objet des préoccupations constantes des métallurgistes.

### Sur la ligne de rosée, la ligne d'ébullition et quelques isothermes d'un mélange de deux gaz ;

Par M. CAUBET.

Dans la séance du 21 juillet 1898, j'ai donné les résultats relatifs au point critique et à la condensation rétrograde pour un mélange de chlorure de méthyle et de gaz carbonique effectué dans les proportions suivantes, en volumes :

Chlorure de méthyle.....	0,503
Gaz carbonique.....	0,497

Voici les résultats relatifs à la ligne de rosée, à la ligne d'ébullition, et à quelques isothermes du même mélange.

#### LIGNE DE ROSÉE ET LIGNE D'ÉBULLITION.

TEMPÉRATURES Degrés centigrades.	PRESSIONS EN ATMOSPHÈRES	
	Point de rosée.	Point d'ébullition.
45° .....	22,3	68,8
57° .....	29	75,7
68° .....	37	79,5
76° .....	44,2	83
84° .....	55	84,6
92°,5 température critique.	68,5	85,4 pression critique.
94° condensation rétrograde.	74	1° point de rosée.
94° id.	84,4	
95° point limite tangente verticale.	80	

## ISOTHERMES.

Dans la construction des isothermes, les volumes se rapportent à l'unité de masse (gramme) du mélange; leur valeur numérique est évaluée en prenant pour unité le tiers du centimètre cube. Les températures sont toujours évaluées en degrés centigrades, et les pressions en atmosphères.

1<sup>o</sup> Isotherme à la température de 45°.

VOLUMES		PRESSIONS
89,5	.....	21
85,99	.....	21,4
81,63	.....	21,9
78,35	.....	22,3 point de rosée.
67,98	.....	23,9
59,24	.....	25,5
47,77	.....	28,3
32,76	.....	33,5
22,39	.....	39,6
12,83	.....	49,3
5,46	.....	68,8 point d'ébullition.

2<sup>o</sup> Isotherme à la température de 68°.

VOLUMES		PRESSIONS
95,83	.....	21,3
82,17	.....	24,2
68,93	.....	27,7
56,56	.....	32,2
45,04	.....	37 point de rosée.
37,67	.....	39,5
26	.....	46
15,69	.....	58,5
11,46	.....	66,2
5,73	.....	79,5 point d'ébullition.

3<sup>o</sup> Isotherme à la température de 76°.

VOLUMES		PRESSIONS
93,50	.....	22,2
82,58	.....	24,25

VOLUMES		PRESSIONS
68,25	.....	28,1
54,05	.....	34,2
40,67	.....	41,7
37,12	.....	44,2 point de rosée.
26,61	.....	51,5
16,38	.....	63,7
9,82	.....	77
8,19	.....	83 point d'ébullition.

4° Isotherme à la température de 84°.

VOLUMES		PRESSIONS
101,01	.....	21,7
88,72	.....	24,1
78,48	.....	26,8
66,06	.....	30,6
46,95	.....	39,8
34,67	.....	49
27,84	.....	55 point de rosée.
22,52	.....	60,4
15,28	.....	71
10,92	.....	81,6
9,28	.....	84,6 point d'ébullition.

Si l'on construit ainsi sur le plan des PV les diverses isothermes et la courbe de saturation, on constate qu'*au premier point* où une isotherme rencontre cette courbe de saturation, c'est-à-dire au point de rosée, il se produit une réfraction. Le coefficient angulaire de la tangente à l'isotherme change brusquement de valeur en devenant plus petit.

Une réfraction analogue doit se produire au second point où l'isotherme rencontre la courbe de saturation, c'est-à-dire au point d'ébullition. Le coefficient angulaire de la tangente à l'isotherme doit changer encore brusquement de valeur, mais en devenant plus grand, à cause de la faible compressibilité des liquides.

La réfraction très nettement observable qui se produit au

point de rosée diminue à mesure que l'isotherme considérée est plus voisine de l'isotherme critique. Pour cette dernière, la réfraction est à peine observable au point de rosée. Il en est de même pour les isothermes construites à des températures correspondant à la condensation rétrograde, ces isothermes étant, d'après les résultats précédemment énoncés, forcément très voisines de l'isotherme critique.

Enfin, pour l'isotherme qui correspond au point limite à tangente verticale de la ligne de rosée, isotherme qui, pour le mélange actuel, est celle de 95°; il est impossible de constater la moindre discontinuité. Cette isotherme est tangente à la courbe de saturation.

Il est intéressant d'étudier pour chaque isotherme la loi qui lie la variation du volume du liquide à la variation de la pression : les résultats de cette étude feront l'objet d'une prochaine communication.

## Sur la démonstration de la règle des phases;

Par M. PAUL SAUREL.

Si l'on désigne l'énergie, l'entropie, le volume, la température, la pression et les masses des composantes d'une phase par  $\epsilon$ ,  $y$ ,  $v$ ,  $t$ ,  $p$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ , ...,  $m_n$ , et si on admet que  $\epsilon$  est une fonction des variables indépendantes  $y$ ,  $v$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ , ...,  $m_n$ , on peut prouver, comme le fait Gibbs (1), que

$$d\epsilon = t dy - p dv + \mu_1 dm_1 + \mu_2 dm_2 + \dots + \mu_n dm_n,$$

et que

$$\epsilon = ty - pv + \mu_1 m_1 + \mu_2 m_2 + \dots + \mu_n m_n.$$

De la première équation, il résulte que  $t$ ,  $-p$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , ...,  $\mu_n$  sont les dérivées partielles du premier ordre de  $\epsilon$ ; et le raisonnement qui sert à établir la seconde équation, montre

(1) Gibbs, *On the equilibrium of heterogeneous substances*, p. 143.

que  $\varepsilon$  est une fonction homogène du premier ordre. De plus, la comparaison des deux équations conduit à cette troisième :

$$0 = y dt - v dp + m_1 d\mu_1 + m_2 d\mu_2 + \dots + m_n d\mu_n,$$

et de cette équation, Gibbs conclut qu'il existe une relation intégrale entre  $p$ ,  $t$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , ...,  $\mu_n$ . Cette conclusion n'est pas légitime, mais elle est pourtant exacte, ainsi que le montre le raisonnement suivant :  $\varepsilon$  étant une fonction homogène du premier ordre, ses dérivées  $t$ ,  $-p$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , ...,  $\mu_n$  sont des fonctions homogènes de l'ordre zéro ; c'est-à-dire qu'elles ne dépendent que des rapports  $\frac{y}{v}$ ,  $\frac{m_1}{v}$ ,  $\frac{m_2}{v}$ , ...,  $\frac{m_n}{v}$ . Si donc on élimine ces rapports entre les équations qui définissent  $t$ ,  $-p$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , ...,  $\mu_n$ , on trouvera effectivement une relation intégrale entre  $p$ ,  $t$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , ...,  $\mu_n$ . C'est l'existence de cette relation qui permet à Gibbs d'établir la règle des phases.

*Séance du 22 décembre 1898.*

PRÉSIDENCE DE M. STROHL.

## **Sur la préparation de l'amidon soluble ;**

Par M. A. LASSERRE.

Franke <sup>(1)</sup>, dans une étude sur le dosage de l'amidon, a observé qu'une petite quantité d'acide lactique en favorisait la dissolution. J'ai appliqué cette remarque à la préparation de l'amidon soluble de la manière suivante :

Dans un ballon d'environ cinq litres, on met 50 grammes d'amidon, 15 centimètres cubes d'acide lactique, quelques grains de pierre ponce et 3 litres à 3 litres 1/2 d'eau. Après avoir agité le ballon pour bien mélanger le contenu, on le chauffe modérément d'abord, puis un peu plus quand la

(1) *Dingler's Polytech.*, 1883, p. 380.

mousse qui s'est formée au début n'est plus à craindre. On ajoute de temps en temps de l'eau pour remplacer celle perdue par l'ébullition, laquelle est maintenue cinq ou six heures. On filtre après refroidissement.

Le liquide filtré, qui doit être coloré en bleu par l'iode et ne pas réduire la liqueur de Fehling, si l'opération n'a pas été poussée trop loin, est additionné de cinq à six fois son volume d'alcool à 80°. Il se forme un précipité blanc, gélatineux, qui est de l'amidon soluble, dont on favorise la formation en agitant le liquide par un courant d'air.

Après décantation du liquide surnageant, le précipité est mis à digérer quelques heures dans de l'alcool à 90°, et fréquemment malaxé pour détruire les grumeaux qui tendent à se former.

L'amidon, séparé de l'alcool, est ensuite placé dans une essoreuse, d'où, après plusieurs lavages à l'alcool à 95°, il est retiré en partie desséché. La dessiccation est achevée dans une cage à acide sulfurique de Dupré.

Après pulvérisation et tamisage, l'amidon obtenu est une poudre blanche, très légère, dont la dissolution dans l'eau est colorée en bleu par l'iode, et ne réduit pas la liqueur de Fehling. Comme l'amidon ordinaire, il est saccharifié par les acides et la diastase du malt.

*Séance du 12 janvier 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. BAYSSELLANCE.

---

### **Action du potassammonium et du sodammonium en excès sur le sélénium;**

Par M. C. HUGOT.

Dans une note précédente (Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, séance du 24 novembre 1898), j'ai

indiqué que l'action du sodammonium en excès sur le soufre donnait naissance au sulfure de sodium  $\text{Na}^{\circ}\text{S}$ .

J'ai étudié de même l'action des ammoniums alcalins en excès sur le sélénium. J'ai obtenu ainsi les séléniures anhydres  $\text{K}^{\circ}\text{Se}$  et  $\text{Na}^{\circ}\text{Se}$ . Les détails d'expériences, les précautions nécessaires, l'appareil employé dans ces recherches ont déjà été décrits dans les communications précédentes. Il est donc inutile d'y revenir.

Le sélénium employé a été purifié avec beaucoup de soin. Après avoir essayé plusieurs méthodes, je me suis arrêté à celle qui est indiquée par M. Pélabon<sup>(1)</sup>, dans la thèse qu'il a soutenue le 17 février 1898 devant la Faculté des sciences de Bordeaux. Le sélénium du commerce est transformé en acide sélénieux par l'acide nitrique pur et chaud. Cette solution acide est évaporée plusieurs fois à sec. Le résidu est placé dans une capsule de porcelaine et sublimé dans un creuset de terre percé d'un trou et renversé au-dessus de la capsule. En chauffant, on obtient au fond du creuset des aiguilles d'acide sélénieux. Ce dernier est dissous dans l'eau, débarrassé de l'acide sulfurique par l'eau de baryte et filtré. La solution filtrée est traitée à chaud par un courant d'anhydride sulfureux. Le sélénium se précipite sous forme d'une poudre rouge, que l'on lave plusieurs fois à l'eau distillée. Le sélénium est ensuite séché à  $100^{\circ}$  et fondu à l'abri de l'air.

Les séléniures alcalins ainsi obtenus sont blancs; ils se présentent sous la forme d'une poudre amorphe insoluble dans l'ammoniac liquide. Cette insolubilité permet de les séparer de l'ammonium en excès par des lavages, si, les corps mis en présence, on peut terminer la préparation et le lavage avant que l'ammonium alcalin ait commencé à se décomposer en hydrogène et amidure. Cela a lieu surtout dans le cas du sodammonium.

Les séléniures sont solubles dans l'eau en donnant une

(1) M. Pélabon, *Sur la dissociation de l'acide sélénydrique*, p. 33.

liqueur légèrement rose, si on opère dans une atmosphère privée d'air. Cette dissolution rougit assez rapidement à l'air; elle se recouvre d'une croûte de sélénium qui tombe peu à peu au fond du vase. Évaporée lentement, elle donne naissance à des cristaux d'hydrates.

Les acides décomposent ces corps en provoquant un dégagement d'acide sélénydrique.

Les séléniures précédents sont insolubles dans l'ammoniac liquide, comme il a été dit plus haut; de plus, ils ne se combinent pas avec l'ammoniac. Après l'opération, on ne constate pas d'augmentation de poids de l'appareil.

L'analyse de ces corps se fait de la façon suivante. Le métal alcalin en excès se trouve tout entier dans la branche où les lavages à l'ammoniac liquide l'ont entraîné. L'action ménagée de l'eau distillée sur ce métal donne naissance à un dégagement d'hydrogène dont la mesure du volume fournit le poids du métal en excès. On aura une vérification de ce nombre par une pesée de la branche contenant le métal alcalin, avant et après l'action de l'eau. Enfin, le potassium et le sodium peuvent être dosés dans la liqueur à l'état de sulfates.

Le séléniure, après avoir été pesé, peut être traité par un acide étendu, qui donne lieu à un dégagement de  $H^Se$ . On évapore lentement, on filtre la liqueur pour séparer le sélénium qui s'est déposé pendant cette opération. Le métal alcalin est dosé à l'état de sulfate et le poids du sélénium est connu par différence.

Enfin, on peut encore chauffer le séléniure alcalin dans un tube scellé avec un excès d'acide nitrique pur. A l'ouverture du tube refroidi, on neutralise par l'ammoniaque, et le sélénium est précipité par un courant d'anhydride sulfureux. Ce précipité est ensuite lavé, séché à  $100^{\circ}$  et pesé.

Cette méthode de préparation fournit des séléniures plus purs que ceux qu'on a obtenus jusqu'ici.

Berzélius a cherché à préparer le séléniure de potassium en



réduisant au rouge le sélénite ou le séléniate de potassium par un courant d'hydrogène ou par le charbon en poudre.

En chauffant du sélénium avec du potassium, il a eu un grand dégagement de chaleur : une partie du sélénium s'est sublimée. En présence d'un excès de potassium, il y avait explosion. Le corps obtenu par Berzélius était cristallin, d'un gris d'acier ; il contenait toujours un excès de sélénium.

Rathke<sup>(1)</sup>, ainsi que Wöhler et Dean<sup>(2)</sup>, traitèrent le séléniate de potassium par le charbon et arrivèrent à un polyséléniure.

Fabre<sup>(3)</sup>, qui avait préparé un hydrate de séléniure de potassium par un courant d'acide sélénhydrique dans une solution concentrée de potasse, n'a pu obtenir le corps anhydre pur en chauffant l'hydrate précédent dans un tube parcouru par un gaz inerte.

Dans l'action directe du sodium et du sélénium, Berzélius a eu le même insuccès.

En traitant le séléniate de sodium par le charbon, Jackson<sup>(4)</sup> obtient non pas le monoséléniure, mais le biséléniure de sodium.

### Sur une expérience de Weyl ;

Par M. C. HUGOT.

En parcourant les travaux de Weyl sur les ammoniums alcalins, mon attention fut attirée par l'expérience suivante. Dans un de ses mémoires<sup>(5)</sup>, le chimiste décrit une expérience qu'il fit dans le but d'obtenir les sulfures de sodammonium et de potassammonium. Dans une branche d'un appareil où il peut faire condenser de l'ammoniac provenant

(1) Rathke, A., 152, p. 181.

(2) Dean, J., 1855, p. 596.

(3) Fabre, C. R., 102, p. 613.

(4) Jakson, *Deutsche ges. Ber.*, 7, p. 1277.

(5) Weyl, *Poggend. Annalen*, t. CXXIII, p. 363.

de chlorure d'argent ammoniacal chauffé, il introduit du sodium et du soufre en quantités équivalentes. Il met ainsi en présence 0 gr. 318 de sodium et 0 gr. 221 de soufre, et il fait condenser l'ammoniac sur ces deux corps. La liqueur, d'abord mordorée, devient au bout de peu de temps jaune orangé. Après l'évaporation de l'ammoniac, il reste une masse jaune. Weyl trouve que l'augmentation est exactement de 0 gr. 118.

D'après ce chimiste, l'ammoniac combiné est avec le sodium dans le rapport de 1 à 2. Il prétend que deux autres expériences lui ont donné les mêmes résultats. Il conclut de là que le sulfure de sodium formé se dissout en partie dans l'ammoniac liquide et qu'il se colore en jaune en se combinant avec l'ammoniac. Il croit même à l'existence d'un sulfure de tétrasodammonium ( $\text{AzNa}^4\text{S}$ ).

J'ai repris cette expérience en me rapprochant autant que possible des proportions de soufre et de sodium que Weyl a mis en présence. Dans aucun cas je n'ai obtenu l'augmentation de poids indiquée par ce chimiste. Lorsque le sodammonium n'est pas en excès, j'ai observé la coloration jaune orangé de la liqueur, qui laisse, après évaporation complète de l'ammoniac liquide, une masse blanche mélangée à un corps jaune.

J'ai pensé que la cause de l'erreur que je viens de signaler provenait de l'action du soufre sur l'ammoniac liquide. J'ai commencé cette étude. Les principaux résultats ont été présentés à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux (séance du 24 novembre 1898). Bien qu'ils soient incomplets, ils permettent de se rendre compte de ce qui se passe lorsqu'on met en présence du sodammonium et du soufre.

Lorsque le soufre est en excès, il se forme outre le sulfure de sodium  $\text{Na}^2\text{S}$ , du sulfammonium qui communique à la liqueur une coloration rouge, et qui, après l'évaporation de l'ammoniac, laisse déposer le soufre jaune.

Si, au contraire, on opère en présence d'un excès de sodammonium, on obtient, après le lavage à l'ammoniac liquide, un corps, qui est le sulfure de sodium anhydre  $\text{Na}^*\text{S}$ .

Cela est surtout très net lorsqu'on opère de la façon suivante :

On introduit le soufre dans une des branches de l'appareil ATB, et le sodium en excès dans l'autre. On fait condenser l'ammoniac dans l'appareil. Le soufre se dissout en donnant une liqueur rouge. On fait passer lentement et par petites portions le sulfammonium dans la branche où se trouve le sodammonium. La réaction a lieu ainsi toujours en présence d'un excès de sodammonium.

Lorsque tout le soufre est entré en combinaison, on lave le produit obtenu à l'ammoniac liquide. Après les lavages, on se trouve en présence du sulfure de sodium anhydre  $\text{Na}^*\text{S}$  blanc et insoluble dans le gaz ammoniac liquéfié.

Il faut donc considérer comme une erreur la conclusion que Weyl a tirée de ses expériences. Le sulfure de sodium anhydre  $\text{Na}^*\text{S}$  n'absorbe pas le gaz ammoniac.

Ce fait est également vrai pour les sélénures alcalins signalés dans la note précédente.

*Séance du 26 janvier 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. BAYSELLANCE.

### **Fermentation des Saccharides;**

Par M. E. DUBOURG.

D'après Fischer, chaque saccharide aurait sa diastase spéciale. Comme confirmation de cette hypothèse, ce savant et plusieurs de ses élèves ont rencontré des levures dont les unes hydrolysaient le maltose, et non le saccharose ou le tréhalose.

Or, il résulte de mes expériences que toutes les levures sécrètent toutes les diastases de tous les saccharides.

Il suffit, pour cela, de cultiver les ferments dans des milieux nutritifs, riches en matières azotées, avec un mélange de glucose et du saccharide considéré. Dans ces conditions, on voit qu'il y a fermentation non seulement du glucose, mais aussi du second sucre.

On peut encore faire développer de la même manière les levures à mettre en expérience, et décanter ensuite le liquide fermenté. On verse ensuite la solution du saccharide sur la masse de levure et on vérifie s'il y a fermentation.

J'ai expérimenté avec de nombreuses espèces de levures, plus ou moins actives; j'ai toujours obtenu de l'alcool avec le maltose, le saccharose, le raffinose et le tréhalose, seul le lactose a toujours résisté.

Avec le *Mucor alternans*, au contraire, on n'observe une fermentation qu'avec le maltose et le tréhalose.

Chez les levures, le phénomène d'hydrolyse paraît général; il n'en est pas de même avec les mucorinées.

### **Recherches sur les « Coupes ciliées » du *Phymosoma granulatum*;**

Par MM. KUNSTLER et GRUVEL.

Les « Coupes ciliées » du Phymosome, dans leur prime jeunesse, sont essentiellement constituées par une vésicule claire, munie d'un disque locomoteur cilié. Chez les individus très jeunes, cette vésicule présente une mince paroi qui contient en l'un de ses points un noyau lenticulaire, entouré d'un amas variable de protoplasma. Le disque cilié est situé à la partie postérieure de la vésicule, c'est-à-dire qu'il est toujours en arrière pendant la locomotion. Il est garni d'un abondant revêtement de flagellums, d'une longueur notable. Au centre de ce disque et plus ou moins invaginées dans l'intérieur de la vésicule claire, se trouvent une ou plusieurs cellules d'aspect embryonnaire.

L'aspect unicellulaire de la vésicule claire est l'exception infime. Presque toujours et dès les premiers stades de l'évolution, elle se montre constituée par un nombre variable d'éléments qui se ressemblent entre eux. L'aspect général de la vésicule varie beaucoup. Les noyaux ne restent pas logés dans l'épaisseur de la membrane hyaline. Il se constitue autour d'eux des éléments cellulaires nets et fort bien délimités, de telle sorte qu'il se produit un ensemble d'aspect moruliforme. En coupe optique, ces formations se montrent constituées par un assemblage de cellules disposées en une couche unique, d'une manière analogue à ce qui s'observe au stade *Blastula*.

D'autre part, les éléments sombres et granuleux situés au centre du disque cilié se multiplient rapidement et ne tardent pas à s'invaginer d'une façon progressive, de manière à constituer une dépression plus ou moins digitiforme.

L'ensemble ainsi constitué rappelle d'une manière remarquable le stade *Depœa* de l'embryogénie normale. On y voit, en effet, une couche cellulaire simple constituant la paroi d'une grande vésicule hyaline remplie de liquide et rappelant la cavité de segmentation, dans laquelle se trouve invaginée une sorte de formation endodermique, à cavité largement ouverte et constituée aussi d'une assise cellulaire unique. En ajoutant qu'il existe, outre ces parties fondamentales, un disque cilié postérieur, on aura une description suffisamment complète des « Coupes ciliées ».

Nous avons affaire ici à un organisme présentant, pendant la période de sa vie que l'on peut qualifier d'adulte, la structure d'une sorte de *gastrula* permanente à blastopore largement ouvert et dirigé vers l'arrière. Or, la portion invaginée qui paraît correspondre à l'archentéron, ne semble pas avoir pour rôle principal la digestion des éléments nutritifs, quoique les filaments locomoteurs rabattent constamment sur lui les corps flottants dans le liquide sanguin. Ceux-ci paraissent plutôt être absorbés par imbibition. Le rôle de cette dépression

postérieure est plutôt celui d'une chambre incubatrice et son épithélium sombre semble constituer un véritable épithélium germinatif, en voie de constante reproduction. En effet, pendant toute la vie des « Coupes ciliées », cet épithélium semble produire, par une sorte de bourgeonnement assez abondant, des corpuscules reproducteurs, et la fonction essentielle de la cavité archentérique n'est donc pas digestive. Ces faits corroborent, du reste, nettement, tout ce que nous apprend l'embryogénie comparée, d'où l'on a déjà pu affirmer que les premières *gastrula* méritaient sans doute le nom de *génito-gastrula*, le rôle primitif de l'endoderme étant un rôle essentiellement reproducteur. Par une division du travail progressive, une partie des cellules endodermiques se sont adaptées à des fonctions digestives, alors que la reproduction est restée l'apanage d'un autre groupe de cellules. Nous assistons ainsi à l'origine des *gonades*, qui ont dû montrer et montrent encore une tendance à se séparer de l'invagination adaptée à la digestion, et c'est là, sans doute, l'origine du mésoderme. En effet, ne voit-on pas dans le développement de l'*Amphioxus* les deux cellules polaires de la lèvre inférieure se multiplier rapidement et constituer les saccules cœlomiques primitifs dans lesquels se développeront les organes reproducteurs, déjà assez compliqués ici pour être répétés métamériquement. Du reste, il paraît établi que ces deux cellules initiales peuvent bien être homologuées aux gonades et qu'elles constituent de véritables *initiales sexuelles*.

Les recherches que nous avons entreprises sur ces intéressantes formes, n'ont pas été sans présenter de grandes difficultés matérielles. Malgré les efforts et les demandes multiples faits dans un certain nombre de directions, il nous a été longtemps impossible de nous procurer des *Phymosomes*. Nous avons frappé à beaucoup de portes, nous en avons réclamé à beaucoup de laboratoires maritimes, mais sans résultat.

Nous devons à la bonne obligeance de notre collègue,

M. le professeur Raphaël Dubois et à son amitié d'avoir réussi enfin à nous procurer le matériel scientifique nécessaire.

Pour cela, l'un de nous a dû se rendre sur le littoral méditerranéen, et, pendant un séjour qui a duré près d'un mois, y faire les recherches nécessaires. De cette manière, le gîte de nos êtres est découvert, et grâce à la bienveillance de M. le professeur Dubois, le laboratoire de Tamaris a été mis à notre disposition pour les envois qui nous sont nécessaires. Que notre collègue veuille bien agréer ici tous nos remerciements.

Nous devons ajouter que le laboratoire de Cette a mis fort gracieusement aussi à notre disposition les ressources dont il dispose et que nous y avons trouvé également des exemplaires de la forme recherchée. Nous en remercions l'éminent directeur de ce laboratoire, M. le professeur Sabatier.

## Sur la dissociation de l'acide sulfhydrique;

Par M. H. PÉLABON.

Je lis dans le dernier numéro du *Bulletin de la Société Chimique* un extrait d'un article de M. Konovalow, extrait fait par M. Wyruboff et intitulé : *Sur les combinaisons du soufre et de l'hydrogène*.

Voici cet extrait :

« M. Pélabon avait annoncé qu'entre 215° et 350° la combinaison de l'hydrogène et du soufre était limitée *par une réaction inverse, l'hydrogène sulfuré se décomposant dans ces limites de température*. Ces résultats présentaient un grand intérêt, car ils venaient confirmer les vues théoriques de M. Duhem sur la viscosité et le frottement. Les nombreuses expériences de l'auteur tendent à démontrer que l'affirmation de M. Pélabon est inexacte. A 310° la combinaison de H et S est totale; à cette température, en effet, *H<sup>2</sup>S ne présente aucune trace de décomposition*. »

Au début de cet article, M. Konovalow me fait dire deux choses que je me suis bien gardé d'affirmer; au contraire, j'ai dit <sup>(1)</sup> que jusqu'à 350° la formation de l'hydrogène était limitée non pas par l'action inverse, qui est impossible à ces températures, mais par les faux équilibres. La dernière phrase mise en italiques est d'accord avec ce que j'ai dit, puisque, d'après mes expériences, la décomposition de H<sup>2</sup>S ne commence qu'à 400° et même au delà.

### Sur un théorème d'électrostatique;

Par M. P. DUHEM.

Maxwell <sup>(2)</sup> a énoncé le théorème suivant :

*Si l'on déplace un système de conducteurs électrisés et si, pendant ce déplacement, on maintient invariable le niveau potentiel de chacun de ces conducteurs, les forces qui s'exercent entre ces conducteurs selon la loi de Coulomb effectuent un travail égal à L'ACCROISSEMENT que subit le potentiel électrostatique du système.*

De ce théorème important, Maxwell a donné une démonstration synthétique qui peut sembler un peu subtile. La démonstration analytique suivante est plus longue, mais n'offre aucune difficulté; elle est, en même temps, très générale.

Prenons un système de solides électrisés superficiellement.

Soient :  $dS$ , un élément de la surface d'un conducteur;  
 $(x, y, z)$ , un point de l'élément  $dS$ ;  
 $\sigma$ , la densité superficielle en un point de l'élément  $dS$ ;  
 $V$ , le niveau potentiel au point  $(x, y, z)$ ;  
 $\epsilon$ , la constante des lois de Coulomb.

<sup>(1)</sup> H. Pélabon, *Sur l'absorption de l'hydrogène sulfuré par le soufre liquide et la combinaison directe du soufre et de l'hydrogène* (Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 5<sup>e</sup> série, t. III).

<sup>(2)</sup> Maxwell, *Traité d'électricité et de magnétisme*, t. I, pp. 123-124.



Le potentiel électrostatique du système a pour valeur

$$W = \frac{\epsilon}{2} \int V \sigma dS,$$

l'intégration s'étendant à toutes les surfaces électrisées.

En une modification quelconque, on a

$$(1) \quad \delta W = \frac{\epsilon}{2} \int \sigma \delta V dS + \frac{\epsilon}{2} \int V \delta \sigma dS.$$

Si  $r$  désigne la distance d'un point  $(x', y', z')$  de l'élément  $dS'$  à un point  $(x, y, z)$  de l'élément  $dS$ , on a

$$V = \int \frac{\sigma'}{r} dS',$$

et, par conséquent,

$$\begin{aligned} \delta V = & \int \frac{\delta \sigma'}{r} dS' + \int \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} \delta y + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \delta z \right) \sigma' dS' \\ & + \int \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} \delta x' + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} \delta y' + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} \delta z' \right) \sigma' dS'. \end{aligned}$$

De cette égalité, on déduit

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} \int \sigma \delta V dS = & \iint \frac{\sigma \delta \sigma'}{r} dS dS' + \iint \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} \delta y + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \delta z \right) \sigma \sigma' dS dS', \\ & + \iint \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} \delta x' + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} \delta y' + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} \delta z' \right) \sigma \sigma' dS dS'. \end{aligned} \right.$$

Mais on a visiblement

$$\begin{aligned} \iint \frac{\sigma \delta \sigma'}{r} dS dS' &= \iint \frac{\sigma' \delta \sigma}{r} dS' dS = \int \delta \sigma \left( \int \frac{\sigma'}{r} dS' \right) dS = \int V \delta \sigma dS, \\ \iint \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} \delta y + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \delta z \right) \sigma \sigma' dS dS' \\ &= \iint \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x'} \delta x' + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y'} \delta y' + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z'} \delta z' \right) \sigma \sigma' dS dS'. \end{aligned}$$

L'égalité (2) devient donc

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \int V \delta \sigma dS &= \int \sigma \delta V dS - 2 \int \left[ \delta x \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \sigma' dS' \right. \\ &\quad + \delta y \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} \sigma' dS' \\ &\quad \left. + \delta z \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \sigma' dS' \right] \sigma dS. \end{aligned} \right.$$

D'autre part, si nous désignons par X, Y, Z, les composantes du champ électrostatique engendré par tout le système au point  $x, y, z$ , nous avons

$$X = -\epsilon \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} \sigma' dS',$$

$$Y = -\epsilon \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} \sigma' dS',$$

$$Z = -\epsilon \int \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \sigma' dS'.$$

L'identité (3) devient donc

$$(4) \quad \epsilon \int V \delta \sigma dS - \epsilon \int \sigma \delta V dS = 2 \int (X \delta x + Y \delta y + Z \delta z) \sigma dS.$$

Les identités (1) et (4) donnent l'identité

$$(5) \quad \delta W = \epsilon \int \sigma \delta V dS + \int (X \delta x + Y \delta y + Z \delta z) \sigma dS.$$

Cette identité ne suppose pas que les solides électrisés soient un équilibre; pour la démontrer, nous avons supposé qu'ils portaient seulement une électrisation superficielle; mais cette restriction est inutile; on pourrait supposer qu'en chaque élément de volume  $d\omega$  existe une densité électrique solide  $\rho$ ;

le potentiel électrostatique du système serait alors donné par l'expression

$$W = \frac{\epsilon}{2} \int \sigma V dS + \frac{\epsilon}{2} \int \rho V d\omega,$$

et l'identité (5) deviendrait

$$(5^{bis}) \quad \left\{ \begin{aligned} \partial W &= \epsilon \int \sigma \partial V dS + \epsilon \int \rho \partial V d\omega \\ &+ \int (X \partial x + Y \partial y + Z \partial z) \sigma dS, \\ &+ \int (X \partial x + Y \partial y + Z \partial z) \rho d\omega. \end{aligned} \right.$$

Si l'on suppose que, durant le déplacement, le niveau potentiel de chaque élément matériel, solide ou superficiel, électrisé demeure invariable, on a

$$\partial V = 0$$

et l'on retrouve le théorème de Maxwell.

Les identités (1) et (4) donnent également

$$(6) \quad \partial W = \epsilon \int V \partial \sigma dS - \int (X \partial x + Y \partial y + Z \partial z) \sigma dS.$$

D'une manière analogue, si le système porte des charges électriques solides, on trouve

$$(6^{bis}) \quad \left\{ \begin{aligned} \partial W &= \epsilon \int V \partial \sigma dS + \epsilon \int V \partial \rho d\omega \\ &- \int (X \partial x + Y \partial y + Z \partial z) \sigma dS \\ &- \int (X \partial x + Y \partial y + Z \partial z) \rho d\omega. \end{aligned} \right.$$

Si les corps qui composent le système se meuvent en gardant une distribution électrique invariable, on a

$$\partial \sigma = 0, \quad \partial \rho = 0,$$

et l'identité précédente fournit ce théorème bien connu :

*Quand un système de solides électrisés se meut sans que la distribution électrique varie sur aucun d'entre eux, le*

*travail des forces données par les lois de Coulomb est égal à la DIMINUTION du potentiel électrostatique du système.*

Ce théorème est encore vrai dans un autre cas.

Supposons le système formé d'un certain nombre de *conducteurs homogènes* et supposons que la distribution électrique sur le système soit, à chaque instant, une distribution d'équilibre. L'électrisation est purement superficielle, en sorte que l'on peut faire usage de l'égalité (6). Soient 1, 2, ...,  $n$  les conducteurs qui forment le système. A un instant donné,  $V$  a, en tous les points du conducteur  $i$ , une même valeur  $V_i$ , qui peut d'ailleurs varier d'un instant à l'autre. On a donc

$$\int V \partial \sigma dS = V_1 \int_1 \partial \sigma_1 dS_1 + V_2 \int_2 \partial \sigma_2 dS_2 + \dots + V_n \int_n \partial \sigma_n dS_n.$$

D'autre part, si l'on désigne par  $Q_i$  la charge du conducteur  $i$ , on a

$$Q_i = \int_i \sigma_i dS_i, \quad \partial Q_i = \int_i \partial \sigma_i dS_i.$$

L'égalité (6) devient donc, dans le cas actuel,

$$(7) \left\{ \begin{array}{l} \partial W = \epsilon (V_1 \partial Q_1 + V_2 \partial Q_2 + \dots + V_n \partial Q_n) \\ \quad - \int (X \partial x + Y \partial y + Z \partial z) \sigma dS. \end{array} \right.$$

Cette égalité, très employée en électrostatique, conduit en particulier au théorème suivant :

*Si des conducteurs solides, homogènes, sur lesquels l'électricité affecte, à chaque instant, une distribution d'équilibre, se meuvent de telle sorte que la charge électrique totale de chacun d'eux soit invariable, le travail effectué par les forces que déterminent les lois de Coulomb est égal à la DIMINUTION du potentiel électrostatique du système.*

## Sur les lignes remarquables, soit des surfaces, soit des pseudo-surfaces;

Par M. l'abbé ISSALY.

I. De nos recherches antérieures (VI<sup>e</sup> *Mémoire d'optique*, n° 27), il résulte que, rapportées à des coordonnées obliques, les lignes de courbure et les lignes asymptotiques de toute *pseudo-surface* tangente, à l'origine M, au plan de XY, ont pour équations respectives

$$(1) \quad (p_1 ds + p'_1 ds') ds + (q_1 ds + q'_1 ds') ds' = 0,$$

$$(2) \quad (q ds + q' ds') ds - (p ds + p' ds') ds' = 0.$$

On sait, en outre, que, pour devenir applicables aux *surfaces*, il faut et il suffit que la condition  $p + q' = 0$  soit satisfaite.

Cela étant, comparons aux lignes précédentes celles-ci :

$$(1') \quad (p_1 ds + p'_1 ds') (\xi ds + \xi' ds') + (q_1 ds + q'_1 ds') (\eta ds + \eta' ds') = 0,$$

$$(2') \quad (q ds + q' ds') (\xi ds + \xi' ds') - (p ds + p' ds') (\eta ds + \eta' ds') = 0,$$

dans lesquelles  $\xi, \xi', \eta, \eta'$  désignent les projections obliques, sur les arêtes du trièdre *birectangle* mobile MXYZ de la vitesse de la translation de l'origine, sommet de ce trièdre. Comme, par hypothèse, les directions définies par l'un ou l'autre système doivent être les mêmes, il est nécessaire que les coefficients de leurs équations, prises deux à deux, soient proportionnels. Or, si l'on égale à  $\lambda$  ou  $\mu$  les deux séries de rapports ainsi formées, on trouvera, avec des valeurs fort simples pour les quatre translations, les équations de condition suivantes :

$$K' (\lambda - \mu) (q'_1 \omega_z^2 - p_1 \omega_z'^2) = 0,$$

$$K' (\lambda - \mu) (p' \omega_z^2 + q \omega_z'^2) = 0,$$

où l'on a fait, pour abrégé :

$$K'' = pq' - qp' = p_1 q'_1 - q_1 p'_1,$$

$$\omega_z^2 = p^2 + q^2 + 2pq \cos \Phi = p_1^2 + q_1^2 - 2p_1 q_1 \cos \Phi.$$

.....

Il suit de là, qu'à deux cas particuliers près, faciles à discuter, la coïncidence de nos deux catégories de lignes exige qu'on ait généralement  $\lambda = \mu$ , et, par suite, eu égard aux expressions des translations, que les valeurs de ces dernières se réduisent à

$$(3) \quad \xi = \lambda, \quad \xi' = \eta = 0, \quad \eta' = \lambda.$$

Mais il y a plus : les équations aux foyers optiques ou anoptiques (VI, n° 5), des lignes (1) et (2), savoir :

$$\begin{aligned} K'\zeta^2 + (q_1 - p'_1)\zeta + 1 &= 0, \\ K'\zeta^2 - (p + q')\zeta + 1 &= 0, \end{aligned}$$

ne différant de celles qui correspondent aux lignes (1') et (2'), que par le changement de  $\zeta$  en  $\frac{\zeta}{\lambda}$ , les points qu'elles toutes déterminent ne peuvent se confondre que si l'on a  $\lambda = \mu = 1$ .

Concluons de ces faits que l'introduction dans la Science des secondes formes (1') et (2') n'a aucune raison d'être, puisqu'elle n'y constituerait, la chose est évidente, — qu'une pure superfétation.

II. Arrivons maintenant aux lignes géodésiques, et, pour plus de simplicité, bornons-nous aux surfaces.

Si l'on désigne par  $(x_0, y_0, z_0)$  les coordonnées de l'origine M, par rapport au trièdre fixe  $(T_0)$ , on pourra poser les identités connues

$$dx_0 = \frac{\partial x_0}{\partial u} du + \frac{\partial x_0}{\partial u'} du' = ads + a' ds' = Aa du + A'a' du';$$

desquelles on tire

$$\frac{\partial x_0}{\partial u} = Aa, \quad \frac{\partial x_0}{\partial u'} = A'a'.$$

Formant ensuite les dérivées secondes  $\frac{\partial^2 x_0}{\partial u \partial u'}$ ,  $\frac{\partial^2 x_0}{\partial u'^2}$  et égalant entre eux les résultats obtenus, il vient

$$(4) \quad A \frac{\partial a}{\partial u'} + a \frac{\partial A}{\partial u'} = A' \frac{\partial a'}{\partial u} + a' \frac{\partial A'}{\partial u}.$$

Mais on a, d'autre part (*Nouvelles Annales*, 1890, p. 204) :

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{1}{A} \frac{\partial a}{\partial u} = a'_1 r - a'_1 q \sin \Phi, \\ \frac{1}{A} \frac{\partial a'}{\partial u} = a'_1 p \sin \Phi - a_1 n, \\ \frac{1}{A} \frac{\partial a''}{\partial u} = a_1 q - a'_1 p, \end{cases}$$

conjointement avec  $n = r + \frac{1}{A} \frac{\partial \Phi}{\partial u}$ , et

$$(6) \quad \begin{cases} a \sin \Phi = a_1 + a'_1 \cos \Phi, \\ a' \sin \Phi = a'_1 + a_1 \cos \Phi, \\ a'' = a'_1. \end{cases}$$

Il s'ensuit que si, après substitution de ces valeurs dans (4), on annule les coefficients des cosinus,  $a_1$ ,  $a'_1$ ,  $a''_1$ , il viendra

$$(7) \quad \begin{cases} n = r + \frac{1}{A} \frac{\partial \Phi}{\partial u} = - \frac{1}{AA'} \sin \Phi \left( \frac{\partial A}{\partial u'} - \frac{\partial A'}{\partial u} \cos \Phi \right), \\ r' = n' - \frac{1}{A'} \frac{\partial \Phi}{\partial u'} = \frac{1}{AA'} \sin \Phi \left( \frac{\partial A'}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial u'} \cos \Phi \right), \\ p + q' = 0. \end{cases}$$

En portant ces valeurs de  $n$  et  $n'$  ou de  $r$  et  $r'$  dans les équations *équivalentes* (nous rappelons que  $\varphi + \varphi' = \Phi$ )

$$\begin{aligned} d\varphi + r ds + r' ds' &= 0, \\ d\varphi' - n ds - n' ds' &= 0, \end{aligned}$$

on obtiendra, pour les lignes géodésiques de toute surface, la forme *bien déterminée* qui, même en coordonnées obliques, leur revient manifestement, *de droit*.

Voyons, en second lieu, si, pour le calcul de ces divers paramètres,  $r$ ,  $r'$ ,  $n$ ,  $n'$ , la méthode *cinématique*, dite des translations, mérite réellement de supplanter la précédente, qui est essentiellement *analytique*.

A cet effet, désignons par  $\Xi_1$ ,  $H_1$ ,  $Z_1$ , les projections *orthogonales* de l'origine sur les axes du trièdre mobile supplémen-

taire  $MX_1Y_1Z_1$ . On passera d'abord graduellement du système

$$a_1 \frac{\partial x_0}{\partial u} + b_1 \frac{\partial y_0}{\partial u} + c_1 \frac{\partial z_0}{\partial u} = \Xi_1,$$

. . . . .

à son inverse

$$\frac{\partial x_0}{\partial x} \sin \Phi = a \Xi_1 + a' H_1 + a' Z_1 \sin \Phi,$$

. . . . .

puis, à cet autre que nous ramenons à *deux* dimensions, ainsi que la question le demande, savoir :

$$\frac{\partial x_0}{\partial u} = a \frac{\Xi_1}{\sin \Phi} + a' \frac{H_1}{\sin \Phi} = a \xi + a' \eta,$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial u} = b \frac{\Xi_1}{\sin \Phi} + b' \frac{H_1}{\sin \Phi} = b \xi + b' \eta.$$

Formant enfin, à nouveau, les dérivées  $\frac{\partial^2 x_0}{\partial u \partial u'}$ ,  $\frac{\partial^2 x_0}{\partial u' \partial u}$  et procédant comme dans le premier cas, on trouve

$$(7') \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi}{\partial u'} - \frac{\partial \xi'}{\partial u} + \left( \frac{\partial \eta}{\partial u'} - \frac{\partial \eta'}{\partial u} \cos \Phi \right) = (A' n' \eta - A n \eta') \sin \Phi, \\ \frac{\partial \eta}{\partial u'} - \frac{\partial \eta'}{\partial u} + \left( \frac{\partial \xi}{\partial u'} - \frac{\partial \xi'}{\partial u} \cos \Phi \right) = -(A' r' \xi - A r \xi') \sin \Phi, \\ A' q' \xi - A q \xi' - A' p' \eta + A p \eta' = 0. \end{array} \right.$$

Or, il arrive que si, dans ces dernières formules, on introduit les conditions

$$\xi = A, \quad \xi' = \eta = 0, \quad \eta' = A',$$

on retombe exactement sur les formules (7) dues à la première méthode ainsi que la valeur  $\frac{\partial x_0}{\partial u}$  (qui *redevient* égale à  $Aa$  par ces hypothèses) suffit, après tout, à le démontrer. Concluons-en donc qu'ici encore, pas n'est besoin de translations, si bien choisies soient-elles d'ailleurs, pour obtenir de la façon



la plus simple les paramètres constitutifs de l'équation des lignes géodésiques (1).

III. A titres de complément et d'applications, nous ferons observer d'abord qu'avec les coordonnées *rectangulaires*, les relations (5) peuvent s'écrire

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial a}{\partial u} = a' \cdot Ar - a'' \cdot Aq, \\ \frac{\partial a'}{\partial u} = a'' \cdot Ap - a \cdot Ar, \\ \frac{\partial a''}{\partial u} = a \cdot Aq - a' \cdot Ap, \end{array} \right.$$

tandis que, de leur côté, les équations (7) se réduisent à

$$(7') \quad Ar = -\frac{1}{A'} \frac{\partial A}{\partial u'}, \quad A' r' = \frac{1}{A} \frac{\partial A'}{\partial u}, \quad p + q' = 0.$$

Cela étant, différencions le système (8), et son analogue en  $u'$ , par rapport à celle des deux variables qui n'y figure pas. On en déduira sans peine

$$\frac{\partial (Ap)}{\partial u'} - \frac{\partial (A' p')}{\partial u} = AA' (qr' - rq'),$$

.....

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{\partial p}{\partial s'} - \frac{\partial p'}{\partial s} = rp + r' p' + (qr' - rq'),$$

.....

Que si, pour généraliser ces premiers résultats, nous passons aux systèmes triples de surfaces orthogonales, cas auquel les lignes coordonnées  $(s), (s'), (s'')$  deviennent des lignes de

(1) Mêmes choses à dire lorsque, de mouvements *non fonctionnels*, à trois variables  $s, s', s''$  ou  $t, t', t''$  impliquant des *pseudo-surfaces* et, par suite, des liaisons à équations différentielles totales non intégrables, on passe à des mouvements *fonctionnels* (algébriques ou transcendants) à trois variables aussi,  $u, u', u''$  ou  $t, t', t''$ , impliquant des *surfaces* et, conséquemment, des liaisons à équations finies. — Mais c'est là un sujet que nous nous réservons de traiter ultérieurement et sur lequel nous ne saurions insister ici davantage.

courbure, il faudra poser, en conséquence, les conditions caractéristiques

$$p = q' = r'' = 0,$$

et se souvenir que, d'après notre 1<sup>er</sup> *Mémoire d'optique* (n° 1), on a pour les six autres composantes :

$$(9) \quad \begin{cases} p' = \frac{1}{R_z'}, & q' = \frac{1}{R_x'}, & r = \frac{1}{R_y'}, \\ p'' = -\frac{1}{R_y''}, & q = -\frac{1}{R_z}, & r' = -\frac{1}{R_x}. \end{cases}$$

Avec de tels éléments, affranchis qu'ils sont des multiplicateurs  $A, A', A''$ , vrais *parasites* dans l'espèce (bien qu'on ne s'en doute généralement pas), il devient facile d'obtenir directement, et sans *compensations d'erreurs* d'aucune sorte, soit les neuf relations différentielles signalées par Lamé entre les courbures principales ci-dessus, soit, surtout, les deux « groupes » ternaires qu'on lui doit également, à savoir

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A}{\partial u' \partial u''} &= \frac{1}{A'} \frac{\partial A'}{\partial u''} \frac{\partial A}{\partial u'} + \frac{1}{A''} \frac{\partial A''}{\partial u'} \frac{\partial A}{\partial u''}, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial}{\partial u'} \left( \frac{1}{A'} \frac{\partial A''}{\partial u'} \right) &+ \frac{\partial}{\partial u''} \left( \frac{1}{A''} \frac{\partial A'}{\partial u''} \right) + \frac{1}{A^2} \frac{\partial A'}{\partial u} \frac{\partial A''}{\partial u} = 0. \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

On trouvera ces résultats dans les *Leçons sur les coordonnées curvilignes* de l'auteur (pages 76 et 78, notamment).

## Sur l'exploration zoologique du golfe de Gascogne;

Par M. E. DURÈGNE.

Je viens de lire avec le plus grand intérêt une note présentée par M. Gruvel dans la séance du 7 juillet au sujet des « Dragages méthodiques à opérer dans le golfe de Gascogne ».

Notre collègue ne croit pas qu'une exploration sérieuse y

ait été tentée, jusqu'à ce jour, sur l'exemple des laboratoires de Banyuls, Cette, Tamaris et Villefranche.

Il cite toutefois le nom de quelques zoologistes qui ont recueilli ce que rapportaient les bateaux de pêche et il signale comme devant rendre d'importants services aux travailleurs les moyens mis gracieusement à leur disposition grâce à l'obligeance de M. Delon, directeur de la Compagnie des Pêcheries de l'Océan.

J'ai à cœur de compléter les indications fournies par notre collègue, et de rappeler à la Société que l'exploration méthodique de notre côte gasconne a déjà été entreprise depuis de longues années.

La *Station zoologique* et les *Laboratoires marins d'Arcachon*, placés depuis la présente année sous le patronage officiel de l'Université de Bordeaux, sont, depuis leur fondation en 1863, un centre d'études fauniques dont l'importance ne peut être négligée. *Alexandre Lafont* y a poursuivi pendant les années 1866-1870 la recherche méthodique des animaux marins; son œuvre a été continuée et complétée par *Paul Fischer* qui, dans dix numéros publiés dans les Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux, a donné la liste et l'habitat de 474 espèces (coelentérés, échinodermes, crustacés, mollusques, bryozoaires et synascidées), auxquelles on doit joindre les 162 espèces de poissons catalogués par Lafont et figurant dans la *Faune ichthyologique* de Moreau.

Ces deux naturalistes ont fait un travail complet, *vademecum* de tout travailleur qui s'arrête à Arcachon et auquel on peut se référer notamment lorsqu'on désire se procurer une espèce déterminée. Pendant les sept années que j'ai eu l'honneur de passer à la tête de la Station zoologique, je n'ai eu qu'un faible appoint à apporter au travail de mes prédécesseurs, provenant presque toujours des explorations en eau profonde tentées par les vapeurs de la Compagnie Johnston à la suite de la raréfaction des poissons d'alimentation. Enfin, je dois mentionner d'une façon toute spéciale les dragages métho-

diques effectués, du 11 juillet au 30 août 1890, par M. le Dr Roché, actuellement inspecteur général des pêches, alors chargé d'une mission de M. le Ministre de l'instruction publique.

Plus de soixante coups de chalut ont été surveillés, de Cap-Breton à Cordouan par M. Roché, embarqué sur les vapeurs d'Arcachon, et les fonds ont été explorés par ses soins au point de vue de la faune et de la géographie sous-marine entre 40 et 120 mètres de profondeur.

Ces résultats, je n'hésite pas à le proclamer pour l'honneur de notre région, sont dus au seul centre scientifique marin d'Arcachon, *fondé par Paul Bert avant tous les établissements similaires* et si les vapeurs de la Compagnie des Pêcheries accueillent actuellement avec tant d'empressement les zoologistes, c'est à la suite des démarches répétées de la Société Scientifique d'Arcachon.

J'ai eu, d'ailleurs, le plaisir, de concert avec le Président et les principaux membres de la Société Scientifique d'Arcachon, de faire à M. Gruvel les honneurs de la station zoologique; c'est à bord du *Courlis*, qu'il cite dans sa note du 7 juillet, mis pour la circonstance à la disposition de la Société, qu'il a, le 22 mai dernier, donné à une centaine d'élèves des Facultés de médecine et des sciences un intéressant aperçu des ressources zoologiques offertes par le bassin d'Arcachon et par les pêches effectuées en dehors des passes.

### **Réponse à la communication précédente;**

Par M. A. GRUVEL.

Lorsque, dans la séance du 24 décembre dernier, notre collègue, M. Durègne, présenta sa communication sur « l'Exploration du golfe de Gascogne », je pensais qu'il le faisait en son nom personnel, et c'est à lui que j'écrivis immédiatement quelques mots d'explications, à la suite desquels il retira, provisoirement, sa note.

Dans la séance du 12 janvier, je me suis borné à répondre brièvement à M. Durègne, sans faire figurer ma réponse aux comptes rendus. Aujourd'hui, notre collègue renvoie sa communication après quelques modifications et *selon le désir qui lui a été exprimé par le conseil de la Société Scientifique d'Arcachon de maintenir sa présente note.*

Je me vois donc obligé de répéter par écrit ce que j'exposais verbalement aux membres de la Société des Sciences physiques et naturelles, assistant à la séance du 12 janvier; j'ajouterai même quelques mots.

Je crois, en résumé, que la Société d'Arcachon me reproche surtout de méconnaître les services qu'elle a rendus et qu'elle est encore appelée à rendre à la science.

*Je sais fort bien cependant* que des recherches déjà nombreuses ont été faites sur la faune du golfe de Gascogne, mais je crois que le dernier mot n'a pas encore été dit à ce sujet et que nous sommes encore loin des résultats *absolument précis* obtenus par mon collègue et ami, M. le professeur Pruvot, dans le golfe du Lion, par exemple. Il y a encore beaucoup à faire dans le sens spécial indiqué par M. Pruvot.

Pour ce qui est de l'excursion que j'ai organisée le 22 mai dernier, sous les auspices de la Société Scientifique d'Arcachon, je me permettrai de faire remarquer que c'est la *première fois* qu'une excursion de ce genre est faite dans ces conditions par les élèves de la Faculté des Sciences et que, dans un article envoyé par moi à M. le Dr Lalesque, président de cette Société, vers le 10 août dernier, j'écrivais textuellement ceci : « Je dois dire que la Société Scientifique d'Arcachon a, dans la  
« personne de son président, M. le Dr Lalesque, répondu cha-  
» leureusement à mon appel en me fournissant tous les  
» moyens matériels à sa disposition pour la réussite de cette  
» promenade zoologique.

» Je ne saurais trop l'en remercier. »

Et plus loin : « Enfin, après le déjeuner, charmant, du reste,  
» une visite à l'Aquarium du Laboratoire a terminé la journée.

» J'ai pu ainsi, aidé de M. Chainé, préparateur de zoologie  
» à la Faculté des Sciences, et obligeamment assisté de  
» M. Durègne, conservateur du Musée d'Arcachon, de M. le pro-  
» fesseur Jolyet, directeur, et de quelques autres personnes,  
» montrer à nos élèves un certain nombre d'animaux, dont  
» ils avaient beaucoup entendu parler, mais qu'ils n'avaient  
» vus, pour la plupart, qu'en effigie, et encore ! »

Qu'est devenu cet article ? Je n'en sais encore rien ! Il avait été écrit pour paraître dans le *Bulletin de la Société Scientifique d'Arcachon*.

Je ne sais s'il a paru ; mais ce dont je suis certain, c'est de ne l'avoir lu nulle part encore.

Enfin, dans un article, remis depuis une vingtaine de jours à la Société Philomathique et qui ne saurait, par conséquent, tarder à voir le jour, j'expose quels sont les services que peuvent tirer les sciences biologiques, en général, de l'entente parfaite qui existe entre la Société Scientifique d'Arcachon d'une part et la Société des Pêcheries de l'autre.

Ma façon d'agir envers la Société d'Arcachon montre-t-elle donc si clairement que je méconnaissais les services rendus par elle et qu'elle est encore appelée à rendre ? M'était-il donc si difficile de faire, ailleurs qu'à Arcachon, une excursion zoologique ou de n'en pas faire du tout, et de me passer, par conséquent, des services de la dite Société ? Non. J'avais voulu par là montrer à nos jeunes gens que près de nous il existe un Laboratoire où il leur serait possible de voir de près la nature, et j'avais voulu, en même temps, inaugurer d'une façon plus que platonique le rattachement du Laboratoire d'Arcachon à notre Université !

Si la Société Scientifique a cru, par l'article de M. Durègne, m'encourager dans cette voie, qui était, en somme, tout à son avantage, il est certain qu'elle s'est singulièrement méprise, et je crois qu'avec un peu de tact et de bonne volonté, tout cela aurait pu être facilement et heureusement évité.

*Séance du 9 février 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. DE LAGRANDEVAL.

---

**Acétylogène automatique continu  
du commandant Lartigue;**

Par M. BAYSSELLANCE.

Le but que s'est proposé l'inventeur de cet appareil est d'obtenir une production continue et automatique de gaz acétylène pur, à une pression sensiblement constante, quelle que soit la rapidité de la consommation, en évitant l'emploi de réservoirs, ainsi que de toute transmission mécanique et de tout organe susceptible de se dérégler ou de se détériorer : ressorts, soupapes, etc., etc.

Pour recueillir le gaz pur sans avoir recours à un épurateur, l'inventeur emploie du carbure de calcium granulé, qui tombe dans un excès d'eau, de manière à n'avoir pas d'élévation de température et de formation d'autre gaz.

DESCRIPTION. — L'appareil est réduit au minimum de volume : c'est un simple cylindre vertical de faible diamètre, sans aucun autre accessoire que la canalisation.

Il se compose de trois pièces seulement :

1<sup>o</sup> Une *cuve* cylindrique à deux corps. Le corps inférieur contient l'eau nécessaire à la décomposition du carbure; supporté par trois pieds, il se termine en bas par un tronc de cône, fermé par un bouchon à vis; on ouvre ce bouchon pour évacuer l'eau chargée de chaux. Un tuyau latéral permet de le regarnir et, rempli à refus, se ferme par un second bouchon à vis.

Le corps supérieur, plus large, est une cuve à section annulaire, dont la paroi extérieure s'évase en couronne dans le haut. Sur le bord de la cuve s'attache une potence, qui sup-

porte à une certaine hauteur un œil, dans lequel passe la tige directrice de la cloche.

Cette cuve annulaire se remplit d'eau jusqu'à la hauteur de la couronne et c'est là que plonge la cloche régulatrice. Un tuyau, muni d'un robinet et d'un filtreur à coton, pénètre dans la cuve, passe sous la cloche et vient, dans le haut, recueillir le gaz produit pour l'envoyer aux becs brûleurs.

2° Une *cloche* formée de deux cylindres de diamètres différents, réunis par une embase, le cylindre inférieur étant d'un rayon plus grand. Elle se meut librement dans le sens vertical, cintrée dans le bas par trois boutons qui glissent sur la paroi de la cuve, et guidée dans le haut par une tige taraudée dans son bouchon et passant dans l'œil de la potence. Au centre de sa calotte supérieure est fixée une tubulure que ferme ce bouchon et qui descend en dessous, pour s'engager librement dans la tubulure du magasin à carbure.

Deux clefs fixées latéralement peuvent venir s'appuyer sur la couronne de la cuve et supporter la cloche, chargée du magasin.

3° Le *magasin à carbure* est un cylindre d'un diamètre un peu moindre que l'intérieur de la cuve ; il se termine par en bas en tronc de cône et l'orifice est fermé par un cône-soupape, porté à l'extrémité d'une tige fixée à la tubulure de la cloche. Le couvercle fixe du magasin porte une tubulure dans laquelle, comme nous l'avons dit, pénètre librement la tubulure plus petite de la cloche.

Lorsque la cloche est au bas de course, le magasin repose par trois pattes sur le cylindre intérieur de la cuve ; mais dès que la cloche se soulève, le cône-soupape vient fermer l'orifice inférieur du réservoir, et l'ascension continuant, enlève le magasin, qui suit alors le mouvement de la cloche.

FONCTIONNEMENT. — La mise en marche de l'appareil est des plus simples. Remplissons le récipient inférieur jusqu'à refus, puis la cuve annulaire jusqu'à la couronne, puis plaçons



la cloche reposant sur ses clefs-verrous : le magasin sera supporté et fermé par le cône-soupape. Dévissons le bouchon de la tubulure de la cloche : nous pourrons remplir le magasin de carbure ; après avoir refermé, il n'y aura qu'à tourner les clefs et laisser descendre doucement la cloche. Bientôt, les pattes du magasin s'appuieront sur les bords de la cuve et le cône-soupape laissera s'ouvrir l'orifice inférieur. Du carbure tombera dans l'eau du récipient : le gaz se dégagera et, se trouvant dans un espace clos, augmentera de pression en refoulant l'eau de la cuve. Lorsque la différence de niveau entre l'eau de l'intérieur de la cloche et l'eau extérieure aura atteint 10 centimètres, ce qui est la pression de régime, la cloche, dont le poids a été réglé par un lestage à un nombre de grammes égal à 10 fois sa section en centimètres carrés, sera soulevée et le cône-soupape viendra rétrécir, puis fermer l'orifice du réservoir. Le gaz étant alors en pression, on pourra ouvrir le robinet de départ et allumer, après avoir préalablement laissé purger l'appareil de l'air qu'il contenait. Le carbure ayant cessé de tomber, la pression baissera bientôt ; dès qu'elle sera en dessous de 10 centimètres, la cloche redescendra et l'orifice du magasin se rouvrira ; un peu de carbure tombera, fera remonter la pression, et ainsi de suite.

Dans la pratique, les détails de la fermeture du magasin ayant été bien étudiés, il tombe très peu de carbure à la fois ; les oscillations de la cloche sont très petites, et la pression reste très régulièrement aux environs de la pression de régime. Mais il peut être intéressant de voir quelle serait la marche de l'appareil dans le cas d'une chute exagérée de carbure.

Les dimensions ont été fixées de telle sorte que lorsque la pression a atteint 10 centimètres, le niveau intérieur de l'eau arrive tout près de l'embase de la cloche. Si la pression continue à monter, le gaz trouve donc une capacité beaucoup plus grande pour le recevoir, et, par suite, la pression varie

peu autour du régime normal. Si le dégagement de gaz faiblit, la cloche s'abaisse aussitôt et laisse tomber du carbure, et si le gaz se produit en abondance, il se loge dans l'évasement et ne fait pas beaucoup monter la pression.

Supposons cependant que le dégagement continue indéfiniment. La pression devra devenir assez forte pour soulever la cloche emportant le magasin plus ou moins plein, malgré la charge d'eau qui pèse sur l'embase. A partir de ce moment, la pression ne peut que baisser, la charge d'eau diminuant à mesure que la cloche s'élève. Lorsque l'embase sortira de l'eau, la pression deviendra stationnaire jusqu'au moment où le bas de la cloche se rapprochant trop de la surface de l'eau, le gaz s'échappera par-dessous. La cloche remplit ainsi par elle-même l'office de soupape de sûreté indé réglable.

Il faudrait, pour que le gaz en vînt à s'échapper et se perdre, une surproduction absolument irréalisable : pour un appareil contenant de 1 à  $\frac{1}{4}$  kilogrammes de carbure, il faudrait qu'il en tombât en même temps 30 à 40 grammes sans tenir compte de l'évacuation du gaz par les becs ; or, en pratique, le carbure tombe par fractions de gramme : à peine voit-on quelquefois une chute accidentelle de 4 à 5 grammes.

L'appareil peut donc être abandonné complètement à lui-même sans aucun danger ; une fois en marche, il fournira constamment le gaz nécessaire à la consommation, quelle qu'elle soit, sans s'écarter sensiblement de la pression de régime, jusqu'à ce que tout le carbure soit épuisé. A ce moment, il n'y aura qu'à regarnir le magasin, et renouveler l'eau du récipient, ce qui se fait très simplement comme nous l'avons expliqué.

Si l'on désire connaître la quantité de carbure qui reste dans l'appareil à un moment du fonctionnement, il n'est pas besoin de visiter le magasin. Il suffit de déboucher la tubulure de la cloche pour rétablir l'équilibre des pressions et de l'accrocher à un peson dont le zéro correspond au poids de la

cloche avec le magasin vide; le poids indiqué sera celui du carbure restant dans le magasin.

L'appareil peut se construire dans les dimensions les plus variées. Jusqu'à présent, il en a été créé quatre types, depuis le type portatif de 500 grammes de carbure pouvant alimenter une lampe de bureau pendant 15 heures, ou un bec de 9 carcels pour projections pendant 1 heure  $1/2$ , jusqu'au type de 10 kilogrammes fournissant 3,000 litres d'acétylène ou 375 carcels-heures. Un cinquième type spécial est destiné à l'éclairage urbain sans canalisation. Il peut se placer dans le pied d'un candélabre et contient 1,500 grammes de carbure, soit la consommation d'un bec de deux carcels pendant 30 heures.

Les courbes des montées des cloches et des variations de la pression, en supposant une chute indéfinie du carbure, ont été tracées pour chacun des types. Ces courbes, pour le type le plus grand, celui qui reçoit un chargement de 10 kilogrammes de carbure, montrent que la pression la plus forte que le gaz puisse atteindre théoriquement dépasse à peine 20 centimètres d'eau, au moment où la cloche se soulève, entraînant le réservoir complètement chargé. Mais il faudrait pour cela une chute subite de près de 20 grammes de carbure. Si le magasin est presque vide, la pression peut à peine dépasser 12 centimètres.

Pour que le gaz sortit par-dessous la cloche, il faudrait une chute subite d'environ 75 grammes de carbure, ce qui ne pourrait arriver que par un accident, et toute la conséquence serait la perte d'un peu de gaz.

En pratique, la chute n'atteignant jamais 5 grammes à la fois, la pression varie entre 10 et 13 centimètres d'eau. Elle n'atteint 15 centimètres pour aucun des types.

L'éclairage étant très bon à partir de 5 centimètres de pression et ne variant pas sensiblement jusqu'à 25 centimètres, toutes les conditions de bon fonctionnement recherchées se trouvent donc réalisées par l'acétylogène Lartigue.

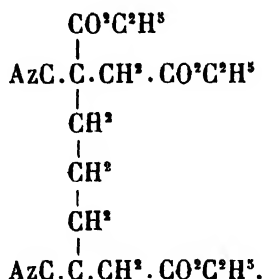
Cet appareil étant de formes très simples et construit en simple tôle plombée ou zinguée, le prix de revient de la construction en est très modéré.

Quant à l'éclairage, au prix de détail actuel du carbure granulé : 0 fr. 70 le kilogramme, donnant 300 litres de gaz, le carcel-heure, qui exige une consommation de 8 litres, coûte moins de 0 fr. 017.

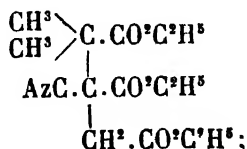
### Sur deux nouveaux acides organiques dérivés du cyanosuccinate d'éthyle;

Par M. L. BARTHE.

J'ai fait connaître assez récemment <sup>(1)</sup> deux éthers organiques obtenus, l'un en faisant agir le bromure de triméthylène (propane dibromé 1-3) sur le cyanosuccinate d'éthyle sodé; c'est un produit très bien cristallisé, répondant à la formule du *méthylnitrile 3, 7, diméthylolate d'éthyle 3, 7, nonate dioate d'éthyle*



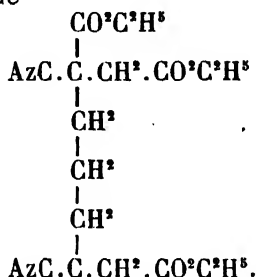
Le second est liquide; il correspond à la formule d'un diméthyleyanotricarballylate d'éthyle et a été obtenu par l'action de l'éther *α-bromoisobutyrique* sur le cyanosuccinate sodé,



(1) *Comptes rendus*, 1897, t. CXV, p. 182.

il est isomère du *diméthylcyanotricarballylate d'éthyle symétrique* que j'ai préparé antérieurement <sup>(1)</sup> (en faisant agir l'éther  $\alpha$ -monobromopropionique [bromo-2 propane-oate d'éthyle] sur le cyanacétate d'éthyle sodé), et que MM. Zelinsky et N. Tschernowitow ont depuis saponifié <sup>(2)</sup> pour obtenir l'acide correspondant.

### I. Saponification de



20 grammes de cet éther cristallisé ont été placés dans un ballon relié à un réfrigérant ascendant, après avoir été additionnés de 250 centimètres cubes d'acide chlorhydrique pur étendu d'un égal volume d'eau. On a chauffé au bain de sable pendant plusieurs heures; le composé fond et se divise en gouttelettes huileuses surnageant la masse liquide. On a arrêté l'opération quand le mélange est devenu tout à fait liquide. Il s'est dégagé de l'acide carbonique. Le liquide du ballon a été évaporé à siccité au bain-marie et le résidu a été séché dans le vide. L'acide formé étant presque insoluble dans l'éther et l'alcool anhydres qui auraient pu le séparer du chlorhydrate d'ammoniaque produit en même temps que lui pendant l'opération, a été isolé en le transformant d'abord en sa combinaison plombique. Dans ce but, la masse résiduelle a été dissoute dans l'eau et la solution a été additionnée d'acétate de plomb jusqu'à cessation de précipité. La combinaison obtenue a été lavée sur filtre avec de l'eau distillée jusqu'à ce que les eaux de lavage n'accusent plus la présence de l'acide chlorhydrique

<sup>(1)</sup> *Annales de Phys. et de Chim.*, 1892, t. XXVII, p. 279.

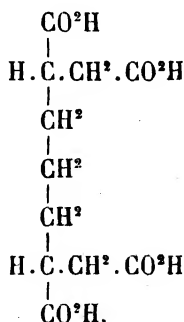
<sup>(2)</sup> *Berichte der deutsch. Ges.*, 1896, p. 333.

et de l'ammoniaque. Le sel organique de plomb, mis en suspension dans l'eau, a été traité par un courant prolongé de gaz sulfhydrique. La solution ayant été débarrassée du sulfure de plomb, a été évaporée au bain-marie jusqu'à consistance sirupeuse. Le précipité cristallin obtenu, et légèrement jaunâtre, a besoin d'être purifié par deux nouvelles cristallisations dans l'eau distillée pour devenir complètement blanc.

L'analyse élémentaire du composé obtenu, dont la combustion est très difficile à opérer, a fourni les résultats suivants :

	I	II	CALCULÉ pour $C^{11}H^{10}O^8 = 276$
Substance . . . . .	0,1708	0,1720	—
CO <sup>2</sup> trouvé . . . .	0,3019	0,2982	
H <sup>2</sup> O . . . . .	0,0942	0,0952	
C pour 100 . . . .	48,20	47,28	47,83
H pour 100 . . . .	6,13	6,15	5,80

Le nouvel acide qui prend naissance dans cette manipulation correspond à la formule :



Il fond à 159°-160°; il est très soluble dans l'eau, à laquelle il communique une saveur très acide, et assez soluble dans l'acide acétique qui, à la longue, l'abandonne cristallisé.

La formule montre que l'on est en présence d'un acide tétrabasique; la méthode volumétrique en donne déjà une première preuve :

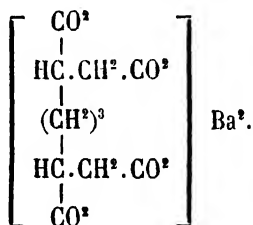
P. M., soit 276 grammes de cet acide, doivent être saturés  
par  $4 \times 31 = 124$  de soude.

Partant de là, deux essais acidimétriques ont donné les résultats suivants :

	I	II
Substance desséchée.....	0gr,4948	0gr,3502
Quantité de NaO nécessaire pour la saturation.	0 ,2223	0 ,1575
Nombre de c. c. de NaO <sup>N</sup> / <sub>10</sub> employés .....	69 <sup>cc</sup> ,7	49 <sup>cc</sup> ,2
Nombre de c. c. de NaO <sup>N</sup> / <sub>10</sub> calculés, soit	$\frac{0,2223}{0,0031}$	$\frac{0,1573}{0,0031}$
	71 ,7	et 50 ,8

Cet acide décompose les carbonates avec effervescence.

On a préparé le *sel de baryte* par double décomposition entre une dissolution aqueuse de cet acide et du carbonate de baryte récemment précipité employé en excès. Le mélange a été jeté sur filtre, et le filtratum a été abandonné sous cloche à dessiccation au-dessus de l'acide sulfurique. On a obtenu un résidu blanc, nettement cristallin, qui, soumis à l'analyse, répond à la formule :



En effet :

Poids de la substance séchée au-dessus

de 30°H<sup>2</sup>..... 0gr,2277

Perte en H<sup>2</sup>O à 115°. .... 0 ,0018

Substance sèche..... 0 ,2259

Sulfate de baryte trouvé..... 0 ,1945

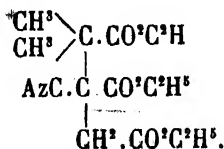
H<sup>2</sup>O pour 100..... 0 ,79

Ba pour 100..... 50 ,24      50,18

CALCULÉ pour  
C<sup>11</sup>H<sup>12</sup>O<sup>8</sup>Ba<sup>2</sup>=546

L'acide obtenu est donc bien un acide tétrabasique.

## II. Saponification de

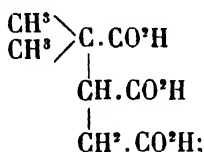


Cet éther a été traité par l'acide chlorhydrique aqueux de la même façon que précédemment. La masse cristalline obtenue en fin d'opération, et qui renferme du chlorhydrate d'ammoniaque et l'acide formé, a été traitée par de l'éther anhydre : la solution étherée soumise à l'évaporation a abandonné un résidu cristallin qu'une nouvelle cristallisation dans l'éther suffit à purifier. Cet acide s'obtient très aisément par cette méthode.

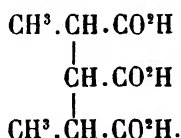
Il fond à 143°-144; il est soluble dans l'éther, l'alcool, l'acide acétique et dans l'eau. L'analyse du produit obtenu, également très difficile à brûler, a fourni les résultats suivants :

	I	II	CALCULÉ pour $C^6H^{12}O^6 = 204$
Substance . . . . .	0,2345	0,2222	—
CO <sup>2</sup> trouvé . . . . .	0,4016	0,3866	—
H <sup>2</sup> O » . . . . .	0,1199	0,1281	—
C pour 100. . . . .	46,70	47,45	47,06
H pour 100. . . . .	5,68	6,40	5,88

Cet acide a pour formule



il est isomère de l'acide diméthyltricarballoylique symétrique de Zelinsky et Tschernowitow, dont j'ai parlé plus haut :



C'est un acide tribasique; par conséquent,

P. M. 204 exige pour sa saturation  $31 \times 3 = 93$  de soude.

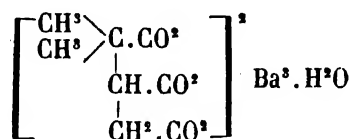
Deux essais acidimétriques ont donné les résultats suivants :

	I	II
Substance desséchée. . . . .	0,3327	0,2930
Quantité de NaO nécessaire pour la saturation . .	0,15167	0,1335
Nombre de centim. cubes de NaO $N_{/10}$ calculés. .	48 <sup>cc</sup> ,9	43 <sup>cc</sup> ,06
Nombre de centim. cubes de NaO $N_{/10}$ obtenus. .	48 ,8	42 ,4



Cet acide fait double décomposition avec les carbonates. Le sel de baryte a été préparé en dissolvant l'acide dans l'eau; cette solution, saturée par de l'ammoniaque, a été additionnée d'une liqueur de chlorure de baryum. On obtient, par l'ébullition du mélange, un précipité blanc, abondant, qu'on lave sur filtre à l'eau distillée jusqu'à ce qu'on n'ait plus trouvé dans les eaux de lavage ni acide chlorhydrique, ni ammoniaque. Le composé obtenu a été desséché sur plaques de porcelaine dégourdie au-dessus de l'acide sulfurique.

Le sel, blanc nacré, a pour formule



comme le montrent les dosages de l'eau et du métal :

	I	II
Poids de la substance desséchée au - dessous de $\text{SO}^4\text{H}^2$ .....	0,3805	0,2832
Pertes en $\text{H}^2\text{O}$ à $115^\circ$ .....	0,0085	0,0065
Substance sèche .....	0,3720	0,2767
$\text{SO}^4\text{Ba}$ trouvé .....	0,3192	0,2347
$\text{H}^2\text{O}$ pour 100 .....	2,23	2,09
Ba pour 100 .....	50,46	49,88

CALCULÉ pour  
( $\text{C}^2\text{H}^2\text{O}^2$ ) $^2\text{Ba}^2$ ,  $\text{HO}^2 = 831$

$\text{H}^2\text{O}$ pour 100 .....	2,17
Ba pour 100 du sel anhydre .....	50,55

L'acide obtenu est bien un acide tribasique. La saponification au moyen de l'acide chlorhydrique aqueux m'a permis de préparer assez facilement ces deux nouveaux acides. J'ai essayé en vain de les obtenir par la saponification sulfurique. Le liquide obtenu en fin d'opération renfermait de l'acide sulfurique libre, du sulfate d'ammoniaque, et l'acide cherché aussi soluble dans l'eau que dans l'éther, ce qui rendait la séparation fort difficile. La saponification par la potasse

aqueuse ou alcoolique ne m'a donné également aucun résultat positif. M. Bouveault a d'ailleurs montré <sup>(1)</sup> que les nitriles, en général, sont difficilement saponifiables par ce procédé.

*Séance du 2 mars 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. STROHL.

### **Systèmes de quadricycles de N éléments;**

Par M. BRUNEL.

Nous avons donné dans la séance du 18 juin 1896 des exemples de quadricycles.

Soit  $N = 8k + 1$ , on peut construire, quel que soit  $k$ , un système complet de quadricycles épuisant toutes les duades et où chaque duade figure une seule fois. Un tel système est formé par le tableau

$$a \quad a + 2l - 1 \quad a + 4k + 1 \quad a + 2l \quad \left( \begin{matrix} a = 0, 1, 2, \dots, 8k \\ l = 1, 2, \dots, k \end{matrix} \right),$$

qui contient un nombre de quadricycles égal à  $k(8k + 1)$ .

Soit  $N = 4m + 2$ , il n'y a pas de système complet de quadricycles, mais le tableau

$$a \quad a + l \quad a + 2m + 1 \quad a + l + 2m + 1 \quad \left( \begin{matrix} a = 0, 1, 2, \dots, 2m \\ l = 1, 2, \dots, m \end{matrix} \right),$$

qui contient un nombre de quadricycles égal à  $m(2m + 1)$  comprend sans répétition toutes les duades de  $N$  éléments sauf les  $2m + 1$  duades

$$a \quad a + 2m + 1 \quad (a = 0, 1, 2, \dots, 2m).$$

Soit  $N = 4m$ , il n'y a pas de système complet de quadricycles; mais le tableau

$$a \quad a + l \quad a + 2m \quad a + l + 2m \quad \left( \begin{matrix} a = 0, 1, 2, \dots, (2m - 1) \\ l = 1, 2, \dots, (m - 1) \end{matrix} \right),$$

(1) *Bull. de la Soc. de Chim.*, t. IX, p. 368.

qui contient un nombre de quadricycles égal à  $(m - 1) 2m$  et le tableau

$$a \quad a + m \quad a + 2m \quad a + 3m \quad (a = 0, 1, 2, \dots (m - 1)),$$

qui en contient  $m$ , comprendront sans répétition toutes les duades de  $N$  éléments, sauf les  $2m$  duades

$$a \quad a + 2m \quad (a = 0, 1, 2, \dots (2m - 1)).$$

Si  $N$  est de la forme  $8k + 3$ ,  $8k + 5$ ,  $8k + 7$ , on peut, en partant du résultat relatif au cas de  $N = 8k + 1$ , constituer un ensemble de quadricycles épuisant et sans répétition les duades de  $N$  éléments, sauf un nombre de duades égal respectivement à 3, 6 ou 9 qui forment une, deux ou trois triades suivant le cas dans lequel on se trouve.

*Séance du 9 mars 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. STROHL.

## **Sur la loi de condensation d'un mélange de deux gaz.**

**Variation de la densité de la vapeur saturée et du liquide avec la température;**

Par M. F. CAUBET.

J'ai donné dans une communication précédente la forme des isothermes d'un mélange en parties égales, en volume, de chlorure de méthyle et de gaz carbonique. La partie de ces isothermes correspondant à l'état hétérogène liquide et vapeur n'est pas rectiligne, la pression croissant constamment quand on diminue le volume: il n'y a plus de loi simple, comme dans le cas d'un gaz unique, simple ou composé,

pour déterminer à chaque instant le rapport des volumes du liquide et de la vapeur.

La loi de condensation est résumée dans les tableaux suivants :

*Isotherme 45°.*

VOLUME TOTAL	VOLUME LIQUIDE	PRESSION
—	—	—
78,35	goutte	22,3
67,98	0,546	23,9
59,24	0,819	25,5
47,77	1,092	28,3
32,76	1,911	33,5
22,39	2,457	39,6
12,83	3,549	49,3
5,46	5,46	68,8

*Isotherme 68°.*

VOLUME TOTAL	VOLUME LIQUIDE	PRESSION
—	—	—
45,04	goutte	37
37,67	0,546	39,5
26	1,365	46
15,69	2,73	58,5
11,46	3,27	66,2
6,31	6,31	79,5

*Isotherme 76°.*

37,12	goutte	44,2
26,61	0,819	51,5
16,38	2,73	63,7
9,82	4,09	77
7,644	7,644	83

*Isotherme 84°.*

27,84	goutte	55
22,52	0,682	60,4
15,28	2,184	71
10,92	4,914	81,6
9,28	9,28	84,6

*Isotherme critique 92°,5.*

20,47	goutte	71
15,02	1,365	79
13,6	3	82
12,01	12,01	85,4

Si on construit ces courbes représentant l'accroissement du volume du liquide, sur le graphique des isothermes, en prenant pour abscisses les volumes et pour ordonnées les pressions, on constate que ces courbes tournent d'abord leur concavité vers l'axe des pressions, puis en sens contraire. Elles présentent un point d'inflexion. Ce point d'inflexion se rapproche de plus en plus de l'axe des pressions à mesure que la température de l'isotherme s'élève. Pour l'isotherme critique, il a été impossible de constater l'inflexion; la convexité est tout entière tournée vers l'axe des pressions; de plus, la courbe de condensation critique est tangente au point critique à la courbe de saturation, et admet, par suite, comme cette dernière, une tangente horizontale au point critique.

II. J'ai construit aussi pour le mélange en question la courbe représentant la variation des volumes spécifiques de la vapeur saturée et des liquides avec la température, ainsi que la courbe représentant la variation des densités; les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

TEMPÉRATURE	VOLUME SPÉCIFIQUE VAPEUR	DENSITÉ VAPEUR	VOLUME SPÉCIFIQUE LIQUIDE	DENSITÉ LIQUIDE
45°	78,35	0,0383	5,46	0,594
68°	45,04	0,0666	6,31	0,475
76°	37,12	0,0808	7,644	0,436
84°	27,84	0,1077	9,28	0,3232
92°5	21,02	0,1394		
A la pression critique. 92°5	12,01	0,2498	12,01	0,2498
Deux volumes spécifi- ques de vapeur, con- densation rétrograde. 94°	17,75	0,1691		
94°	12,3	0,2439		

La courbe des volumes spécifiques sur le plan des TP ne présente rien de particulier, c'est la projection sur ce plan de la courbe de saturation : comme la projection de la même courbe sur le plan des PV, elle présente un point d'inflexion dans la branche qui correspond aux volumes spécifiques de la vapeur.

Mais la courbe des densités offre la particularité remarquable, déjà constatée, sur la presque totalité des fluides uniques : elle a un diamètre rectiligne qui s'étend à la courbe tout entière.

J'ai cherché si cette courbe peut être représentée par un arc de parabole, c'est-à-dire, si les densités de la vapeur et du liquide satisfont à une relation de la forme

$$\delta = A + Bt \mp C \sqrt{T_c - t},$$

$T_c$  étant la température critique à laquelle les deux densités doivent devenir égales.

Les coefficients de cette relation ont été déterminés par les expériences à 45° et à 84°.

On a trouvé la relation

$$\delta = 0,42 - 0,0023t \mp 0,0407 \sqrt{92,5 - t}.$$

Cette formule se vérifie d'une façon assez satisfaisante, en voici deux exemples :

Températ.	DENSITÉ DE LA VAPEUR				DENSITÉ DU LIQUIDE		
	OBSERVÉE	CALCULÉE	ERREUR		OBSERVÉE	CALCULÉE	ERREUR
68°	0,0666	0,0646	0,002		0,475	0,463	0,01
76°	0,0808	0,0824	0,0015		0,393	0,408	0,005

Au lieu d'introduire, *a priori*, sous le radical, la température critique, on peut chercher à déterminer, au moyen de deux observations, la valeur de cette quatrième constante, on l'a trouvée ici égale à 91°72. On a donc ainsi un moyen commode de déterminer approximativement la valeur de la température

critique d'un mélange déterminé, il suffit de deux déterminations des densités de la vapeur et du liquide à deux températures différentes. Expérimentalement, cette remarque a une grande utilité, car elle abrège les tâtonnements dans la recherche de la température critique.

### **Les modifications permanentes des fils métalliques et leur variation de résistance électrique;**

Par M. H. CHEVALLIER.

Les physiciens savent depuis longtemps que les fils métalliques abandonnés à eux-mêmes subissent une variation lente et progressive de résistance électrique, et que cette variation peut devenir très notable.

Il n'est pas rare de voir des fils soigneusement étalonnés présenter, au bout de quelques années, des variations de résistance de 0,4 à 0,5 p. 100; aussi, les constructeurs de boîtes de résistances sont-ils obligés d'adjoindre à chaque bobine un petit rhéostat qui leur permet d'étalonner de nouveau ces appareils toutes les fois que cela est nécessaire.

Ces variations semblent dues aux *modifications permanentes* éprouvées par les fils sous l'influence des variations diurnes de la température, et peuvent servir, puisqu'elles sont mesurables, à étudier la nature des modifications permanentes qui les ont produites.

De telles recherches sont très difficiles, à cause de la lenteur avec laquelle se produit normalement le phénomène; mais elles deviennent très possibles par l'emploi de la méthode indiquée par M. Duhem sous le nom de *méthode des oscillations de température*, et qui consiste à faire subir au fil des variations de température fréquemment répétées et connues

de manière à produire ce phénomène dans des conditions bien définies.

Cette méthode a déjà été employée avec succès par divers expérimentateurs et en particulier par M. Marchis dans son travail sur les déformations permanentes du verre<sup>(1)</sup>; nous nous proposons de montrer qu'elle peut être facilement appliquée à l'étude des modifications permanentes des fils métalliques.

Nos mesures, entreprises depuis près de deux ans, sont faites à l'aide d'un excellent pont de Wheatstone (modèle du Bureau international des poids et mesures) que M. Gossart a fait construire pour nous, et au moyen duquel il est possible, avec un peu d'habitude, de faire des lectures à 0,001 p. 100. Une aussi grande précision est nécessaire, car les variations observées sont ordinairement inférieures à 0,1 p. 100 et passeraient presque inaperçues avec les méthodes et les appareils ordinairement employés dans les laboratoires.

Nous avons opéré sur l'alliage platine-argent (66 p. 100 d'argent et 33 p. 100 de platine) étiré en fils fins et dans lesquels on avait fait disparaître toute trace d'écrouissage par un chauffage préalable au rouge vif. Ces fils étaient trempés par refroidissement brusque, et c'est dans cet état qu'ils étaient mis en expérience.

Nous avons obtenu avec la plus grande netteté les deux résultats suivants :

1. *Lorsqu'un fil dont la résistance est  $R_0$  à la température  $T_0$  est porté à la température  $T_1$ , puis brusquement ramené à  $T_0$ , la nouvelle valeur  $R_1$  de la résistance est inférieure à  $R_0$ .*

*Si on répète la même opération un grand nombre de fois, on obtient une série de valeurs  $R_0, R_1, R_2, R_3, \dots$ , telles que les différences  $R_0 - R_1, R_1 - R_2, R_2 - R_3, \dots$ , diminuent de plus en plus.*

(1) Marchis, *Les Modifications permanentes du verre et le déplacement du zéro dans les thermomètres*. Thèse, Bordeaux, 1898.



Le tableau suivant donne un exemple de cette décroissance de la résistance :

FIL ALLIAGE PLATINE-ARGENT.

Tableau n° 4.

Le fil est maintenu alternativement 3 minutes à  $T_0$  et 3 minutes à  $T_1$ .

$T_0 = 10^\circ$ .  $T_1 = 200^\circ$ .

MODIFICATIONS SUBIES PAR LE FIL	VALEUR (en ohms) de la RÉSISTANCE A $T_0$	DIMINUTION de la RÉSISTANCE	DIMINUTION moyenne PAR OSCILLATION
Point de départ.....	$\omega$ 1,01277		
60 oscillations.....	1,01261	$\omega$ 0,00016	$\omega$ 0,0000027
60 — .....	1,01252	0,00009	0,0000015
60 — .....	1,01243	0,00009	0,0000015
60 — .....	1,01234	0,00009	0,0000015
60 — .....	1,01225	0,00009	0,0000015
60 — .....	1,01219	0,00006	0,0000010
60 — .....	1,01217	0,00002	0,0000003
60 — .....	1,01216	0,00001	0,00000015
60 — .....	1,01215	0,00001	0,00000015

La comparaison de ces chiffres montre qu'après plusieurs centaines d'oscillations, la résistance paraît tendre vers une certaine limite. En réalité, si on continuait les séries d'oscillations, il se produirait encore de petites variations de résistance, trop petites pour être mesurables, et qui portent le nom de *variations séculaires*.

II. Lorsqu'une série d'oscillations entre les températures  $T_0$  et  $T_1$  a amené la résistance du fil à une valeur  $\rho$ , très rapprochée de la limite correspondante à ces deux températures, si on produit une perturbation en portant le fil à une température  $T_1$  plus élevée que  $T_1$  et qu'on recommence à la faire osciller entre  $T_0$  et  $T_1$ , la nouvelle valeur  $\rho_1$  de la limite est très différente de la première.

C'est ce que montre le tableau suivant :

## FIL ALLIAGE PLATINE-ARGENT.

Tableau n° 5.

Le fil a été maintenu alternativement 3 minutes à  $S_1$  et 3 minutes à  $T_1$ .

La perturbation à  $T_1$  a duré 5 minutes.

$T_0 = 12^\circ$ .

$T_1 = 200^\circ$ .

$T_2 = 400^\circ$ .

MODIFICATIONS SUBIES PAR LE FIL	VALEUR (en ohms) de la RÉSISTANCE A $T_0$	DIMINUTION de la RÉSISTANCE	DIMINUTION moyenne PAR OSCILLATION
Point de départ.....	$\omega$ 1,00905		
60 oscillations.....	1,00890	$\omega$ 0,00015	$\omega$ 0,0000025
60 — .....	1,00884	0,00006	0,0000010
60 — .....	1,00880	0,00004	0,0000007
60 — .....	1,00877	0,00003	0,0000005
60 — .....	1,00876	0,00001	0,0000001
60 — .....	1,00875	0,00001	0,0000001
Perturbation à $T_1$ .....	1,01135		
60 oscillations.....	1,01122	0,00013	0,0000022
60 — .....	1,01115	0,00007	0,0000012
60 — .....	1,01108	0,00007	0,0000012
60 — .....	1,01102	0,00006	0,0000010
60 — .....	1,01096	0,00006	0,0000010
60 — .....	1,01091	0,00005	0,0000008
60 — .....	1,01086	0,00005	0,0000008
60 — .....	1,01081	0,00005	0,0000008
60 — .....	1,01097	0,00004	0,0000007
60 — .....	1,01093	0,00004	0,0000007
60 — .....	1,01089	0,00004	0,0000007
60 — .....	1,01086	0,00003	0,0000005
60 — .....	1,01084	0,00002	0,0000003

Comme on le voit, les deux limites

$$\rho_1 = 1,00875,$$

$$\rho_2 = 1,01084,$$

sont très éloignées l'une de l'autre, et le déplacement de la limite

$$\rho_2 - \rho_1 = 0,00209$$

a une valeur très notable.

## Sur un théorème approché relatif aux systèmes affectés d'hystérésis :

Par M. P. DUHEM.

Considérons un système défini par deux variables normales, par exemple son volume spécifique  $v$  et une variable  $x$  qui représente un changement d'état allotropique ou chimique. Supposons ces deux variables affectées de coefficients d'hystérésis  $f_v, f_x$ , très petits. Imaginons, enfin, que l'on fasse varier une des conditions dont dépend le système, par exemple la température  $T$ . Chaque état du système sera représenté par un point dans l'espace des  $T, v, x$ .

Prenons un état initial bien déterminé  $(T_0, v_0, x_0)$  et faisons subir à la température certaines variations qui l'amènent à une valeur finale  $T$ .

1° Prenons, dans le même état initial, un *premier système fictif* pour lequel on ait  $f_x = 0, f_v = 0$ . Les mêmes variations de la température l'amèneraient à un état final représenté par le point  $\mu(T, u, \xi)$ .

2° Prenons, dans le même état initial, un *deuxième système fictif* pour lequel on ait  $f_x = 0, f_v$  ayant la même expression que dans le système réel. Les mêmes variations de la température l'amèneraient en un état final représenté par le point  $M_v(T, v_v, x_v)$ .

3° Prenons, dans le même état initial, un *troisième système fictif* pour lequel on ait  $f_v = 0, f_x$  ayant même expression que dans le système réel. Les mêmes variations de la température l'amèneraient en un état final représenté par le point  $M_x(T, v_x, x_x)$ .

Le système réel parvient, lui, à un état final représenté par le point  $M(T, v, x)$ .

On a sensiblement

$$(1) \quad x - \xi = x_v - \xi + x_x - \xi,$$

$$(2) \quad v - u = v_v - u + v_x - u,$$

ce qui équivaut à l'équipollence

$$(3) \quad \mu M \equiv \mu M_v + \mu M_x.$$

Ce théorème est précieux, car il ramène, dans le cas où les coefficients d'hystérésis sont très petits, l'étude difficile d'un système où deux variables sont affectées d'hystérésis, à l'étude, beaucoup plus aisée, de trois systèmes fictifs, tous trois dépendant de deux variables normales hors la température, mais dont l'un n'est point affecté d'hystérésis, tandis qu'en chacun des deux autres, une seule variable est affectée d'hystérésis. Nous avons démontré ce théorème dans un travail qui sera publié prochainement au *Zeitschrift für physikalische Chemie*.

Dans le cas particulier où la valeur finale  $T$  de la température est identique à sa valeur initiale, le point  $\mu$  coïncide avec le point  $M_v$  et l'on n'a plus à s'occuper que des deux derniers systèmes fictifs. Le théorème précédent prend alors une forme plus simple que nous avons indiquée depuis longtemps et dont M. Marchis a fait un grand usage dans la discussion de ses recherches expérimentales sur les modifications permanentes du verre.

Peut-on faire usage d'un théorème analogue dans des recherches sur les variations permanentes de la résistance électrique des métaux, comme celles que M. H. Chevallier vient de communiquer à la Société? Il est aisé de répondre affirmativement.

La résistance spécifique du fil est une fonction des variables  $v, x, T, r(v, x, T)$ . Soient  $L_0, S_0$ , la longueur initiale et la section initiale du fil; soient  $L, S$ , la longueur finale et la section finale. La résistance initiale est

$$R_0 = \frac{L_0 r(v_0, x_0, T)}{S_0}.$$

La résistance finale est

$$R = \frac{L r(v, x, T)}{S}.$$

Si, d'ailleurs, on suppose que le fil se dilate en restant semblable à lui-même, on a

$$\frac{L}{L_0} = \frac{S^{\frac{1}{3}}}{S_0^{\frac{1}{3}}} = \frac{v^{\frac{1}{3}}}{v_0^{\frac{1}{3}}}$$

et, par conséquent,

$$R = \frac{L_0 v_0^{\frac{1}{3}}}{S_0} \frac{r(v, x, T)}{v^{\frac{1}{3}}}$$

ou, en désignant par  $K_0$  une valeur qui dépend uniquement de l'état initial

$$R = K_0 \frac{r(v, x, T)}{v^{\frac{1}{3}}}.$$

Les résistances finales du premier, du second et du troisième système fictif auront respectivement pour valeur

$$\rho = K_0 \frac{r(u, \xi, T)}{u^{\frac{1}{3}}},$$

$$R_v = K_0 \frac{r(v, x_v, T)}{v^{\frac{1}{3}}},$$

$$R_x = K_0 \frac{r(v, x_x, T)}{v_x^{\frac{1}{3}}}.$$

Si l'on observe que les quantités

$$\begin{array}{ccc} x_v - \xi, & x_x - \xi, & x - \xi, \\ v_v - u, & v_x - u, & v - u, \end{array}$$

sont très petites, on voit que l'on a

$$R_v - \rho = K_0 \left[ \frac{\partial}{\partial u} \frac{r(u, \xi, T)}{u^{\frac{1}{3}}} (v_v - u) + \frac{1}{u^{\frac{1}{3}}} \frac{\partial r(u, \xi, T)}{\partial \xi} (x_v - \xi) \right],$$

$$R_x - \rho = K_0 \left[ \frac{\partial}{\partial u} \frac{r(u, \xi, T)}{u^{\frac{1}{3}}} (v_x - u) + \frac{1}{u^{\frac{1}{3}}} \frac{\partial r(u, \xi, T)}{\partial \xi} (x_x - \xi) \right],$$

$$R - \rho = K_0 \left[ \frac{\partial}{\partial u} \frac{r(u, \xi, T)}{u^{\frac{1}{3}}} (v - u) + \frac{1}{u^{\frac{1}{3}}} \frac{\partial r(u, \xi, T)}{\partial \xi} (x - \xi) \right].$$

En vertu des égalités (1) et (2), ces égalités donnent :

$$(4) \quad R - \rho = R_v - \rho + R_x - \rho.$$

Dans le cas particulier où se place M. H. Chevallier,  $T$  étant égal à  $T_0$ ,  $\rho$  est égal à  $R_0$ ; l'égalité précédente devient simplement

$$(5) \quad R - R_0 = R_v - R_0 + R_x - R_0.$$

La modification permanente de la résistance, observée après une variation donnée de la température, est la somme algébrique des modifications permanentes qu'éprouveraient, après la même variation de température, la résistance d'un fil où la variable  $v$  serait seule affectée d'hystérésis et la résistance d'un fil où la variable  $x$  serait seule affectée d'hystérésis.

*Séance du 23 mars 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. RENOUS.

### **Sur les $\nu$ -cycles des $2\nu + 1$ éléments;**

Par M. G. BRUNEL.

Avec  $2\nu + 1$  éléments  $0, 1, 2, \dots, 2\nu$  on peut former  $(2\nu + 1)\nu$  duades. Lorsque  $\nu$  est égal à 3, on sait que l'on peut distribuer en triades les 21 duades formées avec 7 éléments. De même lorsque  $\nu$  est égal à 4, nous avons établi l'existence de systèmes de quadricycles contenant les 31 duades formées avec 9 éléments.

D'une façon plus générale, on peut distribuer les  $\nu(2\nu + 1)$  duades formées avec  $\nu$  éléments en un système de  $\nu$ -cycles contenant toutes les duades et chacune d'elles une seule fois. On peut même former un système à constitution circulaire, c'est-à-dire tel que les divers cycles se déduisent de l'un quelconque d'entre eux en ajoutant un même nombre aux éléments qui constituent le cycle.

C'est ainsi que nous avons les tableaux suivants :

$$\nu=3 \quad a \quad a+1 \quad a+3 \quad (a=0,1,\dots, 6) \pmod{7}.$$

$$\nu=4 \quad a \quad a+1 \quad a+8 \quad a+5 \quad (a=0,1,\dots, 8) \pmod{9}.$$

$$\nu=5 \quad a \quad a+1 \quad a+10 \quad a+2 \quad a+6 \quad (a=0,1,\dots,10) \pmod{11}.$$

L'un de ces tableaux, le dernier par exemple, fournit toutes les duades sans répétition parce que les différences entre les éléments consécutifs (le dernier élément étant considéré comme voisin du premier) sont les nombres

$$1 \quad 9 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

ou en faisant les différences de droite à gauche

$$10 \quad 2 \quad 8 \quad 7 \quad 6$$

c'est-à-dire les compléments à 11 des chiffres de la ligne précédente. Les diverses duades dont les éléments diffèrent de  $k$  ou de  $11 - k$  figurent donc dans deux colonnes voisines du tableau.

Lorsque  $\nu$  est quelconque, écrivons sur deux lignes les  $2\nu$  nombres

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & k & \dots & \nu, \\ 2\nu & 2\nu - 1 & 2\nu - 2 & 2\nu + 1 - k & \dots & \nu + 1, \end{array}$$

et supposons que nous puissions former en prenant l'un des deux nombres de chacun des  $\nu$  colonnes une suite

$$a_0 \cdot a_1 \cdot a_2 \quad \dots \quad a_k \quad \dots \quad a_\nu,$$

telle que

$$\sum a_k \equiv 0 \pmod{2\nu + 1},$$

les nombres  $a_k$  ordonnés convenablement constitueront une suite de différences qui permet d'écrire un système de  $\nu$ -cycles. Il suffit de choisir pour l'ordre des nombres  $a_k$  un ordre tel que, en faisant la somme de ces quantités consécutives à partir de l'une quelconque d'entre elles, on n'obtienne jamais un multiple de  $2\nu + 1$  avant de les avoir épuisées toutes, ou en d'autres termes il suffit que l'ordre de ces quantités soit tel

que tous les nombres  $\sum_1^p a_k$  soient distincts relativement au module  $2\nu + 1$ . Soit par exemple  $\nu = 6$ , la suite des différences

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 6,$$

nombres dont la somme est égale à  $26 = 2.13$  donne comme sommes consécutives relativement au module 13 les sommes

$$1, 3, 6, 2, 7, 0$$

qui sont toutes différentes et on aura un système de 6-cycles

$$a \quad a + 1 \quad a + 3 \quad a + 6 \quad a + 2 \quad a + 7;$$

mais si nous disposons les mêmes nombres dans l'ordre

$$1 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 6,$$

nous obtiendrons les sommes consécutives

$$1, 4, 0; 2, 7, 0,$$

ce qui conduit non pas à un système de 6-cycles, mais à deux systèmes de 3-cycles ou triades

$$a \quad a + 1 \quad a + 4; \quad a \quad a + 2 \quad a + 7.$$

Prenons encore l'exemple  $\nu = 7$ ; avec des nombres pris dans les 7 colonnes

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 14 & 13 & 12 & 11 & 10 & 9 & 8 \end{array}$$

nous pouvons former la suite

$$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 10$$

dont la somme est égale à  $45 = 3.15$ ; les sommes consécutives prises relativement au module 15 sont

$$1, 3, 7, 14, 8, 5, 0$$

qui fournissent un système de 7-cycles

$$a \quad a + 1 \quad a + 3 \quad a + 7 \quad a + 14 \quad a + 8 \quad a + 5;$$



mais si nous disposons les mêmes nombres dans l'ordre

$$1 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10,$$

nous obtenons les sommes

$$1, 3, 0; \quad 4, 11, 5, 0$$

qui permettent de distribuer les duades de 15 éléments en un système double de tricycles d'une part et de quadricycles de l'autre :

$$a \quad a + 1 \quad a + 3; \quad a \quad a + 4 \quad a + 11 \quad a + 5.$$

### **Sur l'interrupteur électrolytique de Wehnelt;**

Par M. BERGONIÉ.

M. Bergonié présente à la Société un interrupteur électrolytique de Wehnelt, qu'il vient de recevoir d'Allemagne. Il reproduit avec cet appareil les expériences fondamentales auxquelles il se prête (production des étincelles en chenille, radioscopie).

### **Action du sélénium en excès sur le potassammonium et le sodammonium.**

Par M. C. HUGOT.

Le soufre, le sélénium, le tellure, en présence d'un excès d'ammonium alcalin, donnent naissance aux composés  $\text{Na'S}$  et  $\text{K'S}$ ,  $\text{Na'Se}$  et  $\text{K'Se}$ ,  $\text{Na'Te}$  et  $\text{K'Te}$ .

Il était tout indiqué après ces résultats de rechercher comment se comportent ces ammoniums en présence d'un excès de l'un des trois métalloïdes précédents. On est ainsi conduit à des résultats intéressants. Ceux qu'on obtient avec le sélénium font l'objet de cette communication.

Le sélénium et le métal alcalin sont introduits dans l'une

des branches de l'appareil en verre A T B décrit dans d'autres circonstances. Après avoir fermé les deux branches à la lampe, on fait condenser le gaz ammoniac dans la partie A où se trouvent les deux corps. La solution de l'ammonium alcalin d'abord mordorée perd peu à peu sa couleur et devient brune, Elle est verdâtre par transparence.

Après plusieurs heures de contact on fait passer ce liquide dans la branche B. Il laisse à découvert en A les morceaux de sélénium en excès. On entraîne le liquide brun qui enveloppe ce corps par des lavages au gaz ammoniac liquide. Lorsqu'ils sont terminés, on sépare les deux branches en fondant au chalumeau le tube qui les réunit, tout en maintenant la branche B dans un bain à  $-36^{\circ}$ .

Le sélénium en excès peut être pesé. On laisse la température du bain où se trouve le liquide en expérience se relever jusqu'à  $-26^{\circ}$  et  $-25^{\circ}$ . En maintenant autant que possible cette température, on laisse dégager tout le gaz ammoniac qui peut sortir. Le robinet du tube à dégagement reste ouvert pendant sept ou huit heures.

Lorsqu'il ne sort plus de gaz, on constate qu'il reste dans l'appareil un liquide épais de même couleur que la dissolution que l'on a fait évaporer. Ce liquide n'est stable sous la pression atmosphérique qu'au-dessous d'une température déterminée. Au-dessus il se dissocie en gaz ammoniac et un corps solide cristallisé brun foncé.

L'analyse des corps ainsi obtenus conduit aux formules :



Ces deux sélénures sont solubles dans l'eau en donnant une liqueur rouge foncé. Ils fondent vers  $300^{\circ}$  en donnant une masse rouge à cassure cristalline.

La solution rouge, obtenue en dissolvant ces composés à l'abri de l'air, traitée par les acides, laisse dégager de l'acide sélénhydrique, pendant que le sélénium en excès se précipite sous la forme de flocons rouges.

Le métal alcalin a été dosé à l'état de sulfate et le sélénium par différence.

Ces deux séléniures forment donc avec le gaz ammoniac une combinaison liquide, qui se dissout dans le gaz liquéfié en lui communiquant sa coloration.

Dans le cas du séléniure de potassium, ce liquide est stable sous la pression atmosphérique vers  $-25^{\circ}$  ou  $-24^{\circ}$ . A  $0^{\circ}$  la tension est de 220 centimètres ; la tension de vapeur du gaz ammoniac liquéfié est à la même température de 318 centimètres. Ces pressions sont ramenées à  $0^{\circ}$ . Elles sont mesurées après avoir maintenu l'appareil pendant plusieurs heures à la même température.

Le liquide que l'on obtient avec le séléniure de sodium est stable au-dessus de  $-3^{\circ}$ . Cette détermination est peu précise à cause de la difficulté que l'on rencontre à maintenir cette température constante. A  $15^{\circ}$  sa tension est de 96 centimètres. La tension de vapeur du gaz liquéfié à cette même température est égale à 542.

On a dit plus haut que le sélénium en excès était lavé au gaz ammoniac liquéfié. Il est important pour la pureté des corps obtenus de rechercher si dans ces lavages on ne dissout pas un peu de sélénium.

MM. E.-C. Franklin et C.-A. Kraus ont publié récemment un mémoire où ils étudient le gaz ammoniac liquide en tant que dissolvant <sup>(1)</sup>. Ils ont déterminé approximativement la solubilité de cinq cents substances dans ce liquide. Ils classent ces substances en corps extrêmement solubles, très solubles, assez solubles, peu solubles, très peu solubles et insolubles. Ils ont opéré à  $-38^{\circ}$  sous la pression atmosphérique avec du gaz ammoniac liquide qu'on emploie dans le commerce pour la fabrication de la glace. Ils placent le sélénium dans la catégorie des corps solubles.

Ils ont opéré ensuite à une température plus élevée. Le

(1) E.-C. Franklin et C.-A. Kraus, *American chemical Journal*, p. 820, décembre 1898, vol. 20, n° 10.

sélénium était placé avec le gaz ammoniac liquide dans un tube qu'on scellait à la lampe en le maintenant dans un bain à  $-38^{\circ}$ . MM. Franklin et Kraus laissent ensuite la température remonter à  $+25^{\circ}$ . Ils trouvent alors que le sélénium se dissout lentement en donnant une liqueur dont la couleur rappelle celle que l'on obtient avec le soufre.

J'ai déjà eu l'occasion d'indiquer en quelques lignes les résultats obtenus dans l'action du gaz ammoniac liquide sur le sélénium<sup>(1)</sup>. On avait maintenu pendant huit jours l'appareil contenant le sélénium et le gaz liquide dans la glace fondante ou dans un mélange de glace et de sel. Au bout de quarante-huit heures le liquide avait légèrement bruni. L'appareil qui a servi dans ces expériences, se compose de deux branches parallèles réunies par un tube étroit. Aussi a-t-on pu faire passer le liquide dans la deuxième branche, puis faire distiller le gaz ammoniac pour le ramener au contact du sélénium. Après une ou deux opérations semblables, le liquide est resté incolore. Une pesée du sélénium à la fin de ces expériences n'a indiqué qu'une perte de quelques milligrammes.

Enfin on conserve au laboratoire un tube scellé où se trouvent enfermés depuis quatre mois un morceau de sélénium et quelques centimètres cubes de gaz ammoniac liquide. Cette liqueur n'a pas bruni.

On a opéré soit avec de l'ammoniac liquide du gaz de commerce, soit avec du gaz pur liquéfié au laboratoire. On est toujours arrivé au même résultat; mais dans tous les cas on a toujours employé un liquide débarrassé des traces d'eau qu'il pouvait contenir.

Ce désaccord entre ces résultats et ceux de MM. Franklin et Kraus vient probablement de ce qu'ils n'ont pas opéré avec du sélénium pur et du gaz liquide absolument anhydre. Il n'y a rien d'étonnant qu'avec du sélénium du commerce ils obtiennent une solution rappelant celle du soufre.

<sup>(1)</sup> *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, séance du 25 novembre 1898.*

Des expériences précédentes, dont une partie a été exécutée en 1897, il résulte qu'on peut laver sans inconvénient pendant une journée le sélénium avec le gaz ammoniac liquéfié.

Du reste, les résultats obtenus en opérant ainsi sont parfaitement concordants.

Le soufre a également donné un liquide rouge qui est une combinaison de sulfure avec le gaz ammoniac. Ce liquide est stable sous la pression atmosphérique à  $+ 7^{\circ}$ . Il donne en se dissociant un corps cristallisé rouge.

### **Action du sodammonium et du potassammonium en excès sur le tellure.**

Par M. C. HUGOT.

L'action des ammoniums alcalins sur le sélénium pur donne deux séléniures anhydres, blancs, amorphes, solubles dans l'eau, dont les formules correspondent à  $\text{Na}^{\circ}\text{Se}$  et  $\text{K}^{\circ}\text{Se}$ . Leur préparation et leurs propriétés ont été décrites dans une communication faite à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux le 12 janvier 1899.

Le tellure, en présence d'un excès des ammoniums alcalins dissous dans le gaz ammoniac liquéfié, donne également deux tellurures amorphes et anhydres  $\text{Na}^{\circ}\text{Te}$  et  $\text{K}^{\circ}\text{Te}$ . Comme les séléniures correspondants, ils sont insolubles dans le gaz ammoniac liquéfié. Cette préparation ne présente aucun phénomène qui la distingue du cas du sélénium. Il est cependant assez difficile d'empêcher la formation de tellurures plus tellurés, solubles dans le gaz ammoniac liquide. On entraîne ces composés par des lavages qui enlèvent en même temps le métal alcalin en excès.

Le métal en excès, qui est ainsi entraîné dans la seconde branche de l'appareil, peut, comme cela a été indiqué dans des cas identiques, être pesé ou dosé par la mesure du volume d'hydrogène qui se dégage sous l'action ménagée de l'eau.

Les tellurures ainsi préparés sont dissous dans l'eau privée d'air. Cette dissolution, traitée par un acide, laisse dégager de l'acide tellurhydrique pendant qu'il se dépose un peu de tellure. Dans la liqueur filtrée, on dose le métal alcalin à l'état de sulfate. Le tellure est obtenu par différence.

Il est important pour une préparation, où il entre aussi peu de matière, d'avoir du tellure absolument pur. Pour arriver à ce but, on est parti du tellure vendu dans le commerce. En le traitant par l'acide azotique pur étendu, on le transforme en acide tellureux, insoluble dans l'eau. On le lave à l'eau froide par décantation et le dissout dans l'acide chlorhydrique pur. Le tellure peut être précipité de cette solution sous forme d'une poudre brune par un courant de gaz sulfureux.

On recommence sur cette poudre les opérations précédentes. On s'est assuré que le tellure ainsi préparé ne contenait pas de sélénium. On emploie pour cela le mode de dosage du tellure indiqué par M. Metzner <sup>(1)</sup>, qui permet en même temps de le séparer du sélénium.

On transforme le tellure en sulfate  $2\text{TeO}_3, \text{SO}_3$  en l'attaquant par un mélange chaud d'acide nitrique et d'acide sulfurique. La dissolution se fait très régulièrement. Évaporée lentement, elle laisse déposer des cristaux très nets, légers, qui ressemblent à l'acide borique en paillettes. Comme l'indique M. Metzner, le sélénium, dans ces conditions, ne donne pas de sulfate, ou celui-ci, qui est instable, disparaît entièrement par la calcination sans entraîner de tellure.

Le tellure précipité, même lavé à l'abri de l'air avec de l'eau privée d'air, s'oxyde légèrement. Pour être sûr d'avoir du tellure parfaitement pur, on a employé la décomposition de l'hydrogène telluré <sup>(2)</sup>. On a obtenu ainsi de longues aiguilles de tellure. C'est ainsi que M. Metzner a opéré pour se procurer du tellure parfaitement pur destiné à la détermination du poids atomique de ce dernier corps.

(1) M. Metzner, *Ann. Ch. et Phys.*, 7<sup>e</sup>, t. XV, p. 265.

(2) M. Ditte, *Annales scient. de l'Éc. normale sup.*, 2<sup>e</sup> série, t. I, p. 293.

Cette méthode, qui malheureusement donne un faible rendement, ne peut être employée pour avoir de grandes quantités de tellure. Il est vrai que la méthode actuelle de préparation des tellures ne permet pas d'opérer sur de grandes masses. On a cependant employé ce tellure cristallisé pour préparer des échantillons de tellures sur lesquels devaient s'effectuer les analyses.

Comme dans le cas du sélénium, on peut remarquer que les tellures obtenus par cette méthode sont très purs.

En chauffant du tellure avec du potassium ou du sodium, Davy obtient un composé couleur cuivre sombre, à cassure cristalline. Cette opération s'effectue avec un grand dégagement de chaleur.

En fondant du tellure avec de la potasse très concentrée, on obtient un mélange de tellure et de tellurite de potassium (Berzélius).

Davy a essayé de préparer du tellure de potassium en électrolysant une solution de potasse avec du tellure comme cathode. Il se forme bien un peu de tellure qui se dissout en un liquide rouge, mais il est réduit par l'hydrogène qui se dégage à l'anode.

En chauffant du tellurite de potassium avec du charbon, Davy a eu le même insuccès.

La préparation par un courant d'hydrogène telluré dans une dissolution concentrée de potasse présente les mêmes inconvénients que les méthodes précédentes.

Les tellures préparés par l'action des ammoniums alcalins en excès sur le tellure dissous dans l'eau donnent à l'air une liqueur qui devient rapidement violette, puis rouge. La surface se recouvre également d'une pellicule de tellure qu'on peut faire précipiter complètement par un courant d'air.

*Séance du 13 avril 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

## Sur quelques dérivés oxaliques complexes du palladium;

Par M. LOISELEUR.

I. — En 1888, Söderbaum, dans une étude détaillée des composés oxaliques du platine (*Studier öfver platooxalylföreningar*, Upsala, 1888), a signalé l'existence d'un acide platooxalique, assez stable en solution moyennement étendue, auquel il a été conduit à attribuer la formule :  $H^2(C^2O^4)^1Pt + Aq$ , et dont il a déduit toute une série de sels bien cristallisés, les platooxalates.

En raison des nombreuses analogies qui existent entre les composés du platine et ceux du palladium, il était naturel de se demander s'il ne serait pas possible d'obtenir avec le palladium des dérivés oxaliques analogues à l'acide platooxalique et aux platooxalates. C'est le travail que j'ai entrepris dans le laboratoire de chimie minérale de la Faculté des Sciences de Bordeaux, et dont je désire communiquer ici les premiers résultats.

En 1842, Kane (*Philos. Trans.*, t. CXXXII, p. 297) obtint le premier, en dissolvant dans une dissolution de bioxalate d'ammonium de l'oxyde palladeux fraîchement précipité, un « oxalate double de palladium et d'ammonium » répondant à la formule :

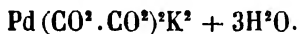


Ce corps, incomplètement étudié, est resté jusqu'en 1898 le seul représentant connu des composés oxaliques du palladium. Fischer a signalé, il est vrai (*Pogg. Ann.*, t. LXXI, p. 443, 1847) la production d'une poudre jaune, insoluble dans l'eau, lorsqu'on verse goutte à goutte une solution d'oxalate de potassium dans une solution de chlorure palladeux; mais il ne l'a point analysée, et s'il la considère comme un oxalate double de palla-



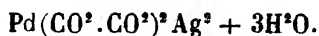
dium et de potassium, Berzélius, au contraire (*Traité de Chimie*, 2<sup>e</sup> édit. française, trad. Hoefer et Esslinger, t. IV, p. 314; 1847) l'envisage comme un sel simple du palladium, l'oxalate palladeux.

Le corps que Fischer préparait ainsi est vraisemblablement le palladooxalate de potassium que M. M. Vèzes a récemment obtenu par une simple réaction d'échange, en faisant agir, à l'ébullition, un excès d'acide oxalique sur une solution de palladonitrite de potassium  $\text{Pd}(\text{AzO}^*)^2\text{K}^2$  (Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, séance du 17 mars 1898). Par refroidissement, il se dépose de fines aiguilles jaune foncé, qui correspondent à la formule :



Ce corps s'obtient d'ailleurs plus aisément en versant dans une solution chaude et concentrée de chloropalladite de potassium  $\text{PdCl}^2\text{K}^2$  une solution concentrée d'oxalate neutre de potassium (M. Vèzes, *Bulletin de la Société Chimique de Paris*, 3<sup>e</sup> série, t. XXI, p. 172; 1899). C'est en partant du corps ainsi préparé que j'ai pu obtenir les quelques composés nouveaux qui font l'objet de cette note.

II. — Si l'on verse une dissolution concentrée et chaude de palladooxalate de potassium dans une dissolution chaude d'azotate d'argent, on observe la formation immédiate d'un précipité blanc jaunâtre au sein d'une eau-mère jaune clair. Cette eau-mère, après filtration, laisse déposer par refroidissement des aiguilles jaune d'or, agissant sur la lumière polarisée. Quant au précipité, on le redissout dans l'eau bouillante, et la dissolution obtenue laisse déposer par refroidissement des aiguilles jaune d'or, identiques aux précédentes. L'analyse de ces cristaux, desséchés à froid sur du papier à filtre, montre qu'ils répondent à la formule d'un palladooxalate d'argent hydraté :

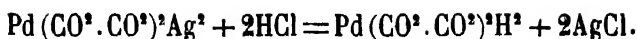


Ce sel est très peu soluble dans l'eau; il exige pour se dissoudre environ 180 fois son poids d'eau bouillante, et une bien plus forte proportion d'eau froide. Il est du reste difficile de saisir l'instant précis où sa dissolution est complète, car elle laisse généralement un léger résidu insoluble de couleur brune, dont je me propose de faire ultérieurement l'étude. Cette dissolution n'est pas très stable : lentement à froid, plus rapidement à l'ébullition, elle subit une décomposition partielle qui se manifeste par un dépôt noir de palladium à la surface du liquide et sur les parois du vase. Le sel sec subit sous l'action de la chaleur une décomposition analogue : au voisinage de 170°, il perd du gaz carbonique et laisse un résidu noir.

III. — Si l'on traite une dissolution de palladooxalate d'argent par la quantité strictement équivalente d'acide chlorhydrique, on obtient, après séparation du chlorure d'argent formé, un liquide jaune brun ne précipitant plus par l'acide chlorhydrique. Le poids de chlorure d'argent recueilli sur le filtre correspond exactement au poids d'argent contenu dans le sel employé.

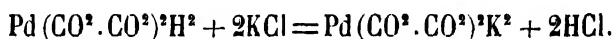
La liqueur ainsi obtenue est peu stable; elle se décompose lentement à la température ordinaire avec production de palladium métallique qui forme une couche miroitante à la surface du liquide. Néanmoins une goutte de ce liquide, évaporée rapidement sur une lame de verre, donne un solide jaune brun confusément cristallisé. En raison de la facilité avec laquelle cette dissolution se décompose, il ne m'a pas encore été possible d'obtenir ce corps sous forme solide à un état de pureté suffisant pour en faire une analyse précise. Toutefois, les réactions auxquelles il donne lieu ne laissent aucun doute sur sa constitution et permettent de le considérer comme un acide palladooxalique de formule  $\text{Pd}(\text{CO}^{\cdot}\text{CO}^{\cdot})^2\text{H}^2 + \text{Aq}$ , analogue à l'acide platooxalique de Söderbaum, et prenant naissance, dans la réaction signalée plus haut, conformé-

ment à l'équation

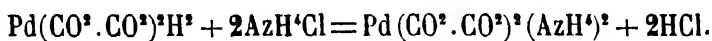


1° La réaction de sa dissolution est acide. Son acidité a été constatée en présence d'un excès de palladooxalate d'argent, et ne peut, par suite, être attribuée à l'acide chlorhydrique servant à sa préparation.

2° Cette dissolution, traitée à chaud, par une solution de chlorure de potassium, donne par refroidissement de fines aiguilles jaunes de palladooxalate de potassium, dont la formation peut s'exprimer par l'équation



IV. — Enfin, cette liqueur traitée de même par une dissolution de chlorure d'ammonium fournit de fines aiguilles jaunes d'un aspect analogue aux précédentes et auxquelles l'analyse conduit à attribuer la formule  $\text{Pd}(\text{CO}^{\cdot}\cdot\text{CO}^{\cdot})^{\cdot}(\text{AzH}^{\cdot})^{\cdot}$  d'un palladooxalate d'ammonium. On a dans ce cas



Ce sel présente au microscope un aspect semblable à celui du sel de potassium; comme lui il est peu soluble dans l'eau froide, plus soluble dans l'eau chaude; la chaleur le détruit en laissant un résidu de palladium. Il paraît exister sous plusieurs états d'hydratation différents, ce qui concorderait avec les observations de Kane.

Il est vraisemblable que des réactions analogues, dont je poursuis actuellement l'étude, fourniront de même d'autres sels de l'acide palladooxalique, formant ainsi une série parallèle à celle des platooxalates étudiés par Söderbaum.

## Sur les équations aux dérivées partielles du second ordre à caractéristiques réelles;

Par M. J. COULON.

Soit l'équation

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 U}{\partial x_p^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y_2^2} - \dots - \frac{\partial^2 U}{\partial y_q^2} = 0.$$

Nous nous proposons de déterminer une solution de cette équation finie et continue dans un certain domaine, et assujettie à prendre sur une surface donnée des valeurs données.

Pour simplifier les écritures, nous conviendrons de poser

$$\sum_i^p \frac{\partial^2 U}{\partial x_i^2} - \sum_j^q \frac{\partial^2 U}{\partial y_j^2} = \Delta^{p,q} U,$$

$$\sum_i^p \frac{\partial U}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dn} - \sum_j^q \frac{\partial U}{\partial y_j} \frac{dy_j}{dn} = D_n^{p,q} U.$$

Désignons par  $\varphi_0$  une fonction satisfaisant à  $\Delta^{p,q} U = 0$ , finie et continue ainsi que ses dérivées des deux premiers ordres dans un domaine à  $p + q$  dimensions dont la frontière est désignée par  $\omega_{p+q}$ ; soit  $\varphi$  la fonction cherchée; par le procédé qui sert à établir le théorème de Green on trouve

$$(1) \quad \int_{\omega_{p+q}} (\varphi_0 D_n^{p,q} \varphi - \varphi D_n^{p,q} \varphi_0) d\omega_{p+q} = 0.$$

Soient  $(x_0, y_0)$  les coordonnées d'un point de l'espace à  $p + q$  dimensions. Posons

$$r^2 = (x_1 - x_1^0)^2 + (x_2 - x_2^0)^2 + \dots + (x_p - x_p^0)^2,$$

$$t^2 = (y_1 - y_1^0)^2 + (y_2 - y_2^0)^2 + \dots + (y_q - y_q^0)^2,$$

et cherchons une solution particulière de la forme  $\frac{1}{r^m} \frac{1}{t^n} \varphi \left( \frac{t}{r} \right)$ .

On trouve, pour  $m = n = 0$ ,

$$\varphi_0 = \int_1^u u^{p-1} (u^2 - 1)^{\frac{p+q-4}{2}} du, \quad u = \frac{t}{r}.$$

Substituons dans la formule (1) et déterminons le champ d'intégration de la façon suivante. On considère la région pour laquelle  $\frac{t}{r} - 1 > 0$  et dans cette région le domaine limité par le cône C dont l'équation est  $\frac{t}{r} - 1 = 0$ , le cylindre R défini par  $r = \epsilon$  et la surface  $\Omega$  sur laquelle la fonction cherchée  $\varphi$  est supposée connue ainsi que ses dérivées. On étendra l'intégration à la frontière de ce domaine comprenant le sommet du cône. Pour tous les points de cette région les fonctions  $\varphi_0$  et  $\varphi$  sont finies et continues, on a donc

$$\int_{\Omega + R + C} (\varphi_0 D_n^{p,q} \varphi - \varphi D_n^{p,q} \varphi_0) d\omega_{p+q} = 0.$$

On reconnaît que l'intégrale étendue au cône est nulle; lorsque  $\epsilon$  tend vers 0, l'intégrale étendue au cylindre a pour limite

$$- 2S_p \int_{\omega_q} t^{p-2} \varphi(x^0, y) d\omega_q,$$

$2S_p$  désignant la surface de l'hypersphère de rayon 1 dans l'espace à  $p$  dimensions et  $\omega_q$  la variété limite de la surface du cylindre R. On a donc la formule

$$\int_{\Omega} (\varphi_0 D_n^{p,q} \varphi - \varphi D_n^{p,q} \varphi_0) d\omega = 2S_p \int_{\omega_q} t^{p-2} \varphi(x^0, y) d\omega_q.$$

Ce résultat suppose  $p \geq 2$ . Dans le cas où  $p = 1$ , on trouve encore un résultat semblable. On obtiendrait une formule analogue en étendant l'intégration à la région (II) pour laquelle  $\frac{t}{r} - 1 < 0$ ; par suite, si  $\Theta(x^0, y^0)$  désigne une fonction déterminée des coordonnées du point  $(x^0, y^0)$ , on aura pour trouver les deux solutions cherchées les relations

$$\begin{aligned} \Theta_I(x^0, y^0) &= 2S_p \int_{\omega_q} t^{p-2} \varphi_I(x^0, y) d\omega_q, \\ \Theta_{II}(x^0, y^0) &= 2S_q \int_{\omega_p} r^{q-2} \varphi_{II}(x, y^0) d\omega_p. \end{aligned}$$

Dans le cas où  $p$  et  $q$  sont tous les deux impairs, on peut faire sortir du signe  $\int$  la fonction  $\varphi$ . Soit  $\nabla_q$  le symbole défini par

$$\frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial y_q^2},$$

et soit  $\nabla_q^\mu$  l'opération  $\nabla_q$  répétée  $\mu$  fois. On aura

$$\nabla_q^\mu t^m = a t^{m-2\mu},$$

et par suite si nous effectuons sur les deux membres de (3) la même opération, on obtiendra,  $A$  désignant une constante,

$$\nabla_q^\mu \Theta_I(x^0, y^0) = A \int t^{p-2-2\mu} \varphi(x^0, y) d\omega_q.$$

Si  $p$  et  $q$  sont impairs, on pourra déterminer  $\mu$  de telle sorte que

$$p - 2 - 2\mu = 2 - q; \quad \mu = \frac{p + q - 4}{2},$$

et une nouvelle opération  $\nabla_q$  donnera la fonction  $\varphi(x^0, y^0)$  par l'application d'un théorème de Poisson.

On a donc finalement les deux formules

$$\nabla_q^{\frac{p+q}{2}-1} \Theta_I(x^0, y^0) = A_I \varphi_I(x^0, y^0),$$

$$\nabla_p^{\frac{p+q}{2}-1} \Theta_{II}(x^0, y^0) = A_{II} \varphi_{II}(x^0, y^0),$$

$A_I$  et  $A_{II}$  sont des constantes et  $\nabla_p$  un symbole analogue à  $\nabla_q$ ; mais où la variable  $y^0$  est remplacée par  $x^0$ .

Si l'on applique ces résultats à l'équation  $\Delta^{1m} U = 0$ , il vient

$$\Theta_I(x^0, y^0) = 2 \int_{\omega_m} \frac{\varphi_I(x^0, y)}{t} d\omega_m,$$

$$\Theta_{II}(x^0, y^0) = 2 S_m \int_{x_0}^{x_1} (x - x^0)^{m-2} \varphi_{II}(x, y^0) dx.$$

La deuxième formule donne  $\varphi_{II}$  par différentiation, quel que soit  $m$ .

La première s'applique dans le cas où  $m$  est impair et

elle permet de compléter sur ce point les recherches de M. Tedone <sup>(1)</sup>.

Dans le cas de l'équation des petits mouvements ou  $\Delta^2 U = 0$  la fonction  $\varphi_1$  est identiquement nulle et la fonction  $\varphi_2$  peut être considérée comme une extension du principe de Huyghens.

## Sur la dissociation de l'oxyde de mercure;

Par M. H. PÉLABON.

(La note est insérée dans les *Mémoires* de la Société.)

*Séance du 27 avril 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. STROHL.

## Sur un dispositif nouveau de la trompe à mercure;

Par M. C. DEBRUN.

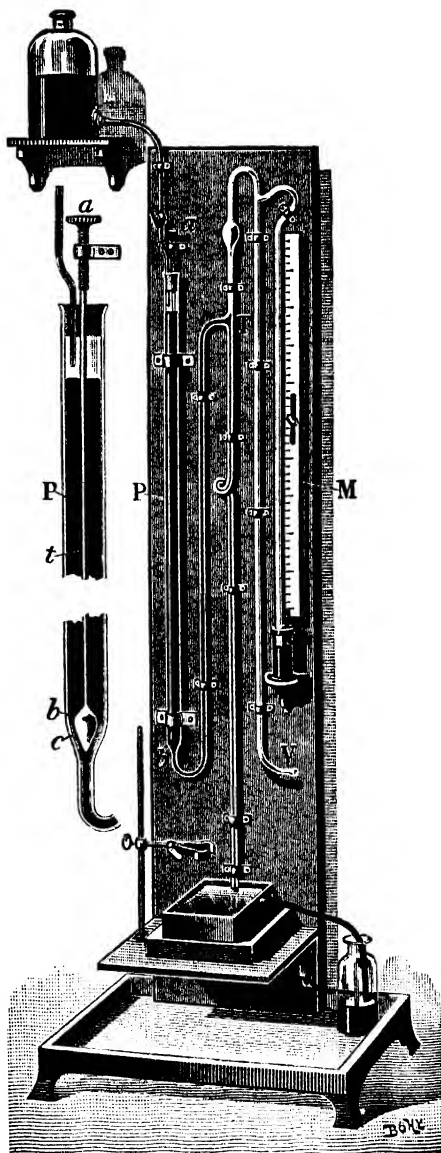
Toutes les fois que l'on veut, dans un laboratoire, se servir d'une trompe à mercure, on se trouve aux prises avec la difficulté de régler la vitesse de l'écoulement et même l'arrêt du mercure pour changer les éprouvettes qui servent à recueillir le gaz. Pour remédier à cet inconvénient, différents constructeurs placent un robinet entre le purgeur et la trompe; mais le robinet de verre, si bien ajusté qu'il soit, finit toujours par laisser rentrer l'air; d'autres, plus simplement, joignent le purgeur à la trompe au moyen d'un tube de caoutchouc à vide, serré par une pince à vis; mais sous le poids du mercure et l'action de la pince, le tube de caoutchouc ne tarde pas à se détériorer et à laisser aussi rentrer l'air.

(1) *Annali di Matematica*, série III, t. I.

Le dispositif que je propose pour régler l'écoulement ou l'arrêt du mercure ne possède pas ces inconvénients. Il consiste en un cône de verre *b* appuyant, par l'intermédiaire d'une bague de caoutchouc *c*, sur l'entrée également conique du tube qui établit la communication entre le purgeur et la trompe.

Cet obturateur ne peut laisser rentrer l'air, car il est toujours noyé dans le mercure; la distance qui le sépare de l'entrée *T* de la trompe est en effet de 90 centimètres; de cette façon, même lorsque le vide est fait et que le mercure est le plus bas possible dans le purgeur, il se trouve recouvert de 15 centimètres au moins de mercure.

Pour régler ou arrêter l'écoulement du mercure, il suffit de soulever ou d'abaisser le cône au moyen d'une vis micrométrique *a* fixée à l'extrémité supérieure de la tige en verre *t*.





**Un point d'histoire des sciences :  
la dissociation avant Deville;**

Par M. P. DUHEM.

(Voir les *Mémoires* de la Société.)

---

*Séance du 18 mai 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

---

**Sur l'allongement spontané d'un fil soumis  
à une tension constante;**

Par M. P. DUHEM.

Supposons qu'un fil métallique soit soumis à une tension qui a pour valeur  $\Theta$  par unité de surface de la section initiale; soit  $\lambda$  la dilatation longitudinale de ce fil, à partir de son état initial.

Supposons que l'on maintienne invariable la tension  $\Theta$ ; on constate que le fil s'allonge graduellement, en sorte que  $\lambda$  croît avec le temps  $t$ ; si l'on porte les valeurs de  $t$  en abscisses et les valeurs de  $\lambda$  en ordonnées, on obtient une suite de points qui, en général, se distribuent d'une manière un peu irrégulière; toutefois, il est possible de tracer une ligne régulière, qui passe à peu de distance de tous ces points; cette ligne s'élève d'abord très vite, puis de plus en plus lentement; en outre, l'ascension initiale de la courbe est d'autant plus rapide que la charge constante  $\Theta$  est plus grande.

On peut interpréter ces faits en admettant qu'il existe en un tel fil une viscosité en vertu de laquelle la dilatation linéaire  $\lambda$  d'un fil soumis à une charge  $\Theta$  croît avec le temps selon une loi qu'exprime la formule

$$(1) \quad \frac{d\lambda}{dt} = f(\lambda, \Theta).$$

La fonction positive  $f(\lambda, \Theta)$  serait une fonction croissante de  $\Theta$  et une fonction décroissante de  $\lambda$ .

Cette manière de voir, très généralement répandue, peut être soumise à un contrôle expérimental que M. Lenoble, professeur à la Faculté des sciences de Lille, a bien voulu tenter, à notre demande, et dont nous allons communiquer ici les résultats.

Imaginons que le fil soit soumis non plus à une tension invariable, mais à une tension variable, suivant une certaine loi, de telle sorte qu'à l'instant où la dilatation a la valeur  $\lambda$  la tension ait la valeur

$$(2) \quad \Theta = \theta(\lambda).$$

Soient  $\lambda_0, \lambda$  les valeurs de la dilatation aux instants  $t_0, t$ ; les égalités (1) et (2) nous donneront

$$(3) \quad t - t_0 = \int_{\lambda_0}^{\lambda} \frac{d\lambda}{f[\lambda, \theta(\lambda)]}.$$

Prenons deux fils identiques, ayant au même instant  $t_0$  la même dilatation linéaire  $\lambda_0$ ; le premier, le fil F, est soumis à une charge invariable C; le second, le fil F', est soumis à une charge variable  $\theta(\lambda)$  qui est tantôt égale, tantôt inférieure à C;  $\lambda$  étant une certaine dilatation supérieure à  $\lambda_0$ , le fil F la présentera à l'instant  $t$  et le fil F' à l'instant  $t'$ ; d'après l'égalité (3), nous aurons

$$(4) \quad t' - t = \int_{\lambda_0}^{\lambda} \left\{ \frac{1}{f[\lambda, \theta(\lambda)]} - \frac{1}{f(\lambda, C)} \right\} d\lambda.$$

$\theta(\lambda)$  étant, en général, inférieur à C, et au plus égal à C,  $f[\lambda, \theta(\lambda)]$  sera, en général, inférieur à  $f(\lambda, C)$  et au plus égal à  $f(\lambda, C)$ ; l'égalité (4) montre alors que  $(t' - t)$  est positif, ou, en d'autres termes, que *le fil F' s'allonge plus lentement que le fil F*.

Sous la forme que nous venons d'indiquer, l'expérience ne serait point réalisable par l'impossibilité où l'on est de se pro-

curer deux fils identiques; mais on peut tourner cette difficulté par l'artifice suivant :

On prend un fil F que l'on soumet à la charge invariable C et l'on étudie l'allongement de ce fil, pendant un certain temps, jusqu'à ce que sa dilatation ait pris la valeur  $\lambda_0$ ; les observations obtenues sont représentées par une certaine courbe  $c$ ; en prolongeant cette courbe au delà du point A, d'ordonnée  $\lambda_0$ , on obtient une branche  $c_1$  qui représente la loi suivant laquelle le fil continuerait à s'allonger s'il restait soumis à la tension invariable C; si l'on a poussé l'observation assez loin pour que le point A se trouve dans la région où  $\lambda$  varie très lentement, cette branche  $c_1$  peut être regardée comme bien déterminée sur une assez grande longueur.

A partir du moment où  $\lambda$  a pris la valeur  $\lambda_0$ , au lieu de laisser la tension invariable et égale à C, on la fait varier et on lui fait prendre alternativement des valeurs égales à C et inférieures à C; pour cela, il suffit d'enlever et de remettre, à de courts intervalles de temps, une demi-minute par exemple, une petite partie (20 gr. ou 50 gr.) de la charge C, en prenant des précautions pour éviter tout choc; les observations se placent sur une courbe  $c'$ , issue du point A, et distincte de la courbe  $c_1$ .

*D'après l'hypothèse précédente, la courbe  $c'$  doit être, à partir du point A, tracée en entier au-dessous de la courbe  $c_1$ .*

M. Lenoble a fait divers essais par la méthode que nous venons d'indiquer, et tous ces essais lui donnent le résultat que voici :

*Non seulement, à partir du point A, la courbe  $c'$  n'est pas tracée en entier au-dessous de la courbe  $c_1$ , mais si on réunit par une courbe  $c''$  tous les points de la courbe  $c'$  qui correspondent à la valeur maxima C de la tension  $\theta(\lambda)$ , la courbe  $c''$  monte un peu plus rapidement, à partir du point A, que la courbe  $c_1$ .*

Ce résultat est incompatible avec l'hypothèse qu'exprime l'égalité (1).

Ce résultat, au contraire, s'accorde fort bien avec une autre hypothèse, émise par divers physiciens, notamment M. Brillouin, M. Herbert Tomlinson, M. Cantone, pour expliquer les transformations progressives de certains systèmes soumis à des actions sensiblement invariables. Cette hypothèse, sur laquelle nous avons insisté à plusieurs reprises, peut, dans le cas actuel, se formuler de la manière suivante :

La viscosité supposée par l'égalité (1) n'existe pas; en revanche, le fil est affecté d'hystérèsis et susceptible de déformations permanentes; soumis à une charge rigoureusement invariable, dans des conditions rigoureusement invariables, le fil atteindrait bientôt un état d'équilibre et cesserait de se dilater; mais il n'existe ni charge rigoureusement invariable, ni conditions rigoureusement fixes, les petites variations de la température et de la pression atmosphérique, les secousses et vibrations de toute sorte, produisent de petites, mais nombreuses, déformations permanentes, toutes de même sens, qui produisent l'effet d'un allongement régulier et progressif, d'autant plus rapide que les conditions dans lesquelles se trouve le fil sont moins bien réglées; or, l'expérience de M. Lenoble consiste à superposer aux causes accidentelles de dérèglement un dérèglement systématique; elle doit donc accroître la rapidité de l'allongement du fil.

Elle doit être rapprochée d'une expérience capitale faite par M. Marchis (1), au sujet de la contraction du verre par le recuit.

(1) L. Marchis, *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 4 mars 1897.

## Asphyxie spontanée et production d'alcool dans les tissus profonds des tiges ligneuses poussant dans les conditions naturelles :

Par M. H. DEVAUX.

En poursuivant l'étude des échanges gazeux des plantes ligneuses, j'ai été frappé de voir combien l'atmosphère interne de leurs tiges est relativement pauvre en oxygène. Souvent la proportion de ce gaz descend au-dessous de 10 0/0. Or, cette proportion n'est qu'une moyenne : elle correspond au mélange des atmosphères des tissus superficiels avec les atmosphères des tissus profonds. Les premières sont nécessairement plus pures que les secondes, et il est certain, *a priori*, que les tissus profonds des tiges ligneuses n'ont à leur disposition qu'un air pauvre en oxygène et se renouvelant difficilement. Ces tissus seront donc en état d'asphyxie dès que, par exemple, la respiration deviendra un peu intense sous l'influence d'une température élevée. Peut-être même cette asphyxie existe-t-elle à la température ordinaire dans les tissus les plus profonds des grosses tiges ligneuses. Examinons ces deux points.

*Action d'une température élevée.* — La respiration monte rapidement avec la température. Pour le fusain, par exemple, elle est 5 fois plus petite à 35° qu'à 17° (1).

1° J'ai placé des tiges ligneuses vivantes dans une étuve à 35° ; des sujets semblables, servant de témoins, ont été laissés au laboratoire, à la température de 16 à 19°. Au bout de 1 à 3 jours la composition de l'atmosphère interne, devenue constante, indiquait les proportions centésimales suivantes d'oxygène :

	OXYGÈNE 0/0 à 17°.	OXYGÈNE 0/0 à 35°.
<i>Prunus spinosa</i> .....	10,54	0,46
<i>Populus pyramidalis</i> ..	16,32	8,62
<i>Vitis vinifera</i> .....	9,38	0,22
— .....	13,12	4,04
<i>Corylus avellana</i> .....	9,72	0,52
<i>Castanea vulgaris</i> .....	10,08	0,48

(1) D'après les recherches de MM. Bonnier et Mangin.

On voit que l'oxygène a dû manquer pour plusieurs sujets, dans les tissus profonds, la petite proportion trouvée provenant certainement des tissus superficiels.

2° C'est ce que démontre, en effet, d'une manière évidente le changement de valeur du rapport respiratoire  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$ . Ce rapport, indiquant le quotient de  $\text{CO}^2$  dégagé par l'oxygène absorbé, est normalement constant et plus petit que l'unité, à n'importe quelle température<sup>(1)</sup>. Or, ici, il augmente toujours et devient plus grand que l'unité (sauf pour *Thuya*) quand l'intensité respiratoire s'accroît :

	RESPIRATION COMPARÉE.	
	$\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$ à 17-18°.	$\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$ à 35°.
<i>Castanea vulgaris</i> .....	0,97	3,91
<i>Pirus domestica</i> .....	0,81	1,61
<i>Alnus glutinosa</i> .....	0,80	1,04
<i>Ulmus campestris</i> .....	0,98	1,34
<i>Sambucus nigra</i> .....	0,87	1,04
<i>Ficus carica</i> .....	1,50	2,71
<i>Thuya occidentalis</i> ....	0,75	0,82

L'augmentation, souvent considérable, du rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$  avec la température, est l'indice d'une production accessoire de  $\text{CO}^2$ . Cette production ne peut venir que d'une *fermentation propre*, d'une décomposition du sucre des cellules vivantes luttant contre l'asphyxie. On sait que cette lutte donne naissance à de l'alcool en même temps qu'à du  $\text{CO}^2$ .

3° J'ai donc recherché l'alcool dans les tiges ligneuses placées à l'étuve à 35°. Des tiges et des branches de plantes ligneuses diverses, *Alnus glutinosa*, *Castanea vulgaris*, *Corylus avellana*, *Quercus pedunculata*, *Robinia pseudo-acacia*, *Salix capræa*, *Vitis vinifera*, etc., ayant de 2 à 8 cen-

(1) Bonnier et Mangin, *La Fonction respiratoire chez les végétaux* (*Annales des Sciences naturelles*, VII<sup>e</sup> série, II, 1885).

timètres de diamètre, ont séjourné dans cette étuve pendant un ou plusieurs jours. Puis elles ont été débitées en copeaux, qui ont été soumis à la distillation en présence d'un grand excès d'eau. J'ai ainsi obtenu des quantités sensibles d'alcool. Ce corps a été caractérisé :

1° Par les stries mobiles qui apparaissent durant la distillation au point de condensation des vapeurs.

2° Par le compte-gouttes de Duclaux.

3° Par la réaction de l'iodoforme.

L'alcool existait donc certainement dans ces tiges. De sorte que les trois preuves indépendantes que nous avons invoquées (atmosphère interne, rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$ , et présence de l'alcool) concordent d'une manière satisfaisante et prouvent ensemble qu'une asphyxie partielle existe dans les tiges ligneuses à la température de 35°.

*Température ordinaire.* — L'asphyxie partielle existe encore à la température ordinaire, comme permet de le soupçonner pour *Ficus carica* le rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}} = 1.50$ . Car des tiges ligneuses distillées directement aussitôt après avoir été cueillies, ont toutes fourni de l'alcool. Les recherches ont porté sur des rameaux ou des jeunes troncs de 2 à 10 centimètres de diamètre. La température extérieure (avril-mai) variait de 12° à 20° environ. L'alcool a été caractérisé comme dans le cas précédent. Sa proportion était toujours moindre que dans les tiges semblables ayant séjourné à l'étuve à 35°. (*Prunus* 2 fois moindre, *Corylus* 5 à 6 fois). Cette proportion, déterminée au compte-gouttes Duclaux, et aussi par un appareil à réfraction, est difficile à apprécier à cause de la présence fréquente d'essences : elle varie entre 0<sup>cc</sup>1, et 1 centimètre cube d'alcool absolu par kilogramme de bois frais.

La production constante d'alcool par les parties végétatives des plantes aériennes est un fait important sur lequel il y aura lieu de revenir.

CONCLUSIONS. — 1° *Les tissus profonds des tiges ligneuses sont, à partir d'un certain diamètre, en état d'asphyxie. L'oxygène libre leur manque; ils subissent la fermentation propre, avec dégagement de CO<sup>2</sup> et d'alcool.*

2° *Cette asphyxie partielle est augmentée par une élévation de température; mais elle existe dès la température ordinaire.*

### **Sur le dosage de l'acide succinique dans les liquides fermentés;**

Par MM. J. LABORDE et L. MOREAU.

L'acide succinique est un produit constant de la fermentation alcoolique, comme l'a montré Pasteur, qui a donné une méthode pour le doser dans les liquides fermentés; mais cette méthode est incommode et inapplicable dans beaucoup de cas. M. C. Girard, qui l'a modifiée pour l'adapter au vin, évapore simplement le liquide dans le vide en présence de sable, épuise le résidu par l'éther et détermine par titrage acidimétrique la quantité d'acide succinique obtenue.

Les deux modes opératoires ont un même inconvénient, c'est d'exiger des évaporations dans le vide à la température ordinaire, opérations longues et peu pratiques dans le cas d'essais nombreux à faire simultanément. On ne peut évaporer à l'air libre et à une température plus élevée que la température ordinaire, parce que, d'après Pasteur, on perd des quantités sensibles d'acide succinique. Nous avons cherché la raison de ces pertes, et nous avons reconnu qu'elles ne sont pas dues à une volatilisation ou à un entraînement de l'acide succinique, mais à son éthérification en présence de la glycérine, comme l'indiquent les expériences suivantes :

On a évaporé à sec au bain-marie bouillant : 1° une solution aqueuse d'acide succinique contenant 0<sup>gr</sup>1 de ce corps; 2° la même solution, à laquelle on avait ajouté 0<sup>gr</sup>4 de



- glycérine; 3° on a prolongé de deux heures le séjour au bain-marie d'un autre essai pareil au précédent, après sa dessiccation complète; 4° on a ajouté à la solution d'acide succinique et de glycérine quelques gouttes d'acide chlorhydrique, et l'on a évaporé à sec. La détermination de l'acide succinique libre dans les différents essais a donné les résultats suivants :

N <sup>o</sup> DES ESSAIS.	ACIDE SUCCINIQUE RETROUVÉ.
1 .....	0 <sup>gr</sup> ,0999
2 .....	0 ,0928
3 .....	0 ,0814
4 .....	0 ,0265

Ces résultats, obtenus par des titrages acidimétriques faits dans les conditions habituelles, c'est-à-dire en employant des liqueurs froides et diluées, montrent que la perte d'acide succinique a été nulle dans le premier cas, tandis qu'elle a augmenté de plus en plus dans les autres où il y avait de la glycérine, et où les conditions étaient de plus en plus favorables à la formation d'éthers glycériques.

Ce qui prouve que c'est bien ce phénomène d'éthérification qui a pour conséquence de masquer au titrage une partie de l'acide succinique, c'est que l'on peut retrouver la quantité initiale de cet acide introduite dans l'essai en opérant le titrage de façon à saponifier les éthers produits, comme nous l'indiquerons plus loin, et comme nous l'avons fait dans les trois derniers essais; les pertes n'ont pas été supérieures à 0<sup>gr</sup>,001, et, par suite, ces éthers ne sont pas sensiblement volatils aux environs de 100°.

Il est évident que ce même phénomène d'éthérification peut se produire avec tous les liquides fermentés, puisqu'ils contiennent de la glycérine et de l'acide succinique; mais grâce à la solubilité dans l'éther ordinaire des éthers formés, le procédé que nous allons indiquer permet de doser l'acide succinique total avec une assez grande précision. Il s'applique

seulement aux liquides normalement et complètement fermentés ou à peu de chose près, c'est-à-dire ne contenant pas d'autre acide fixe soluble dans l'éther que l'acide succinique ni une quantité de sucre supérieure à 1 p. 100.

On prend 50 ou 100 centimètres cubes de liquide, suivant sa richesse présumée d'après l'alcool qu'il contient, et on les évapore à sec, au bain-marie bouillant, dans une capsule de porcelaine à fond plat, en présence de 20 grammes de sable blanc; un peu grossier, lavé à l'acide chlorhydrique et calciné, en ayant soin de bien mélanger le sable et l'extrait pendant que celui-ci est encore sirupeux. Par refroidissement, la masse durcit et serait difficile à épuiser si on ne la laissait pas se ramollir à l'air avant de continuer l'opération. L'humidité de l'air qu'elle a absorbée au bout de quelques heures permet de la détacher ensuite facilement de la capsule; on l'introduit dans un matras de 250 centimètres cubes environ, en rinçant la capsule avec un peu de sable neuf et d'éther; puis on ajoute dans le matras 100 grammes de grains de plomb n° 4 et 30 centimètres cubes d'éther. Par l'agitation du plomb, on arrive à un épuisement complet de la masse après trois nouvelles additions d'éther, en décantant chaque fois sur un filtre plat. On chasse l'éther par distillation, on dissout le résidu avec un peu d'eau bouillante, et on ajoute une liqueur décime de potasse en présence de phénolphtaléine. Lorsque le virage est atteint, on ajoute un excès de potasse correspondant à la moitié environ du volume déjà employé, de façon à faire un nombre entier de centimètres cubes, et on procède à la saponification des éthers. Pour cela, il suffit de transvaser le liquide dans un vase de Bohême cylindrique et de l'évaporer à sec au bain-marie; le résidu est repris par l'eau pour titrer la potasse libre qu'il contient. On ajoute un excès d'acide sulfurique décime, on fait bouillir un instant pour chasser l'acide carbonique, et on détermine l'excès d'acide par la liqueur décime de potasse. On arrive alors, par un calcul simple, à trouver le volume de solution de

potasse correspondant à l'acide succinique total contenu dans l'essai.

Le chiffre ainsi obtenu est toujours un peu trop fort; l'erreur est de 1 à 2 décigrammes par litre ordinairement, et correspond à un peu d'acidité volatile qui n'est pas complètement chassée pendant l'évaporation du vin; elle se retrouve d'ailleurs, et même plus élevée, dans les autres procédés. Pour l'éliminer avec exactitude, il suffit de reprendre le liquide saturé par la potasse, de remettre en liberté l'acidité volatile par l'acide tartrique et de la doser par distillation.

Cette méthode donne des résultats très constants pour un même liquide, et tout à fait voisins de ceux que l'on obtient par la méthode d'évaporation dans le vide, comme le montrent les exemples suivants :

NATURE DU LIQUIDE FERMENTÉ	MODE D'ÉVAPORATION	
	dans le vide	au bain-marie
Vin blanc...	1 <sup>er</sup> essai..... 1 <sup>er</sup> ,22 .....	1 <sup>er</sup> ,32
	2 <sup>e</sup> — ..... 1 ,30 .....	1 ,34
Vin rouge...	1 <sup>er</sup> essai..... 1 ,48 .....	1 ,51
	2 <sup>e</sup> — ..... 1 ,56 .....	1 ,56
	3 <sup>e</sup> — ..... » .....	1 ,61

On voit que les plus grandes différences ne dépassent guère 0<sup>sr</sup>,1 par litre. C'est encore avec ce degré de précision que l'on retrouve l'acide succinique ajouté dans un vin en différentes proportions, ainsi que l'indiquent les chiffres suivants :

ACIDE SUCCINIQUE			
	Ajouté par litre	Total par litre	Trouvé par litre
Vin primitif.....	»	»	1 <sup>sr</sup> ,68
— additionné de..	0 <sup>sr</sup> ,25	1 <sup>sr</sup> ,93	1 ,95
— — ..	0 ,50	2 ,18	2 ,09
— — ..	1 ,00	2 ,68	2 ,63

On a encore vérifié l'exactitude de la méthode par des essais faits sur des liquides synthétiques constitués par de l'eau de

levure alcoolisée contenant de la glycérine, de la crème de tartre, de l'acide tartrique libre, et des quantités connues d'acide succinique, qui ont été parfaitement retrouvées. Dans ces expériences, nous avons reconnu que l'acide succinique, qui existe naturellement dans l'eau de levure, y est en partie combiné, et que celui qu'on y ajoute se combine aussi, surtout à chaud, à des bases contenues dans le liquide organique. De sorte que, pour obtenir tout l'acide succinique existant dans le liquide, il faut l'acidifier préalablement avec de l'acide tartrique; mais alors, il arrive souvent qu'une petite quantité de ce dernier acide est dissoute par l'éther en même temps que l'acide succinique, et les résultats sont, par suite, trop élevés. Toutefois, il est facile de les corriger très exactement, car on peut déterminer avec précision ce poids d'acide tartrique, en le transformant en crème de tartre par une évaporation de la liqueur et une addition d'acide acétique et d'alcool. On purifie la crème de tartre par des lavages à l'alcool à 80°, on la dissout dans l'eau chaude et on titre son acidité par la liqueur décime de potasse. Le double du volume employé correspond à l'acide tartrique total qu'elle contient, et constitue la correction à apporter au résultat primitif. Ce cas de l'eau de levure était intéressant à étudier parce que ce liquide est souvent employé pour constituer des milieux fermentescibles acidulés ou non par l'acide tartrique.

Nous avons ensuite considéré le cas des liquides incomplètement fermentés contenant des quantités de sucre supérieures à 10/0, pour lesquels la méthode précédente ne peut être appliquée directement; le sucre, en trop forte proportion, gêne, en effet, l'extraction complète de l'acide succinique. On peut tourner assez facilement la difficulté de la manière suivante :

On évapore le liquide à consistance sirupeuse; on y ajoute 10 à 20 centimètres cubes d'alcool, suivant la quantité de sucre contenue dans l'essai, et du plomb comme précédemment. Puis on introduit dans le matras 50 centimètres cubes d'éther,

par petites fractions au début, en agitant vivement le plomb pour favoriser le contact de l'éther avec le liquide sirupeux qui se précipite. On décante l'éther sur un filtre, on ajoute de nouveau un peu d'alcool pour redissoudre le sirop, et on recommence sa précipitation par l'éther. Avec trois lavages de ce genre, on a enlevé au sirop tout l'acide succinique et d'autres éléments du vin. Le liquide d'extraction est alors distillé pour éliminer l'éther, puis le résidu alcoolique, introduit dans une capsule à fond plat avec du sable, est traité comme s'il s'agissait d'un liquide non sucré c'est-à-dire qu'on l'évapore à sec au bain-marie et qu'on l'épuise par l'éther seul. En procédant ainsi avec des liquides très sucrés, on trouve des résultats tout aussi satisfaisants que dans le cas des liquides peu ou pas sucrés. C'est ce que nous avons vérifié sur des liquides synthétiques et sur des vins blancs ou rouges complètement fermentés, de richesse connue en acide succinique, auxquels nous avons ajouté, pour 50 centimètres cubes de vins primitifs, jusqu'à 5 grammes de sucre, soit 100 grammes par litre.

A l'aide des deux méthodes que nous venons d'indiquer, on pourra donc procéder avec exactitude au dosage de l'acide succinique dans les liquides complètement ou incomplètement fermentés, mais provenant toujours d'une fermentation alcoolique pure. Elles sont applicables, par exemple, à tous les vins normaux plus ou moins sucrés; mais pour ceux qui ont subi l'action des ferments d'altération, lesquels, comme on sait, peuvent donner naissance à de l'acide lactique, soluble dans l'éther comme l'acide succinique, il est nécessaire, après l'extraction des deux acides, de procéder à leur séparation par les méthodes connues.

## Polyèdres eulériens à faces pentagonales;

Par M. BRUNEL.

La relation d'Euler appliquée aux polyèdres à faces pentagonales fournit les équations :

$$S_3 = 20 + 2s_4 + 5s_5 + \dots + (3k - 10)s_k;$$

$$S = 20 + 3s_4 + 6s_5 + \dots + 2(k - 3)s_k,$$

$$F = 12 + 2s_4 + 4s_5 + \dots + 2(k - 3)s_k,$$

$$A = 30 + 5s_4 + 10s_5 + \dots + 5(k - 3)s_k,$$

où le nombre  $s_k$  est le nombre des sommets d'où partent  $k$  arêtes. A un système de nombres satisfaisant à ces équations ne correspond pas nécessairement un polyèdre; on ne peut pas, par exemple, construire de polyèdre pour lequel

$$s_4 = 1, \quad s_5 = s_6 = \dots = s_k = 0.$$

Mais il peut aussi arriver qu'à un système de valeur satisfaisant à ces équations correspondent plusieurs polyèdres. Ainsi, au système

$$s_4 = 5, \quad s_5 = s_6 = \dots = s_k = 0,$$

on peut faire correspondre des polyèdres bien différents les uns des autres; M. Brunel présente à la Société les dessins de sept polyèdres obtenus dans ce cas.

*Séance du 1<sup>er</sup> juin 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. RENOUS.

## Sur la propagation des oscillations électriques dans l'eau;

Par M. A. TURPAIN.

L'étude de la propagation des oscillations électriques au sein des diélectriques, que nous avons faite précédemment <sup>(1)</sup>, nous a conduit aux lois suivantes :

(1) *Étude comparative du champ hertzien dans l'air et dans les diélectriques (Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 21 juillet 1898).*

I. *Les longueurs d'onde des oscillations électriques qui excitent un résonateur donné, placé dans la position II (position dans laquelle le plan du résonateur est parallèle au plan des fils concentrant le champ), sont les mêmes dans l'air et dans un diélectrique autre que l'air.*

II. *Pour les oscillations qui excitent le résonateur dans la position I (position dans laquelle le plan du résonateur est perpendiculaire à la direction des fils concentrant le champ), le rapport de la longueur d'onde dans l'air à la longueur d'onde dans un diélectrique autre que l'air est égal à la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique du diélectrique.*

Nous avons comparé ces lois aux propositions suivantes énoncées par M. Duhem <sup>(1)</sup> comme conclusions d'une généralisation de la théorie d'Helmoltz :

I. *Les flux électriques longitudinaux se propagent dans tous les diélectriques avec la même vitesse qui est égale à la vitesse de la lumière dans le vide.*

II. *Les flux électriques transversaux se propagent dans le vide (et pratiquement dans l'air) avec la même vitesse que les flux longitudinaux.*

III. *Dans un diélectrique, la vitesse de propagation des flux transversaux est en raison inverse de la racine carrée du pouvoir inducteur spécifique.*

Les lois expérimentales que nous avons obtenues concordent avec ces lois théoriques, si l'on admet les quatre hypothèses suivantes :

1° *Le résonateur dans la position I n'est excité que par les flux transversaux.*

2° *Le résonateur dans la position II n'est excité que par les flux longitudinaux.*

(1) P. Duhem, *Sur l'interprétation théorique des expériences hertziennes* (L'éclairage électrique, 1895). — *Sur l'équivalence des flux de conduction et des flux de déplacement.* (Ibid., 1896.)

3° *La période du résonateur de Hertz est indépendante de sa position.*

4° *La période du résonateur de Hertz est indépendante de la nature du milieu dans lequel il est plongé.*

Nous rappellerons, en effet, que dans l'étude que nous avons faite, nous placions un même résonateur à l'intérieur d'une cuve oblongue traversée dans le sens de la longueur par les fils propageant le champ, dans les deux positions I et II. Nous effectuions avec ce résonateur deux séries de mesures : pendant la première, le réservoir ne contenait que de l'air ; lors de la seconde, le réservoir était rempli du liquide étudié (huile de pétrole ou eau).

Pour rendre les phénomènes plus appréciables, nous entourions le réservoir et l'excitateur d'une cage de fils métalliques qui concentrait le champ hertzien.

Les phénomènes observés dans le cas de l'huile ont été d'une grande netteté. Ce diélectrique n'offre pas entre les longueurs d'onde des positions I et II une très grande différence.

Les phénomènes observés dans le cas de l'eau sont bien plus susceptibles de ne laisser aucun doute au sujet des lois expérimentales énoncées, le rapport de la longueur d'onde dans la position II à la longueur d'onde dans la position I devant être voisin du nombre 8.

Mais les phénomènes observés avec l'eau sont loin de présenter la netteté qu'ils offrent dans le cas de l'huile. Les sections ventrales seules sont susceptibles d'être déterminées avec quelque précision ; il devient très malaisé de régler le micromètre du résonateur de façon que, placé dans une section nodale, il ne manifeste aucune étincelle.

Si la cage de concentration qui entoure le dispositif vient à être supprimée, le phénomène devient encore plus confus et il est alors impossible de déterminer plus d'une ou de deux concamérations successives. Encore faut-il pour cela avoir acquis une grande habitude de discerner, malgré les perturba-



tions, les étincelles qui se produisent aux ventres de celles qui s'observent aux nœuds. Dans tous les cas, il est impossible d'entraîner la conviction d'un observateur qui suit les mesures et voit ce phénomène pour la première fois.

Les difficultés que l'on éprouve dans le cas de l'eau à produire le phénomène dont il s'agit avec netteté n'ont pas lieu d'étonner, étant donnée la grande conductibilité de ce liquide. C'est ainsi que MM. Arons et Rubens <sup>(1)</sup>, au cours des déterminations de pouvoirs inducteurs spécifiques qu'ils ont effectuées à l'aide des oscillations électriques, n'ont pu arriver à fixer celui de l'eau.

Dans le nouveau local où sont disposées nos expériences à la station centrale d'électricité de Bordeaux-les-Chartrons, il nous était impossible de disposer commodément une cage de concentration entourant notre dispositif. Nous avons donc dû le changer, afin d'obtenir des phénomènes nets et appréciables même dans le cas de liquides conducteurs, et nous avons été assez heureux pour trouver une disposition qui rend le phénomène dans ce cas-là d'une netteté très satisfaisante.

Les deux fils tendus à l'intérieur du réservoir ne sont pas reliés aux plaques de concentration du champ parallèles aux plateaux de l'excitateur dès leur sortie du réservoir. Ils sont tendus à l'extérieur du réservoir sur une longueur de trois mètres avant d'arriver au voisinage de l'excitateur qui se trouve ainsi éloigné à trois mètres du réservoir.

Un résonateur placé dans la position I est disposé dans l'air dans une région située entre le réservoir et l'excitateur et à une distance de la paroi extérieure du réservoir égale au quart de la longueur d'onde des oscillations qui excitent ce résonateur dans l'air.

Dans ces conditions, un pont mobile placé au voisinage du résonateur le rend muet, le même pont disposé contre la paroi même du réservoir excite le résonateur.

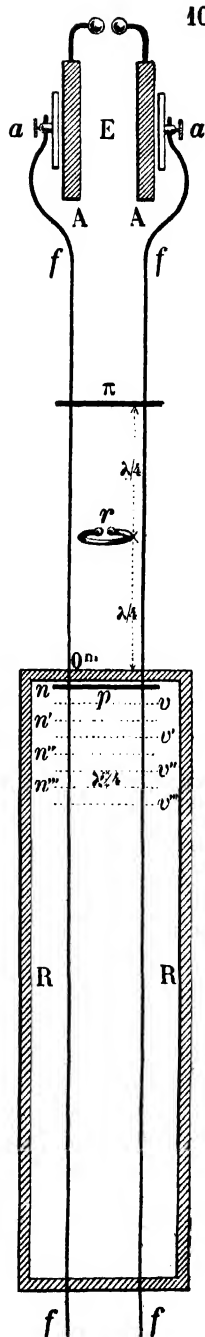
(1) Arons et Rubens, *Wiedemann's Annalen*, t. XLIV, p. 206, 1891.

Le réservoir étant rempli d'eau, si l'on déplace le pont mobile  $p$  à son intérieur, il devient aussi difficile que précédemment d'observer au micromètre du résonateur la succession de maxima et de minima de longueur des étincelles que ce déplacement doit y faire naître. L'eau que contient le réservoir forme pont contre la paroi interne du réservoir et le résonateur manifeste un ventre. Si l'on donne à l'interruption du micromètre une longueur assez faible pour qu'il puisse être sensible aux variations que doit amener le déplacement du pont, on observe des étincelles continues, quelle que soit la position du pont mobile  $p$ , étincelles dues à l'influence directe de l'excitateur qui, pour cet écartement de la vis micrométrique vibre assez fortement pour impressionner constamment le résonateur.

Pour rendre le résonateur susceptible de déceler les maxima et minima correspondant au déplacement du pont mobile dans l'eau, il faut tout d'abord le soustraire, sans le déplacer, à l'influence trop active de l'excitateur.

Nous sommes parvenus à empêcher cette action gênante de l'excitateur de se produire, en disposant en avant du résonateur, entre l'appareil et l'excitateur, un pont fixe  $\pi$  établi à une distance du résonateur égale au quart de la longueur d'onde des oscillations qui l'excitent.

Grâce à cet artifice, les maxima et minima dus au déplacement du pont mobile  $p$  dans l'eau sont nettement perceptibles. On peut alors déterminer avec une certaine précision les sections nodales et les sections ventrales,



et l'on constate que dans la longueur qu'occupe une concamération lorsque le réservoir est vide, s'étagent, dès qu'il est plein d'eau, de sept à huit concamérations.

Nous ne pouvons mieux comparer l'artifice consistant à établir un pont fixe en avant du résonateur qu'à celui employé en acoustique pour rendre nette la perception des diverses concamérations qu'offre une corde vibrant transversalement, artifice qui consiste à pincer la corde en un nœud.

Ce nouveau dispositif nous paraît susceptible de permettre la détermination précise des pouvoirs inducteurs spécifiques, non seulement des corps liquides, mais celle des solides fusibles à des températures peu élevées, par exemple des résines.

De plus, les lois expérimentales auxquelles son emploi conduit concordent avec les lois théoriques énoncées par M. Duhem pourvu que l'on admette seulement les trois premières hypothèses citées au début de cette note.

Il n'est plus nécessaire d'admettre que la période du résonateur de Hertz est indépendante de la nature du milieu qui l'entoure, puisque, pendant que le pont est déplacé dans l'air et lorsqu'il est déplacé dans l'eau, le résonateur est constamment placé dans l'air. Il suffit donc d'admettre que la période du résonateur est indépendante de la position qu'on lui donne.

Pour cette raison, le dispositif que nous indiquons doit être préféré à celui que nous avons précédemment décrit. Il est, en outre, d'un usage plus commode.

---

## Sur la représentation graphique des isomères;

Par M. G. BRUNEL.

Un composé chimique de formule donnée peut être représenté par un réseau contenant un certain nombre de sommets, figurant les molécules, reliés entre eux par des arêtes. D'un

sommet part un nombre d'arêtes égal à la valence de la molécule que désigne ce sommet. A un composé donné peuvent fort bien répondre plusieurs représentations graphiques distinctes, c'est-à-dire non réductibles les unes aux autres par une substitution convenable effectuée sur les sommets.

Un réseau donné correspond à un ensemble déterminé, égal au nombre des sommets du réseau, de molécules ayant des valences définies par le nombre d'arêtes issues de chaque sommet.

D'un réseau donné, nous déduirons d'autres réseaux par les procédés suivants : 1° si un sommet est extrême, on supprime ce sommet et l'arête unique qui y aboutit ; 2° si un sommet est bivalent, on le supprime en laissant subsister l'arête qui auparavant était décomposée en deux arêtes par ce sommet.

L'emploi de ces deux procédés de réduction conduit à un réseau final qui ne présente plus de points monovalents ni de points bivalents. Ce réseau final peut être appelé le squelette du réseau initial.

La différence entre le nombre d'arêtes et le nombre des sommets reste inaltérée par l'emploi des procédés de réduction indiqués.

Considérons, par exemple, les carbures.



Le nombre des sommets est égal à

$$S = n + p$$

et le nombre des arêtes s'obtient deux fois en comptant les arêtes issues de chaque sommet, donc

$$2A = 4n + p.$$

On voit donc que  $p$  est nécessairement pair. Posons

$$p = 2n + 2 - 2\lambda.$$

Le nombre

$$A - S + 1 = \lambda$$

donne le nombre de contours linéairement indépendants existant dans le réseau.

Le squelette correspond à un composé fictif de formule



B étant trivalent. Mais ici on a

$$S' = q + r, \quad 2A' = 4q + 3r; \quad \text{donc} \quad r = 2r',$$

et par suite

$$\lambda = A' - S' + 1 = q + r';$$

on a donc les solutions

$$\begin{array}{ccccccc} q = \lambda, & \lambda - 1, & \dots, & \lambda - k, & \dots, & 0, \\ r' = 0, & 1, & \dots, & k, & \dots, & \lambda, \end{array}$$

et comme squelettes possibles

$$C^\lambda, \quad C^{\lambda-1}B^1, \quad \dots, \quad C^{\lambda-k}B^{2k}, \quad \dots, \quad B^{2\lambda}.$$

Un réseau répondant à la formule  $C^n H^{2n+2-2\lambda}$  se déduit de l'un quelconque des squelettes par apposition en divers points du squelette de ramifications ne présentant que des points intérieurs tétravalents, et ayant leurs racines sur une des arêtes du squelette, auquel cas deux ramifications ont leurs racines au même point, ou bien en un sommet B, et alors il n'y a qu'une ramification ayant ce point pour racine.

Nous avons déjà utilisé les ramifications à racines pour trouver les isomères des composés  $C^n H^{2n-2}$ . La considération des squelettes nous conduit assez facilement à la construction des divers isomères  $C^n H^{2n}$  dont le nombre N est donné

pour $n = 2$	3	4	5	6	7	8
par $N = 1$	2	5	10	25	56	139

il n'y a alors qu'un squelette unique fourni d'une courbe fermée. Relativement aux corps  $C^n H^{2n-2}$ , le squelette C n'admet qu'une seule forme, tandis que l'on a deux formes pour B<sup>1</sup>. Dans ce cas, on a

pour $n = 2$	3	4	5
N = 1	3	9	26

Les nombres N sont relatifs au cas où l'on n'admet pas dans les réseaux d'autollaison.

## **Anomalie musculaire chez le Cheval**

**(Anastomose entre le génio-hyoïdien et le génio-glosse);**

Par M. J. CHAINE.

Macalister a signalé, chez l'homme, depuis déjà longtemps, des connexions plus ou moins intimes entre le génio-hyoïdien et le génio-glosse; j'ai observé chez le Cheval un cas d'anastomose entre ces deux muscles, se présentant avec des caractères particuliers qui rendent cette anomalie assez intéressante.

Chez le Cheval, le génio-hyoïdien et le génio-glosse s'insèrent sur la face externe du maxillaire inférieur, de chaque côté de la symphyse, au niveau de deux petits tubercules irréguliers et très rugueux qui correspondent aux apophyses géni de l'homme. Ces insertions se font au moyen de tendons se prolongeant, en arrière, assez loin sur chacun de ces muscles. Par son extrémité postérieure, le génio-hyoïdien s'insère sur la face ventrale du corps de l'os hyoïde; le génio-glosse fournit des fibres musculaires qui pénètrent dans la langue par la face ventrale de cet organe, s'étendant ainsi jusqu'au niveau de l'appareil hyoïdien.

Chez le sujet que j'ai disséqué, ces deux muscles se présentent, à gauche, avec ces mêmes caractères; à droite, ils sont reliés l'un à l'autre par un faisceau musculaire qui a tout l'aspect d'un génio-hyoïdien ordinaire.

Ce faisceau fournit en avant un tendon arrondi et très grêle, semblable à ceux du génio-hyoïdien et du génio-glosse. Ce tendon se fusionne sur une longueur d'environ huit centimètres avec celui du génio-glosse pour aller s'insérer avec lui sur le maxillaire inférieur.

En arrière, ce tendon se continue par une formation musculaire fusiforme dont les fibres ont une direction antéro-postérieure; les fibres tendineuses se prolongent assez loin sur la face dorsale de ce faisceau, qui mesure quatorze centimètres de longueur sur huit millimètres de largeur et deux seulement

d'épaisseur. A une distance d'environ deux centimètres de l'os hyoïde, les fibres musculaires du faisceau anastomotique se confondent avec celles du génio-hyoïdien; de sorte qu'à ce niveau, les deux muscles présentent la même insertion.

Il résulte de ce qui précède que ce faisceau surnuméraire a son insertion antérieure confondue avec celle du génio-glosse et son insertion postérieure commune avec celle du génio-hyoïdien, que sa manière d'être est absolument celle d'un génio-hyoïdien et que, sans nul doute, ses fonctions physiologiques devaient être également semblables.

Pour expliquer la présence de ce faisceau surnuméraire, nous devons faire appel à l'embryologie qui nous détermine comment les masses musculaires primitives, par une différenciation ultérieure, se décomposent en muscles spéciaux. En même temps, l'anatomie comparée, comme l'a dit Bischoff, pour l'homme, nous donne une clef qui nous fait mieux comprendre certaines dispositions anatomiques, en nous montrant ces mêmes dispositions chez d'autres animaux, soit sous un aspect plus simple, soit à un état plus avancé de développement.

Le génio-hyoïdien et le génio-glosse naissent d'une masse commune à fibres longitudinales que l'on rencontre encore à cet état chez des Vertébrés inférieurs; cette masse musculaire se clive plus tard par un plan horizontal, et tandis que la portion dorsale forme le génio-glosse qui pénètre dans la langue, la partie ventrale fournit le génio-hyoïdien qui vient s'insérer sur l'os hyoïde.

Dans le cas particulier qui nous occupe, le clivage a été normal à gauche; à droite, au contraire, la masse primitive a été divisée par deux plans en trois faisceaux, dont le médian est le muscle surnuméraire qui fait le sujet de cette note. En outre, de ce côté, le clivage a été incomplet, puisque le faisceau anastomotique est soudé par l'une ou l'autre de ses extrémités à chacun des autres muscles.

En anatomie comparée, on rencontre, à la place du génio-

hyoïdien et du génio-glosse, une masse indivise, non seulement chez des Vertébrés inférieurs, comme je viens de le dire, mais encore, d'après Meckel, chez le Pangolin, qui est un Mammifère.

L'Amphisbène aveugle (*Amphisbæna cæca*) que j'ai étudié montre ces faits avec une plus grande netteté. J'ai constaté qu'ici encore il n'existe qu'une seule masse musculaire à fibres longitudinales qui, prenant naissance sur le maxillaire inférieur, vient se terminer sur l'appareil hyoïdien. Ce muscle, qui présente quelques particularités propres à cet être, se comporte sur les bords d'une manière toute spéciale. Les fibres les plus externes, en effet, au lieu de conserver une direction antéro-postérieure, se recourbent vers la partie dorsale et pénètrent dans la langue. Cela nous montre d'une manière indéniable l'origine commune du génio-hyoïdien et du génio-glosse, puisqu'ici nous n'avons pas encore de clivage et que ce sont quelques fibres de la masse commune qui changent simplement de direction et de manière d'être.

*Séance du 15 juin 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. BOULOUCH.

### **Observations sur le mylo-hyoïdien des Oiseaux.**

Comparaison de ce muscle avec le mylo-hyoïdien de l'Échidné.

Par M. J. CHAINE.

Le muscle mylo-hyoïdien présente de grandes différences suivant les êtres considérés. Il peut être simple ou formé de deux feuilletts, s'insérer ou non sur l'os hyoïde, etc. Dans le grand groupe des Oiseaux, sauf quelques modifications que l'on rencontre chez certains types, ce muscle est constitué sur un plan général et ressemble beaucoup à celui de l'Échidné.



Les auteurs ont décrit chez ce Monotrème un mylo-hyoïdien formé de deux feuillets, l'un superficiel, l'autre profond.

D'après mes dissections de l'Échidné épineux (*Echidna hystrix*), la lame superficielle comprend deux portions latérales symétriques qui se réunissent, par l'intermédiaire d'une aponévrose, sur la ligne médiane. Chacune de ces parties a la forme d'un triangle dont le sommet s'insère sur le maxillaire inférieur, au-dessous de l'apophyse coronoïde. Le bord antérieur s'étend très loin en avant entre les deux branches de ce maxillaire; le bord postérieur, très oblique, ne rejoint son congénère, sur la ligne médiane, qu'à un centimètre et demi à deux centimètres en arrière du niveau de l'articulation du maxillaire inférieur avec le crâne.

Le feuillet profond, également formé de deux portions symétriques semblables réunies par une aponévrose sur la ligne médiane, s'insère par des fibres charnues sur le bord inférieur libre de l'os ptérygoïde (cette insertion se fait aussi légèrement sur la face interne de cet os); en avant du bord du ptérygoïde, les fibres musculaires de cette lame se terminent sur une aponévrose qui vient s'insérer sur le bord de l'os palatin, tandis que les fibres postérieures aboutissent à une nouvelle aponévrose qui prend insertion sur la face inférieure de l'os occipital. Ces trois portions du feuillet profond se continuent directement les unes avec les autres.

Le mylo-hyoïdien de l'Échidné comprend donc deux feuillets, ne présentant, ni l'un ni l'autre, aucune connexion avec l'appareil hyoïdien. Le premier de ces feuillets s'insère sur le maxillaire inférieur, le deuxième sur les os du crâne.

De même, chez la plupart des Oiseaux que j'ai étudiés, j'ai constaté que le mylo-hyoïdien est formé par deux lames musculaires présentant souvent les mêmes caractères que chez l'Échidné. Cependant, si l'on consulte les différents auteurs, on remarque qu'ils donnent au mylo-hyoïdien de ces êtres une tout autre constitution.

En effet, dans les Bronn's Klassen des Thier-Reichs <sup>(1)</sup>, le mylo-hyoïdien des Oiseaux est considéré comme étant formé par deux portions : le *mylo-hyoïdien antérieur* <sup>(2)</sup> qui occupe les deux premiers tiers du plancher buccal et le *mylo-hyoïdien postérieur* <sup>(3)</sup>, situé plus en arrière. Je crois qu'en se basant sur les rapports du mylo-hyoïdien antérieur de ces auteurs, ainsi que sur les renseignements que fournit, à ce sujet, l'anatomie comparée des autres Vertébrés, on ne doit pas considérer ce muscle comme faisant partie du mylo-hyoïdien ; je me propose, du reste, de revenir prochainement sur ces faits. Le mylo-hyoïdien postérieur, au contraire, semble correspondre au feuillet profond du mylo-hyoïdien de l'Échidné ; quant au feuillet superficiel, il serait représenté par cette lame musculaire que les auteurs des Bronn's Klassen des Thier-Reichs ont appelé la couche superficielle (*Oberflächliche Lage*) du peaucier <sup>(4)</sup>.

Si nous étudions ces lames musculaires chez quelques Oiseaux, nous voyons que chez l'Épervier (*Accipiter nisus*) elles présentent une disposition absolument semblable à celles des feuillets du mylo-hyoïdien de l'Échidné. Le feuillet superficiel de forme triangulaire s'insère par son sommet sur la face externe de l'apophyse qui prolonge, en arrière de son articulation, le maxillaire inférieur. De cette insertion, les

(1) Bronn's Klassen und Ordnungen des Thier-Reichs, VI Band, IV Abth., par Hans Gadow et Emil Selenka.

(2) SYNONYMIE. — Ce muscle a été appelé : *mylo-hyoïdien* par Cuvier, Duvernoy, Gervais et Alix ; *mylo-hyoïdeus* par Schneider, Gadow, Watson ; *mylo-hyoïdeus transversus* par Tiedemann, Nitzsch ; *mylo-hyoïdeus obliquus* par Kutorga ; *mylo-glossus s. transversus mandibulæ* par Gurlt ; *rhomboïdeus juguli* par Wiedemann ; *génio-hyoïdien* par Vicq d'Azyr ; *querer Unterkiefermuskel oder vorderer, oberflächlicher Kiefer-Zungenbeinmuskel* par Meckel.

(3) SYNONYMIE. — Ce muscle a été appelé : *mylo-hyoïdien* par Vicq d'Azyr ; *mylo-hyoïdeus* par Gurlt ; *mylo-hyoïdeus obliquus* par Tiedemann, Kutorga, Nitzsch ; *serpi-hyoïdien* par Cuvier, Duvernoy ; *rétracteur de l'hyoïde* ou *serpi-hyoïdien* par Gervais et Alix ; *serpi-hyoïdeus* + *stylo-hyoïdeus* par Gadow ; *retrahens linguæ* par Wiedemann ; *retractor linguæ* par Watson ; *Heber des Zungenbeins* par Meckel.

(4) SYNONYMIE. — Ce muscle a été appelé : *Peaucier du cou (plan superficiel)* par Gervais et Alix ; *constrictor colli* par Owen, Watson ; *Hautmuskel des Halses (subcutaneus colli)* par Wiedemann, Tiedemann.

fibres musculaires se dirigent, avec une obliquité plus ou moins grande, vers la ligne médiane où elles se terminent sur un raphé fibreux auquel aboutissent également celles du muscle similaire de l'autre côté. Le faisceau profond, de même forme, s'engage, au contraire, par son sommet, entre la corne de l'os hyoïde et la partie postérieure de la mandibule pour venir s'insérer sur le crâne.

Chez d'autres Oiseaux : Poule, Dindon, Faisan (*Phasianus colchicus*), le mylo-hyoïdien présente bien encore ces deux mêmes feuillets, mais avec cette différence, que le feuillet profond ne s'insère plus sur le crâne, mais sur l'angle postérieur de la mandibule, un peu plus en arrière et plus profondément que la lame superficielle.

Le mylo-hyoïdien du Canard et de la Sarcelle d'hiver (*Anas crecca*) est aussi formé par deux couches, mais tandis que le feuillet profond est semblable à celui de la Poule et du Dindon, le feuillet superficiel présente des caractères tout à fait particuliers. Il s'insère de chaque côté sur la face interne de la mandibule en avant de son articulation et forme une bande musculaire transversale présentant un raphé médian très étroit; sur son bord postérieur, ce muscle se continue par une mince aponévrose qui se comporte comme le muscle lui-même.

D'autres Oiseaux ont, au contraire, un mylo-hyoïdien constitué par un seul feuillet; ces êtres semblent donc au premier abord s'écarter beaucoup du type général: c'est tantôt le feuillet profond qui manque, tantôt le feuillet superficiel. Dans le premier groupe se trouvent les Pigeons (Bizet, Tourterelle, Colombe ramier), chez lesquels la lame existante est semblable au feuillet superficiel de l'Épervier ou de la Poule; il en est de même chez le Guillemot (*Uria troile*) et le Plongeon lumne (*Colymbus arcticus*). Par contre, chez le Pic épeiche (*Picus major*) et chez la Corneille (*Corvus corone*) c'est le feuillet profond seul qui existe, car, comme chez l'Épervier, cette lame musculaire s'insère sur le crâne après s'être engagée entre la mandibule et la corne de l'os hyoïde.

Ces deux groupes sont reliés, à la fois, entre eux et au type général, par des formes de passage. Chez l'*Ædicnème* criard (*Ædicnemus crepitans*) et chez la Foulque macroule (*Fulica atra*), par exemple, le feuillet superficiel, comme celui de la Poule, de l'Épervier, etc., s'insère sur l'angle postérieur de la mandibule et affecte la forme d'un large éventail dont les fibres se dirigent comme toujours vers la ligne médiane. De la face interne de cette lame, près du maxillaire inférieur, se détache un faisceau musculaire qui s'engage entre la mandibule et la corne de l'hyoïde pour venir s'insérer sur le crâne; il représente le faisceau d'insertion de la lame profonde. Les deux feuillets du mylo-hyoïdien sont donc confondus sur presque toute leur étendue, sauf au niveau de leur insertion. Il semble en découler que les deux feuillets de ce muscle, chez les Oiseaux, naissent par clivage horizontal d'une masse primitive commune et que par conséquent lorsque, comme chez l'Épervier ou la Poule, il existe deux feuillets superposés sans aucune connexion entre eux, ces deux lames n'en représentent pas moins un seul et même muscle qui est le mylo-hyoïdien (1). Il en résulte encore que si l'on se refuse à admettre que la lame superficielle du peaucier des auteurs du Thier-Reich représente un feuillet du mylo-hyoïdien, d'après ce que j'ai dit précédemment au sujet du muscle qu'ils ont appelé mylo-antérieur, tout un groupe d'Oiseaux (les Pigeons) seraient dépourvus de mylo-hyoïdien.

En résumé, je pense que l'on doit conclure de cette étude que le mylo-hyoïdien des Oiseaux est constitué par deux feuillets superposés, un feuillet profond (mylo-hyoïdien postérieur) et un superficiel (lame superficielle du peaucier).

(1) Ce fait n'est point particulier aux Oiseaux et à l'Échidné; parmi les Mammifères, certains Insectivores ont aussi un mylo-hyoïdien formé de deux feuillets superposés.

## Note sur la morphologie des formations cuticulaires des Cirrhipèdes pédonculés;

Par M. A. GRUVEL.

Si l'on considère l'ensemble des formations cuticulaires d'un Lépadide, tel qu'un *Scalpellum* ou mieux un *Pollicipes*, on voit qu'elles peuvent se diviser en deux groupes : les unes, petites et placées sur la cuticule qui recouvre le pédoncule, sont le plus souvent désignées sous le nom d'*écailles pédonculaires*; les autres, beaucoup plus grandes en général, portées par la partie supérieure du corps, servent d'organes de protection au prosoma et sont appelées *plaques capitulaires*.

Si l'on compare l'une de ces plaques, normalement développée, à l'une des écailles de la région moyenne du pédoncule, il paraît fort difficile d'établir entre les deux un lien quelconque.

Mais il n'en est plus de même si l'on prend l'une et l'autre de ces formations à la limite du pédoncule et du capitulum. Dans cette région, on trouve, en effet, des plaques capitulaires présentant l'aspect extérieur et la structure de celles qui sont plus développées, mais qui sont de dimensions très restreintes par rapport aux autres. Certaines ne sont pas beaucoup plus grandes que les écailles pédonculaires.

Leur nombre et leur position sont très variables, non seulement entre les divers individus d'une même espèce, mais même entre les deux parties latérales du même échantillon.

Étant donnée cette variation remarquable dans le nombre et la disposition de ces plaques, appartenant cependant, d'une manière indubitable, au capitulum, il m'a paru intéressant de chercher à résoudre les questions suivantes :

1° Existe-t-il un lien quelconque entre les plaques capitulaires et les écailles pédonculaires?

2° Proviennent-elles les unes des autres, et dans ce cas quelles sont les plus ancestrales?

Enfin 3<sup>o</sup> ces formations ont-elles une origine commune?

Pour répondre d'une façon aussi précise que possible à ces questions si intéressantes au point de vue morphologique, j'ai dû avoir recours à l'étude paléontologique du groupe, à l'embryogénie et enfin à l'anatomie comparée.

I. FAITS PALÉONTOLOGIQUES. — Au fur et à mesure que l'on remonte de l'époque actuelle aux temps paléozoïques, on remarque que le pédoncule des Lépadides, nu chez un grand nombre d'espèces vivantes, se recouvre de plus en plus de formations chitineuses ou calcaires qui sont les écailles et que ces écailles elles-mêmes prennent une importance de plus en plus grande par rapport aux plaques capitulaires.

En effet, certaines espèces de *Pollicipes* fossiles, telles par exemple que *Pollicipes concinnus* J. Morris, de l'Oolithe moyen, nous montrent même, entre les écailles et les plaques, une transition insensible au point de vue de la forme et des dimensions, à tel point qu'il est presque impossible de trouver entre les deux une limite nettement établie.

Le g. *Pollicipes* fait son apparition au milieu du Trias.

Dans le Crétacé inférieur on trouve une forme aujourd'hui disparue, extrêmement intéressante à étudier, c'est le g. *Loricula*.

Dans les espèces connues, le pédoncule est recouvert par des séries d'écailles très développées, régulièrement disposées et qui ressemblent beaucoup aux plaques capitulaires. C'est là, à mon avis, un type ancestral qu'on n'avait d'abord rencontré que dans le Crétacé supérieur (*L. pulchella* Sow.) et dont on connaît aujourd'hui des représentants jusque dans le Cénomanien (*L. Syriaca*, Dames).

Il est permis d'espérer que de nouvelles recherches géologiques nous fourniront encore des données plus précises sur ce genre intéressant et permettront de faire remonter son apparition à une époque antérieure à celle du *Pollicipes*, c'est-à-dire à la Période primaire.

Il existe, en effet, au point de vue de l'Histoire paléontologique des Cirrhipèdes, une énorme lacune entre le Silurien et le Trias, lacune qui n'a pas plus de raison d'être que celle qui a trait au genre *Verruca*, par exemple, dont on a trouvé des échantillons vers la fin de la Période secondaire et qui disparaît pour se montrer de nouveau seulement dans le Pliocène. Tel également, le g. *Chthamalus* que l'on voit apparaître et disparaître successivement à de longs intervalles et qui, comme le précédent, est encore aujourd'hui représenté par de nombreuses espèces vivantes.

Cela indique simplement que nous sommes encore loin de connaître la plupart des représentants géologiques du groupe dont nous nous occupons ici.

Étant donné ce fait, nettement établi, que plus on s'éloigne de l'époque actuelle, plus les Lépadides portent d'écailles pédonculaires qui se rapprochent considérablement par leur forme et leurs dimensions des plaques capitulaires, il est permis de supposer, théoriquement du moins, que le type ancestral du Cirrhipède devait être protégé par une enveloppe chitineuse, recouverte d'écailles toutes semblables, et par conséquent sans distinction possible en capitulum et pédoncule.

Le genre *Plumulites* Barr, découvert dans le Silurien inférieur et supérieur de Bohême et de l'Amérique septentrionale, semble réaliser, ce type ancestral auquel des vues théoriques doivent logiquement conduire.

Barrande (1) considère le *Plumulites* comme représentant seulement le capitulum d'un Cirrhipède; Woodward pense, au contraire, que ce sont là les restes des pédoncules revêtus de leurs écailles. De Koninck avait déjà décrit ces formations cuticulaires isolées comme étant des plaques de Chiton.

Entre ces deux opinions extrêmes, celle de Barrande et celle de Woodward (la dernière ne pouvant pas être maintenue),

(1) J. Barrande, *Système Silurien du centre de la Bohême*, vol. I, suppl.

je crois qu'il est permis d'en formuler une troisième, qui les met d'accord toutes deux et qui me paraît la seule admissible, c'est que, par les motifs considérés plus haut, le *Plumulites* ne correspond ni au capitulum ni au pédoncule, mais bien aux deux à la fois, c'est-à-dire à la totalité des formations cuticulaires d'un Cirrhipède.

Qu'il me soit, en outre, permis de faire remarquer combien il serait étonnant, si les idées de Barrande ou de Woodward étaient justes, qu'on ait toujours rencontré des capitulum ou des pédoncules isolés et *jamaïs* les deux réunis.

Les faits paléontologiques actuellement connus semblent donc, même isolés, nous autoriser à admettre que le g. *Plumulites* constitue le type ancestral du Cirrhipède; que peu à peu les écailles supérieures se sont développées pour s'adapter à une fonction de protection plus efficace du prosoma, et c'est ainsi que le genre *Loricula* aurait pris naissance; puis, toujours suivant le même processus, se seraient formés le genre *Pollicipes*, le genre *Scalpellum*, et enfin, par coalescence de plusieurs plaques capitulaires en une seule et atrophie progressive des écailles pédonculaires, nos types actuels à pédoncule lisse où les écailles ne sont plus représentées que par de simples boutons calcaires ou simplement chitineux et disposés d'une façon tout à fait irrégulière.

II. FAITS EMBRYOGÉNIQUES. — Quand on étudie le développement d'un *Pollicipes*, tel, par exemple, celui du *P. polymerus*, comme cela a été fait avec soin par Nussbaum <sup>(1)</sup>, on voit que, chez les formes encore très jeunes, le capitulum ne présente, comme plaques calcaires lui appartenant nettement, que le tergum, le scutum, la carène et le rostre; au-dessous de ces plaques, et se continuant jusque vers la base du pédoncule, on trouve des formations calcaires nettes, allant en diminuant de grandeur au fur et à mesure que l'on se rap-

(1) Nussbaum, *Californischen Cirripeden*, Bonn. 90.



proche de la base du pédoncule. A ce stade, il est impossible de déterminer nettement la limite entre le pédoncule et le capitulum. A mesure que l'animal s'accroît, des plaques capitulaires indiscutables viennent se placer au-dessous des premières pour augmenter peu à peu les dimensions de cette partie supérieure du corps, mais la limite entre les deux sortes de formations est aussi peu facile à déterminer que précédemment.

Ce n'est que lorsque l'animal a pris à peu près sa dimension normale qu'il devient possible de préciser cette limite d'une façon suffisamment rigoureuse.

Par cet exemple et d'autres que nous pourrions citer, nous voyons que des écailles pédonculaires indiscutables se sont peu à peu modifiées, ont pris des dimensions plus considérables et une forme précise qui permettent de les considérer sans hésitation, chez l'adulte, comme appartenant au capitulum.

Le développement ontogénique de l'espèce vient donc ici corroborer d'une façon nette les données phylogéniques et semble donner une base plus solide à notre hypothèse.

III. FAITS ANATOMIQUES. — L'étude anatomique et histologique des écailles pédonculaires et des plaques capitulaires peut, elle aussi, nous montrer les relations étroites qui existent entre ces formations respectives, même chez les espèces actuelles.

C'est encore le g. *Pollicipes*, qui semble le moins évolué de tous ceux actuellement vivants, qui devra nous donner les résultats les plus précis à cet égard.

Il est tout d'abord un fait, nettement établi par la plupart des auteurs qui se sont occupés de cette question, c'est que la constitution chimique et le mode d'accroissement sont identiques pour les écailles du pédoncule et les plaques du capitulum.

En outre, chez le *Pollicipes sertus* adulte, par exemple, nous voyons que les écailles pédonculaires sont irrégulières de formes et de dimensions. Celles qui sont le plus rapprochées

de la base sont les plus irrégulières et les plus petites; mais à mesure que l'on se rapproche du capitulum, elles deviennent plus grandes, plus régulières et de formes à peu près identiques aux plaques les plus inférieures du capitulum, de telle sorte que la limite entre les deux parties devient très difficile à établir nettement. Cela nous rappelle assez exactement, chez la forme adulte, les faits observés chez les types jeunes de *P. polymerus*.

Enfin, l'étude histologique des écailles pédonculaires nous a montré qu'il existe à la base de chacune d'elles, et vers sa partie centrale, une formation spéciale dont j'ai donné autrefois une description détaillée (1).

Si l'on fait une série de coupes dans des plaques capitulaires nettes, mais les plus voisines du pédoncule et choisies par les plus petites, on voit que l'organe central, signalé plus haut, existe encore, mais légèrement dissocié, et cette dissociation s'accroît de plus en plus, à mesure que l'on étudie des plaques plus développées, pour disparaître à peu près complètement chez celles qui atteignent seulement deux millimètres de diamètre.

La persistance de cet organe spécial dans les plaques capitulaires nous montre une fois de plus les relations étroites qui existent entre les différentes formations cuticulaires des Cirrhipèdes pédonculés.

CONCLUSIONS. — Il me semble donc que, étant donnés les faits paléontologiques, embryogéniques et anatomiques décrits plus haut, étant donnée l'inconstance du nombre et de la position des plaques capitulaires les plus petites et les plus rapprochées du pédoncule, non seulement chez des individus différents d'une même espèce de *Pollicipes*, mais encore sur les deux parties latérales du même échantillon, il me semble, dis-je, qu'il est permis d'admettre : 1° que le type ancestral du

(1) A. Gruvel, *Contribution à l'étude des Cirrhipèdes* (Archiv. Zool. Exp., tome I, 3<sup>e</sup> série, 93).

Cirrhépède était recouvert et protégé par des formations cuticulaires toutes semblables, et ne permettant pas, par conséquent, la distinction en *capitulum* et *pédoncule*; 2° que les plaques capitulaires ne sont autre chose que des écailles pédonculaires modifiées et adaptées à des fonctions spéciales de protection du prosoma, et enfin 3° que chez les types actuels à pédoncule lisse, il y a eu atrophie progressive et parfois complète des écailles, qui ne sont plus représentées, le plus souvent, que par des boutons ou des piquants calcaires ou simplement chitineux.

Comme, malgré leur origine commune, dans la plus grande partie de nos espèces actuelles, il y a une limite nette entre la partie supérieure et la partie inférieure du corps, nous devons admettre la division de Darwin en *capitulum* et *pédoncule*, division qui, si elle est, en somme, tout à fait arbitraire en ce qui concerne l'évolution du groupe, en facilite au moins beaucoup l'étude systématique.

J'aurai, avant peu, je l'espère, à revenir avec plus de détails sur cette importante question que je ne fais qu'effleurer rapidement aujourd'hui, et quand je me serai occupé de la morphologie des pièces du test chez les Cirrhépèdes sessiles.

### Quelques remarques sur l'invariant intégral de M. Poincaré;

Par M. LUC PICART.

On sait que les équations du mouvement d'un système de points matériels qui s'attirent suivant la loi de Newton peuvent s'écrire sous la forme

$$(1) \quad \frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial F}{\partial y_i}, \quad \frac{dy_i}{dt} = - \frac{\partial F}{\partial x_i},$$

où  $x_1, x_2, x_3$  désignent des coordonnées du second point par rapport à des axes de directions fixes passant par le premier,

$x_i, x_s, x_6$  les coordonnées du troisième par rapport à des axes parallèles menés par le centre de gravité du premier point et du second...  $x_{3p+1}, x_{3p+2}, x_{3p+3}$ , les coordonnées du  $p + 1^{\text{ème}}$ , l'origine étant le centre de gravité des  $p$  premiers.

Dans ce système de coordonnées, la force vive totale est donnée, comme je l'ai démontré ici d'une façon élémentaire (*Procès-verbaux*, t. I, 4<sup>e</sup> série) par la formule

$$2T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left[ \left( \frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dx_2}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dx_3}{dt} \right)^2 \right] \\ + \frac{(m_1 + m_2) m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \left[ \left( \frac{dx_4}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dx_5}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dx_6}{dt} \right)^2 \right] \\ + \dots = \sum \beta_i \left( \frac{dx_i}{dt} \right)^2,$$

et l'on a posé en outre  $y_i = \beta_i \frac{dx_i}{dt}$ ,  $F = T - U$ ,  $U$  étant la fonction de forces.

Il importe de remarquer tout de suite que  $U$  est une fonction homogène de degré  $-1$  des différentes coordonnées  $x_i$ , tandis que  $T$  est une forme du second degré en  $y_i$ .

Si l'on donne aux  $x_i$  et aux  $y_i$  des variations virtuelles, on aura, en vertu des équations (1),

$$(2) \quad \delta F = \delta \sum y_i \frac{dx_i}{dt} - \frac{d}{dt} \sum y_i \delta x_i;$$

ou bien

$$\delta F = \frac{d}{dt} \sum x_i \delta y_i - \delta \sum x_i \frac{dy_i}{dt}.$$

On peut, grâce aux homogénéités dont nous venons de parler, exprimer les différents termes de ces équations. On a d'abord

$$\sum y_i \frac{dx_i}{dt} = \sum \beta_i \left( \frac{dx_i}{dt} \right)^2 = 2T.$$

D'où

$$(3) \quad \frac{d}{dt} \sum y_i \delta x_i = \delta (T + U).$$

Puisque  $T$  ne contient pas les  $x$ , les équations de la seconde

sorte du système (1) s'écriront aussi  $\frac{dy_i}{dt} = \frac{\partial U}{\partial x_i}$ , et l'on a

$$\sum x_i \frac{dy_i}{dt} = \sum x_i \frac{\partial U}{\partial x_i} = -U.$$

Donc

$$(4) \quad \frac{d}{dt} \sum x_i \delta y_i = \delta (T - 2U).$$

On peut déduire des équations (3) et (4) la transformation d'un théorème dû à Jacobi, lorsqu'on passe des coordonnées rapportées au centre de gravité du système à celles que nous avons choisies; rien n'empêche, en effet, de prendre pour les  $\partial x$  et les  $\partial y$  les variations réelles des  $x$  et des  $y$  dans le temps  $dt$ . On a alors, en ajoutant les équations (3) et (4), après avoir remplacé  $y_i$  par  $\beta_i \frac{dx_i}{dt}$ ,

$$\frac{d^2}{dt^2} \sum \beta_i x_i^2 = 4T - 2U + \text{const.}$$

Mais ce résultat se déduit aisément du changement de coordonnées.

Il n'en est point ainsi de celui qu'on obtient en multipliant par 2 les deux nombres de l'équation (4) et ajoutant à (3). On a alors

$$(5) \quad \frac{d}{dt} \sum (2x_i \delta y_i + y_i \delta x_i) = 3\delta (T - U) = 3\delta F.$$

Cette formule conduit, par simple intégration, à l'invariant intégral de M. Poincaré (*Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, § 256).

Je suppose maintenant que l'on adopte les variables képlériennes, au lieu des variables  $x_i$  et  $y_i$ . Voici ce qu'on entend par là : au lieu de définir la position et la vitesse du point de masse  $m_p$  par  $x_{3p+1}$ ,  $x_{3p+2}$ ,  $x_{3p+3}$ ,  $y_{3p+1}$ ,  $y_{3p+2}$ ,  $y_{3p+3}$ , on introduira les éléments de l'ellipse képlérienne qui décrirait ce point autour de l'origine à laquelle il était rapporté précédemment, si la masse des points qui le précèdent était concentrée

en cette origine, et si les suivants n'existaient pas. Soient  $a, e, \varphi, \theta, \varpi, \varepsilon$  les éléments de cette ellipse,  $n$  le moyen mouvement. Si l'on pose (*Les Méthodes nouvelles*, § 8).

$$\begin{aligned} (6) \quad x'_{3p+1} &= nt + \varepsilon - \varpi = l, & x'_{3p+2} &= \theta, & x'_{3p+3} &= \varpi + \theta = g, \\ y'_{3p+1} &= \beta_{3p} \sqrt{a} = L, & y'_{3p+2} &= \beta_{3p} \sqrt{a(1-e^2)} = \Theta, \\ & & y'_{3p+3} &= \beta_{3p} \sqrt{a(1-e^2)} \cos \varphi = G, \end{aligned}$$

les équations qui déterminent les nouvelles variables s'écrivent

$$(1^{bis}) \quad \frac{dx'_i}{dt} = \frac{\partial F}{\partial y_i}, \quad \frac{dy'_i}{dt} = - \frac{\partial F}{\partial x'_i}.$$

Par suite, on a

$$(2^{bis}) \quad \delta F = \sum y'_i \frac{dx'_i}{dt} - \frac{d}{dt} \sum y'_i \delta x_i,$$

et la comparaison des équations (2) et (2 bis) montre que l'expression

$$\sum y_i \delta x_i - \sum y'_i \delta x'_i$$

est une différentielle exacte lorsqu'on exprime toutes les variables en fonction des  $x$  et des  $x'$ .

C'est la valeur de cette différentielle que je me propose de trouver. Je vais pour cela calculer les termes du second membre de (2 bis) comme j'ai calculé ceux de (2). Je dis que la fonction  $F$  est homogène et du degré  $-2$  par rapport aux variables  $y'_i$ . En effet, on a

$$\begin{aligned} & \left( \frac{dx_{3p+1}}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dx_{3p+2}}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dx_{3p+3}}{dt} \right)^2 \\ & - \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_p}{\sqrt{x_{3p+1}^2 + x_{3p+2}^2 + x_{3p+3}^2}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_p}{2a}. \end{aligned}$$

D'autre part, les expressions des coordonnées  $x_{3p}, x_{3p+1}, x_{3p+2}$  sont homogènes et du second degré par rapport à  $L, \Theta, G$ . Donc  $T$  et  $U$  seront homogènes et du degré  $-2$  par rapport à ces mêmes quantités. Il résulte de là que l'on a

$$\sum y'_i \frac{dx'_i}{dt} = \sum y'_i \frac{\partial F}{\partial y_i} = -2F.$$

Portant dans (2 bis), on aura

$$(5^{bis}) \quad \frac{d}{dt} \sum y'_i \delta x'_i = -3 \delta F.$$

On a ainsi la transformation de l'invariant intégral de M. Poincaré.

De plus, des équations (3) et (5 bis) on déduit

$$\frac{d}{dt} [\sum y \delta x - \sum y' \delta x'] = 4 \delta T - 2 \delta U,$$

ou, d'après une combinaison faite plus haut,

$$\frac{d}{dt} [\sum y \delta x - \sum y' \delta x'] = \frac{d^2}{dt^2} \sum \beta_i \delta (x_i)^2.$$

On peut intégrer, et l'on a

$$\sum y \delta x - \sum y' \delta x' = \frac{d}{dt} \sum \beta_i \delta (x_i)^2.$$

Cette expression me paraît digne de remarque.

M. Poincaré a montré (ch. XXIV) que l'invariant intégral déduit de (5) ou de (5 bis) fournit des relations entre les coefficients des développements des  $x_i$  et des  $y_i$ . Dans le cas particulièrement simple du problème des deux corps, on a ainsi des relations entre les fonctions de Bessel, que l'illustre auteur n'a fait qu'indiquer. La première s'écrit, en tenant compte de ce que l'on a

$$(7) \quad \begin{aligned} J_{p-1}(pe) &= J_{-p+1}(-pe), \\ (2 - 3e^2) \sum_{p=1}^{p=\infty} J_{p-1}^2(pe) &= 0. \end{aligned}$$

Or, on a obtenu les expressions

$$\begin{aligned} y_1 &= -\mu a n \sum J_{p-1}(pe) \sin pw, \\ y^2 &= \mu a n \sqrt{1-e^2} \sum J_{p-1}(pe) \cos pw, \end{aligned}$$

en prenant les dérivées terme à terme des séries qui donnent  $x_1$  et  $x_2$ .

L'équation (7) suffit à montrer que cela n'est pas permis quand le nombre  $e$  est égal ou supérieur à  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ . On sait d'un autre côté que les séries qui donnent  $x_1$  et  $x_2$  ne convergent, lorsqu'on les ordonne suivant les puissances de  $e$ , que si l'on a

$$e < 0,6627.$$


---

**Note sur la présence probable et l'origine de l'alcool dans le produit de distillation en présence de l'eau de la plupart des végétaux vivants;**

Par M. H. DEVAUX.

J'ai eu l'honneur de présenter à la Société, il y a peu de temps, une note sur la présence de l'alcool dans les tiges ligneuses <sup>(1)</sup>, cette note fut en même temps communiquée à l'Académie <sup>(2)</sup>. A l'occasion de cette communication, M. Berthelot fit connaître un fait de même ordre et d'une grande importance : la présence de l'alcool éthylique dans les feuilles vertes (Coudrier et Blé) <sup>(3)</sup>. C'est au sujet de ce dernier fait, que je demande à faire une communication nouvelle à la Société.

J'ai en effet reconnu aussi de mon côté, avant d'avoir eu connaissance de la note de M. Berthelot, qu'on obtient de l'alcool en distillant des feuilles vertes en présence de l'eau; non seulement avec les feuilles de plantes ligneuses, mais encore avec celles de plantes herbacées et aussi avec d'autres tissus parenchymateux. Le fait m'avait beaucoup surpris au

<sup>(1)</sup> H. Devaux, *Asphyxie spontanée et production d'alcool dans les tissus profonds des tiges ligneuses...* (Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux, 18 mai 1899).

<sup>(2)</sup> *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXVIII, n° 22, 29 mai 1899, p. 1346.

<sup>(3)</sup> M. Berthelot, *Remarque sur la formation de l'alcool et de l'acide carbonique et sur l'absorption de l'oxygène par les tissus des plantes* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXVIII, n° 23, 5 juin 1899, p. 1366).



premier abord, et je me réservais d'en faire une étude approfondie, mais la note de M. Berthelot m'oblige à publier dès maintenant ce premier résultat, en attendant ceux que donneront les recherches ultérieures.

Les plantes étudiées sont les suivantes : *Æsculus hippocastanum*, *Alnus glutinosa*, *Castanea vulgaris*, *Ilex aquifolium*, *Populus pyramidalis*, *Quercus pedunculata*, *Quercus ilex*, *Trifolium incarnatum*, *Papaver rhœas*, *Rumex patientia*, *Malva sylvestris*, *Secale cereale*, *Spinacia oleracea*. Je dois signaler en outre une fougère (*Pteris aquilina*) et une mousse (*Hypnum tamariscinum*), qui m'ont également fourni de l'alcool en quantité notable. Et à côté de ces tissus verts, je puis enfin ajouter des tissus sans chlorophylle : racines de *Quercus pedunculata*, d'*Alnus glutinosa*, tubercules de *Pommes de terre*, chapeaux de *Boletus edulis*. En un mot, de presque tous les tissus végétaux vivants que j'ai examinés j'ai pu retirer de l'alcool par distillation en présence de l'eau. Il s'agit donc d'un fait probablement général et d'une grande importance physiologique. C'est pour établir cette généralité qu'après avoir lu la note de M. Berthelot j'ai cru devoir publier les résultats auxquels je suis arrivé de mon côté, tout incomplets qu'ils soient encore, spécialement au point de vue de la caractérisation de l'alcool.

Les appareils dont je dispose, ne m'ont, en effet, permis d'obtenir jusqu'à présent que des quantités trop faibles de substance pour me permettre de faire sur elle des essais rigoureux.

La substance volatile que dégageaient presque toutes ces plantes produisait dans le réfrigérant les mêmes stries mobiles que l'alcool. Le nombre de gouttes au compte-gouttes Duclaux était augmenté. Enfin, par l'iode et le carbonate de soude, la liqueur donnait de l'iodoforme vers 60°. Ces caractères font présumer de l'alcool; mais ils sont insuffisants, car nous sommes en présence d'un cas fort différent de celui des tiges ligneuses. Pour celles-ci nous avons constaté avec certi-

tude que les tissus profonds se trouvaient en état d'asphyxie; l'oxygène arrivant à manquer dans ces tissus quand elles respiraient à l'étuve, et un excès de  $\text{CO}^2$  étant dégagé, on pouvait prédire à coup sûr qu'il y avait fermentation propre, c'est-à-dire production d'alcool : la recherche directe de l'alcool n'était qu'une vérification, et l'on pouvait se contenter de caractériser ce corps d'une manière approximative, au moins au début.

Pour les feuilles, au contraire, aucune indication d'ordre physiologique ne pouvait faire prévoir la présence d'alcool dans ces organes. La feuille est un organe merveilleusement aéré, bien différent en cela des tiges ligneuses; l'asphyxie y est *a priori* extrêmement improbable et aucune fermentation propre, aucun alcool ne devait s'y produire. Et de fait, c'est par hasard et avec un profond étonnement que j'ai obtenu en les distillant un corps volatil ressemblant à l'alcool.

J'ai, du reste, cherché si aucune asphyxie ne s'y produit. J'ai déterminé la respiration comparée des feuilles à 19-20° et à 31-32°. Pour cette recherche j'ai pris soin (comme du reste je l'avais fait pour les tiges ligneuses) de laisser séjourner les feuilles à la température nouvelle pendant plusieurs heures avant de les mettre à respirer en air confiné. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

FEUILLE : RESPIRATION COMPARÉE A 19 ET 32°.

				$\text{CO}^2$		
				à 19-20°	à 31-32°	à 21-23°
<i>Corylus</i> .....	A	.....	0,70	.....	0,78	..... 0,68
»	B	.....	0,75	.....	0,76	..... »
<i>Quercus</i> .....	A	.....	0,78	.....	0,86	..... »
»	B	.....	0,79	.....	0,83	..... 0,78
<i>Castanea</i> .....	A	.....	0,83	.....	0,84	..... »
»	B	.....	0,81	.....	0,86	..... 0,78
<i>Alnus</i> .....	A	.....	0,76	.....	0,75	..... »
»	B	.....	0,73	.....	»	..... »
MOYENNES...			0,77		0,81	0,75

Il résulte de ce tableau que le rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$  subit généralement pour ces feuilles une *légère* élévation en passant de 20 à 30°, puis il revient à peu près à sa valeur primitive en revenant au voisinage de 20°. En aucun cas, il ne s'élève au-dessus de l'unité. Il est donc *possible* que quelques cellules soient en état d'asphyxie, mais à coup sûr il y en a très peu; et il est invraisemblable d'attribuer à une si faible cause la production relativement abondante d'alcool obtenu.

Au contraire, dans les tiges ligneuses respirant à l'étuve nous avons vu le rapport  $\frac{\text{CO}^2}{\text{O}}$  monter beaucoup au-dessus de l'unité; il était donc légitime d'attribuer l'alcool trouvé dans ces tiges à la fermentation propre.

Je crois, dès lors, qu'il faut établir une distinction profonde entre l'alcool des tiges et celui des feuilles et autres tissus très aérés; leur origine est très probablement différente. C'est ce que j'espère établir, lorsque mes recherches seront plus avancées.

---

### Séance du 29 juin 1899.

PRÉSIDENCE DE M. BAYSSELLANCE.

---

## Essai de classification des Cirrhipèdes thoraciques;

Par M. A. GRUVEL.

C'est Leach<sup>(1)</sup> qui, le premier, en 1817, essaya de grouper les Cirrhipèdes en deux ordres : les *Campylosomata*, correspondant à peu près aux Pédonculés actuels, et les *Acamptosomata*, correspondant aux Sessiles. En 1825, Gray<sup>(2)</sup> établit un Synopsis des genres connus. Après lui, Latreille s'occupa

(1) Leach, *Distribution systématique de la classe des Cirrhipèdes* (*Journal de Physique*, t. LXXXV, p. 67-69, 1817).

(2) Gray, *A Synopsis of the genera of Cirripedes* (*Annals of Philosophy new, serie X*, 1825).

de la classification de ce groupe dans ses *Familles naturelles du règne animal*. Enfin, Darwin<sup>(1)</sup> (1851-1853) établit, dans sa belle *Monographie*, une classification, admise encore aujourd'hui d'une façon générale.

Cet auteur divise les Cirrhipèdes en trois ordres : 1<sup>o</sup> les *Thoraciques*, 2<sup>o</sup> les *Abdominaux*, 3<sup>o</sup> les *Apodes*.

C'est seulement du premier de ces ordres que je désire m'occuper pour l'instant. Il est, du reste, de beaucoup le plus important par le nombre des genres et des espèces qu'il renferme.

Ce n'est pas sans quelque hésitation et sans avoir beaucoup réfléchi que je me suis décidé à toucher légèrement, du reste, à la belle œuvre de mon illustre devancier, et j'ai cherché, autant que cela m'a été possible, à en respecter les grands principes.

J'ai voulu essayer d'établir, dans cette courte note, les principes sur lesquels je me propose de m'appuyer plus tard, dans un travail complet de classification. Pour le moment, je me suis borné à grouper, dans des tableaux synoptiques simples, les principaux genres vivants de diagnose nette et précise, mais je n'ai eu aucunement l'intention de présenter un travail complet qui ne pourra être fait que plus tard, ainsi que je l'ai dit.

Le corps des Cirrhipèdes thoraciques est, en général, constitué par un ensemble de parties solides, calcaires ou chitineuses, unies entre elles et supportées par des parties molles. Quant au corps proprement dit de l'animal, il est à peu près complètement mou.

Or, quand on examine les échantillons rapportés par les voyageurs, dans beaucoup de musées ou de collections particulières, on s'aperçoit qu'ils sont rarement conservés dans l'alcool, et que, le plus souvent, c'est sur des animaux desséchés et ratatinés que doivent porter les déterminations. Il ne faut pas, bien entendu, compter le moins du monde, dans ce cas, sur les caractères tirés du corps proprement dit de l'animal (manteau et

(1) Darwin, *A monograph of Cirripedia* (London, 1851-1853).

prosoma), pas plus, en général, que des parties molles de l'enveloppe. Ce n'est donc que sur les plaques capitulaires et les écailles pédonculaires, pour les Pédonculés, et les pièces du test et les pièces operculaires pour les Sessiles, que doivent être pris les caractères génériques, souvent même spécifiques.

Je ne parle ici que des espèces actuellement vivantes. Il en est encore bien autrement si l'on s'adresse à des échantillons fossilisés !

Or, l'un des caractères, par exemple, sur lequel est basée en partie la classification des Balanides de Darwin, repose sur la forme de la branchie et le nombre de ses replis. Il est bien évident que si l'on a affaire à des individus desséchés ou fossilisés, c'est là un caractère absolument négatif, aussi bien que celui qui a trait à la forme des palpes, des cirrhes, etc., de toutes les parties molles, en un mot.

Je suis loin de penser que tous ces détails sont sans importance, mais je trouve qu'il est tâcheux de les introduire pour la distinction des familles et même des genres, s'il est possible d'obtenir le même résultat d'une autre façon !

Voilà pourquoi j'ai essayé d'établir ces tableaux synoptiques des genres, en tenant compte des caractères tirés des pièces solides seulement, qu'elles soient calcaires ou chitineuses.

Les grands traits de la classification établie par Darwin sont, du reste, comme on le voit, respectés.

Avec cet illustre auteur, je divise les *Thoraciques* en deux sous-ordres : les *Pédonculés* ou *Lépadides* et les *Sessiles* ou *Balanides*.

**I. Pédonculés.** — Le principal caractère sur lequel repose la division de ce sous-ordre est tiré du nombre des plaques capitulaires. Ceux qui ont un nombre variable de plaques, mais toujours au-dessus de huit, sont devenus les *Polyaspidés* (de ὅσπῃς, bouclier, plaque); les *Pentaspidés*; les *Tétraspidés* et les *Anaspidés*, renfermant les genres portant respectivement, et d'une façon normale, cinq, quatre ou aucune plaque.

Les autres caractères, que j'appellerai secondaires, sont tirés de la présence ou de l'absence d'écailles pédonculaires, de la forme ou de la dimension de certaines plaques, etc., et se trouvent résumés dans le tableau synoptique ci-joint.

J'ai choisi, pour les Pédonculés, comme, du reste, pour les Sessiles, des caractères secondaires assez précis pour être limités à un très petit nombre de genres, ce qui est, à mon avis, le moyen le plus sûr pour permettre une détermination à la fois exacte et rapide.

**II. Sessiles.** — J'ai divisé les Cirrhipèdes sessiles tout d'abord en deux tribus : les ASYMÉTRIQUES avec le seul genre *Verruca* et les SYMÉTRIQUES renfermant tous les autres genres.

Pour ceux-ci, le caractère distinctif principal porte sur le nombre des pièces calcaires qui forment le test ou muraille.

Ils se divisent nettement en : *Octoméridés* (de  $\mu\epsilon\pi\epsilon\varsigma$ , pièce, partie) renfermant tous les genres dont le test est formé de huit pièces, *Hexaméridés* de six et *Tétraméridés* de quatre, ces quatre pouvant dans *un seul genre* se souder pour former une pièce unique.

Les caractères secondaires sont tirés de la présence d'ailes ou de rayons sur le rostre, de l'épaisseur et de la forme des parois, de la constitution de la base, calcaire ou membraneuse, etc., et sont consignés dans le tableau synoptique également ci-joint.

Quant à ce qui est des *Espèces*, j'ai également essayé d'établir des tableaux synoptiques en suivant la méthode de Høek; mais ils ne pourront être complets que le jour où j'aurai pu, moi-même, vérifier les caractères distinctifs sur lesquels ils reposent et que j'aurai terminé la revision complète de la collection des Cirrhipèdes du Muséum d'histoire naturelle de Paris, revision que M. le professeur Bouvier m'a fait récemment l'honneur de me confier. Je profite de l'occasion qui m'est offerte ici pour l'en remercier bien profondément.

# I. — Essai de Classification des Cirrhipèdes pédonculés (Lépadides).

(TABLEAU SYNOPTIQUE DES GENRES)

Sous-ordre des Cirrhipèdes pédonculés

Genres

Famille des <b>Polyaspides</b> (Écailles sur le pédoncule).	Écailles pédoncul. bien dévelop. et répart. sur tout le pédoncule.	Sous-famille des <b>Pollicipinés</b>	Plus de 15 plaques capitulaires (en général de 18 à 35 et plus) . . . . .	<i>G. Pollicipes.</i>
			Plus de 8 plaques capitulaires (en général de 10 à 15) . . . . .	<i>G. Scalpellum.</i>
Famille des <b>Pentaspides</b> (Pas d'écailles sur le pédoncule).	Écailles bien développées seulement sur la partie supérieure du pédoncule.		8 plaques, dont 2 latérales rudimentaires ou nulles . . . . .	<i>G. Lithotrya.</i>
	Pédonc. couv. d'épines chitin. dissém. sur toute la surface irrégulièrement.		Épines chitineuses disséminées sur le capitulum. . . . .	<i>G. Oxynaspis.</i>
Famille des <b>Tétraspides</b> (Pas d'écailles sur le pédoncule).	Pédoncule lisse.	Sous-famille des <b>Lépadinés</b>	Scuta très développés, parfois divisés en deux, terga réduits ou nuls. . . . .	<i>G. Pacilasma.</i>
			Plaques normalement développées . . . . .	<i>G. Lepas.</i>
Famille des <b>Anaspides</b> (Pas d'écailles sur le pédoncule).	Scuta et terga seuls développés, chiti- neux		Scuta et carène très développés, cachant le pédoncule atrophié. . . . .	<i>G. Megalasma.</i>
			Plaques atrophiées, scuta en forme de V couché (<) plus ou moins ouvert; terga peuvent être réduits ou nuls, ouverture large . . . . .	<i>G. Dichelaspis.</i>
			Plaques atrophiées, lignes colorées parallèles sur le pédoncule et le capitulum, forme droite, ouv. large. . . . .	<i>G. Conchoderma.</i>
	Scuta atrophiés ou nuls.		Pédonc. recouv. de soies chitineuses, nomb. et serrées . . . . .	<i>G. Ibla.</i>
			Scuta très red. ou nuls, capitulum globuleux, recourbé avec une étroite ouverture frangée sur les bords for- mant souvent un tube proéminent. . . . .	<i>G. Alepas.</i>
			Capitulum sur le prolongement direct du pédoncule, large ouverture, pédoncule plus ou moins frangé, plaques nulles. Sur les squalés . . . . .	<i>G. Anelasma.</i>
			Capitulum recourbé sur le pédoncule, tégum <sup>10</sup> lisses, ouverture étroite non frangée, non proéminente, pla- ques nulles. Sur les méduses . . . . .	<i>G. Gymnolepas.</i>

## II. — Essai de Classification des Cirrhipèdes sessiles (Balanides).

(TABLEAU SYNOPTIQUE DES GENRES)

		Genres	
Sous-ordre des Cirrhipèdes sessiles	Tribu des Asymétriques	Famille des Verrucidés	Scutum et tergum mobiles d'un seul côté, soudés de l'autre à la paroi . . . . . <i>G. Verruca.</i>
		Famille des Octoméridés	<p>Rostre avec des ailes, mais sans rayons</p> <p>Pièces à côtes saillantes plus ou moins régulières, base membraneuse . . . . . <i>G. Octomeris.</i></p> <p>Pièces recouvertes d'écailles, base calcaire ou membraneuse . . . . . <i>G. Catophragnus</i></p>
			<p>Rostre av. des ailes et pas de rayons, pièces rostro-latérales sans ailes, parois non poreuses.</p> <p>Sous-famille des Chthamalinés</p> <p>Couronne plate, base membraneuse, bord infér. des pièces en général très découpé à la base, avec côtes saillantes et irrégulières. Littorales. <i>G. Chthamalus.</i></p> <p>Couronne élevée, bords non découpés, base calcaire, grandes profond. ; peut présenter 8 pièces ch. le jeune et 4 seul<sup>1</sup> ch. les g. : échantillons. <i>G. Pacylasma.</i></p>
			<p>Sous-famille des Balaninés.</p> <p>Scuta et terga mobiles, articulés entre eux.</p> <p>Couronne surbaissée, parois très épaisses avec nombr. septa, base membran. Vit sur les animaux mar., tortues, crustacés, mollusques, etc. <i>G. Chenobolia.</i></p> <p>Pièces non poreuses, base calc. de forme régulière conique. Vit sur les éponges . . . . . <i>G. Acasta.</i></p> <p>Parois le plus souvent poreuses, base jamais régulière conique, touj. partie + ou — aplatie à la base. <i>G. Balanus.</i></p>
		Famille des Hexaméridés	<p>Rostre avec des rayons et pas d'ailes.</p> <p>Sous-famille des Coronulinés.</p> <p>Couronne très élevée, cylindrique, base membr. Chaque pièce bilobée plus ou moins profondément, base membraneuse . . . . . <i>G. Platylepas.</i></p> <p>Parois épaisses, septa nombr., valves operculées plus petites que l'orifice de la coquille. Fixés sur les cétaçés, . . . . . <i>G. Coronula.</i></p>
Tribu des Symétriques			<p>Rostre av. des ailes et pas de rayons</p> <p>Satpures quelquefois peu visibles, parois à côtes saillantes plus ou moins régulières vers la base, base membraneuse, parois non poreuses . . . <i>G. Chamæsipto.</i></p>
		Famille des Tétraméridés	<p>Pièces quelquef. soudées extérieurement, parois très poreuses et épaisses, base irrégulière aplatie, calcaire ou membraneuse . . . . . <i>G. Tetractita.</i></p> <p>Parois non poreuses, forme conique tendant à devenir cylindrique, base membraneuse. . . . <i>G. Etminius.</i></p> <p>Paroi formée de 4 pièces distinctes, base en forme de coupe, sur les madrépores. . . . . <i>G. Creusia.</i></p> <p>Paroi form. d'une pièce (résult<sup>1</sup> de la soud. de 4), base en forme de coupe, sur les madrépores. <i>G. Pyrgoma.</i></p>



## Sur les connexions du mylo-hyoïdien et du peaucier chez les Oiseaux;

Par M. J. CHAINE.

Le mylo-hyoïdien des Oiseaux est ordinairement formé, comme je l'ai démontré dans une précédente note<sup>(1)</sup>, par deux lames musculaires superposées, situées à la partie postérieure du plancher buccal. Chez quelques Oiseaux cependant, ce muscle n'est constitué que par un seul feuillet qui correspond, suivant les cas, soit à la lame superficielle, soit à la lame profonde du type général.

La lame superficielle du mylo-hyoïdien, lorsque ce muscle est formé par deux couches musculaires ou le feuillet unique, dans les autres cas, présente, chez la plupart des Oiseaux, avec le muscle peaucier, des connexions importantes qui nous renseignent sur l'origine du mylo-hyoïdien.

Chez les Oiseaux, le muscle peaucier qui naît de chaque côté de la tête, au niveau des apophyses post-orbitaires sur lesquelles il s'insère, s'étend sur toute la longueur du cou, qu'il entoure comme d'un manchon. Il présente suivant les espèces, un aspect plus ou moins différent; c'est ainsi qu'il peut être musculaire ou seulement mi-musculaire et mi-aponévrotique, etc. Je ne décrirai pas ces différentes manières d'être, ne voulant, dans cette note, seulement considérer le peaucier que dans ses rapports avec le mylo-hyoïdien.

Chez la Poule, sur la face ventrale du cou, les fibres musculaires du peaucier s'arrêtent à environ un demi-centimètre en arrière du bord postérieur du feuillet superficiel du mylo-hyoïdien; ce muscle ne se termine pas ainsi brusquement, mais les fibres qui le constituent forment d'abord des faisceaux de plus en plus écartés les uns des autres et réunis entre eux

(1) *Observations sur le mylo-hyoïdien des Oiseaux. — Comparaison de ce muscle avec le mylo-hyoïdien de l'Échidné (Procès-verbaux des séances de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 14 juin 1899).*

par des feuillets aponévrotiques. En avant, le peaucier se continue par une aponévrose mince qui recouvre le mylo-hyoïdien en s'étendant d'une branche de la mandibule à l'autre. Il en est de même chez le Dindon domestique, l'Épervier (*Accipiter nisus*), le Pic Epeiche (*Picus major*), le Canard domestique, etc.

Dans ce premier groupe d'Oiseaux, le peaucier recouvre donc simplement le mylo-hyoïdien sans présenter aucune connexion avec ce muscle. Il n'en est plus tout à fait ainsi chez la Corneille (*Corvus corone*), la Grive, le Guillemot troile (*Uria troile*), le Vanneau huppé (*Vanellus cristatus*), etc.

Chez ces êtres, le peaucier présente bien dans la région qui nous intéresse les mêmes dispositions et le même aspect que dans le cas précédent, recouvrant par conséquent le mylo-hyoïdien, mais ce dernier muscle, au lieu de se terminer librement en arrière comme chez la Poule et le Dindon, se confond suivant son bord postérieur avec le peaucier.

Avec les Pigeons (Bizet, Ramier, Tourterelle, etc.), l'Ædicnème criard (*Ædicnemus crepitans*),... les connexions entre le peaucier et le mylo-hyoïdien deviennent beaucoup plus étroites. Le peaucier ne recouvre plus le mylo-hyoïdien; mais, vers la région médiane du plancher buccal, le bord antérieur du premier de ces muscles se confond avec le bord postérieur du deuxième, de sorte qu'à ce niveau seulement les deux muscles se continuent exactement. Il est à remarquer que chez les Pigeons le mylo-hyoïdien n'est représenté que par le feuillet superficiel.

Enfin, chez le Plongeon lumne (*Colymbus arcticus*), le mylo-hyoïdien, constitué seulement par son feuillet superficiel, prolonge en avant le peaucier sans aucune solution de continuité; de sorte que ces deux muscles ne semblent former qu'une seule et même couche musculaire, comme si le mylo-hyoïdien n'existait pas. Cependant, sur les côtés de la tête, près de l'orifice externe du canal auditif, il existe une scissure

dans cette lame musculaire unique, très courte, il est vrai. La partie postérieure correspond au peaucier et se comporte comme ce muscle; la portion antérieure, au contraire, s'en sépare et vient prendre une insertion semblable à celle du feuillet superficiel du mylo-hyoïdien.

En résumé, nous avons donc tous les degrés entre une connexion très intime comme chez le Plongeon, où pour ainsi dire l'on n'a qu'une seule lame musculaire, jusqu'à une séparation complète de ces muscles, qui ne présentent plus alors que des rapports de voisinage sans aucune connexion (Poule, Dindon, etc.). Si, à ces faits, on ajoute cette remarque que les connexions semblent d'autant plus intimes que le mylo-hyoïdien n'est formé que d'un seul feuillet, je crois que l'on peut conclure de cette étude que le mylo-hyoïdien chez les Oiseaux se forme par une différenciation progressive de la partie antérieure du peaucier qui, suivant les cas, forme soit la lame superficielle, soit la lame profonde du mylo-hyoïdien. Ensuite, comme je l'ai montré précédemment par la description du mylo-hyoïdien de l'Ædicnème et de la Foulque, ce feuillet unique se dédoublera le plus souvent par un clivage horizontal pour donner naissance aux deux feuillets du mylo-hyoïdien.

### **Note sur la morphologie des pièces du test chez les Cirrhipèdes sessiles (Balanides);**

Par M. A. GRUVEL.

Dans une précédente note, j'ai essayé de montrer par un ensemble de faits paléontologiques, embryogéniques et anatomiques, les liens étroits qui existent entre les écailles pédonculaires et les plaques capitulaires des Cirrhipèdes pédonculés.

Si, comme je crois l'avoir démontré, on admet que ces

deux sortes de formations sont dérivées l'une de l'autre par des modifications lentes et des adaptations fonctionnelles différentes, il est intéressant de se demander comment ont pu prendre naissance les pièces qui constituent le *test* ou *muraille*, ainsi que les *pièces operculaires* des Balanides.

J.-E. Gray <sup>(1)</sup>, Darwin <sup>(2)</sup> et les rares auteurs qui se sont occupés de cette importante question, admettent que les pièces operculaires des Sessiles sont homologues aux terga et scuta des Pédonculés, et que la muraille est formée par la coalescence et le développement exagéré des plaques placées à la base du capitulum.

Pour ces auteurs, Darwin en particulier, le pédoncule se serait atrophié et ne serait plus représenté chez les Sessiles que par la base, membraneuse ou calcaire.

C'est là une théorie qui était certainement soutenable quand on ne connaissait pas le g. *Plumulites*, ou si, le connaissant, on considère ces formations fossiles comme ne représentant que des pédoncules ou des capitulum isolés.

Mais si, avec nous, on regarde ces formations comme étant les restes des téguments entiers, il ne peut plus en être ainsi.

« La nature, nous dit H. Milne-Edwards, va du simple au complexe; elle procède au moyen d'une différenciation morphologique continue et progressive, liée à la division du travail physiologique. »

Si l'on admet que, brusquement, le pédoncule et ses formations ont disparu pour ne plus laisser subsister qu'une base membraneuse mince, on est loin du principe fondamental de Milne-Edwards, principe que des recherches aussi savantes que nombreuses n'ont fait, jusqu'ici, que confirmer pleinement.

Combien il est plus naturel de penser qu'il s'est passé pour les Cirrhipèdes ce que nous voyons pour beaucoup d'autres

(1) J.-E. Gray, *Annals of Philosophy*, vol. X, 1825.

(2) Darwin, *A monograph of the Cirrhipedia. Balanidæ*, 1853.

espèces, c'est-à-dire une transformation lente et progressive, sans modifications brusques.

Tous les auteurs sont, en effet, unanimes à penser que les Cirrhipèdes sessiles dérivent directement des Pédonculés, et les faits que nous avons eus sous les yeux ne font que confirmer cette hypothèse. Je crois seulement que, suivant le principe fondamental de Milne-Edwards, la transition s'est faite d'une façon lente, progressive, et que toutes les parties qui constituent les formations cuticulaires des Cirrhipèdes pédonculés doivent se retrouver plus ou moins modifiées chez les Sessiles, au moins au début, à l'origine du groupe.

Mais, il faut bien le dire, comme pour démontrer que l'évolution s'est ainsi accomplie, il nous manque ces formes de transitions nettes que l'on trouve dans certains autres groupes, les homologies deviennent ainsi plus lointaines, et, par conséquent, plus difficiles à saisir.

Si nous admettons, comme je crois l'avoir suffisamment démontré, que le type ancestral du Cirrhipède peut être représenté par le g. *Plumulites* ou une forme très voisine, au point de vue cuticulaire, bien entendu, et si, d'autre part, avec les auteurs, nous considérons les Cirrhipèdes sessiles comme dérivés nettement des Pédonculés, il est, je crois, assez facile de comprendre comment ont pu se produire les transitions qui nous conduisent directement des uns aux autres.

Le g. *Loricula*, ou une forme voisine, nous montre déjà un commencement de perfectionnement, dérivé d'une adaptation fonctionnelle spéciale; mais c'est là encore nettement un Cirrhipède pédonculé.

La base des Balanides étant purement membraneuse chez les types ancestraux de ce groupe (*Chthamalus*, par exemple), doit vraisemblablement provenir de la zone de fixation portant les antennes larvaires, zone qui s'est considérablement développée pour arriver à la structure existant chez nos types actuels. C'est peu à peu, grâce à une sécrétion du manteau d'abord, puis à celles de glandes particulières, qu'elle est

devenue calcaire, comme chez la plupart de nos formes vivantes. En somme, la base des Sessiles doit correspondre morphologiquement à la zone de fixation des Pédonculés.

On peut, il est vrai, objecter que si la base des Balanides dérive de la base seule des Pédonculés, les glandes cémentaires des premiers, au lieu d'être localisées dans la membrane basale, devraient être contenues dans la partie correspondant au pédoncule des Lépadides, c'est-à-dire dans l'espace compris entre le prosoma ou le manteau qui l'enveloppe inférieurement et la base elle-même.

Mais je crois qu'il est facile de répondre à cette objection.

En effet, si l'on considère que la base des Balanides prend en général une grande extension, que cette base est le plus souvent fortement calcifiée, et que si la sécrétion des glandes cémentaires ne pouvait arriver à l'extérieur que par la partie centrale de la base, point de terminaison des canaux cémentaires, la fixation de l'animal serait par là même difficilement assurée; on doit alors facilement comprendre que la localisation de l'appareil cimentaire dans la base seule, étant donnée la constitution rayonnée qu'il y prend, doit, en disséminant la sécrétion sur tous les points de sa surface, assurer par là même, et d'une façon énergique, la fixation de la coquille.

D'autre part, si le pédoncule tout entier des Lépadides était représenté morphologiquement par la base seule des Balanides, on ne voit pas pourquoi les glandes génitales, par exemple, seraient restées dans le manteau, au lieu de suivre le déplacement progressif des glandes cémentaires.

On peut dire, en un mot, que si les glandes cémentaires se sont localisées dans l'épaisseur de la base, et les glandes génitales dans le manteau, c'est tout simplement pour remplir d'une façon plus efficace les rôles physiologiques différents auxquels la nature les a destinées.

En ce qui concerne la muraille, elle ne peut provenir que des écailles pédonculaires du g. *Loricula*, par exemple,

écailles qui se sont soudées entre elles suivant des séries longitudinales.

Dans ce genre, en effet, les écailles pédonculaires sont réparties en dix séries, dont quatre plus petites correspondant deux à deux à la partie carénale et à la partie rostrale; les six autres, plus développées, forment trois séries latérales.

Si l'on suppose que toutes les écailles carénales se sont soudées pour donner une pièce dorsale unique et qu'il en a été de même du côté ventral, on obtient ainsi, immédiatement, la constitution typique et idéale, admise par Darwin, de la muraille des Balanides. Nous avons, en effet, un test formé par une pièce carénale, une pièce rostrale impaires, deux pièces caréno-latérales, deux rostro-latérales, et enfin deux latérales, toutes paires et symétriques.

Avec l'illustre naturaliste anglais, il nous est alors facile de passer de ce type primitif à toutes les formes aujourd'hui connues, simplement par les soudures diverses de ces parties primitives.

Quant aux pièces operculaires, il ne paraît pas douteux qu'elles soient homologues des terga et scuta des Lépadides, qui ne sont autre chose, ainsi que je l'ai montré, que les quatre premières écailles caréno et rostro-latérales qui se sont considérablement développées et qui, chassées par le développement et la soudure des autres écailles pédonculaires supérieures, ont été rejetées à l'intérieur, mais en conservant avec les précédentes des rapports parfaitement nets.

La modification a pu se faire sur un seul côté, d'une façon unilatérale, et donner naissance au g. *Verruca*, ou bien d'une façon bilatérale et symétrique, et nous arrivons alors aux g. *Chthamalus*, *Balanus*, etc.

Le genre actuel *Tubicinella* répondrait assez exactement au type théorique du Balanide, immédiatement dérivé des Lépadides fossiles et en particulier du genre *Loricula*. On n'en connaît qu'une espèce actuellement vivante.

Ch. Morren <sup>(1)</sup> a décrit une espèce de Cirrhipède fossile qu'il a appelé *Tubicinella maxima* et qu'il a rencontrée dans le crétacé de Belgique. Darwin pense que cette forme n'appartient pas aux *Cirrhipèdes*. Au point de vue qui nous occupe ici, n'est-il pas permis d'espérer que l'on arrivera peut-être un jour à découvrir dans les couches géologiques une forme nette de passage entre les Cirrhipèdes pédonculés et les Cirrhipèdes sessiles?

L'accroissement des pièces de la muraille et des pièces operculaires se fait, en général, exactement de la même façon que celui des écailles ou des plaques des Pédonculés.

En résumé, dans l'état actuel de la science à cet égard, d'après les conclusions de ma précédente note et les faits signalés dans la présente, je crois pouvoir dire, autant qu'il est possible de le faire dans une question si délicate, que :

1° Les Cirrhipèdes pédonculés et sessiles ont tous une origine commune représentée *actuellement* par les genres *Plumulites* et *Loricula*;

2° Que la base des Balanides, d'abord membraneuse, puis calcaire, est formée par un élargissement progressif de la zone de fixation des Lépadides;

3° Que la muraille provient des écailles pédonculaires du type ancestral, écailles soudées en une seule lame par séries longitudinales, ces plaques pouvant, du reste, se souder plus ou moins entre elles de façon à modifier le nombre des pièces du test;

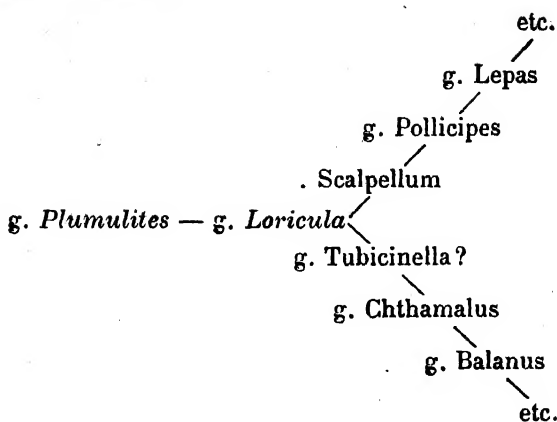
4° Que les pièces operculaires des Balanides correspondent aux terga et scuta des Lépadides;

5° Enfin, que le ~~type~~ Balanide, immédiatement dérivé de la forme ancestrale unique du Cirrhipède, peut être représenté par une forme très voisine du genre *Tubicinella* actuel, mais avec une base moins large.

(1) Ch. Morren, *Messageur des sciences*, 1827-1828, t. VI, p. 227.



Le tableau ci-dessous :



pourrait résumer en l'état actuel de nos connaissances et en ce qui concerne, bien entendu, les formations cuticulaires, l'évolution phylogénique des Cirrhipèdes; faisons remarquer toutefois que les formes citées sont les formes connues qui se rapprochent le plus des types théoriques marquant les différentes étapes de l'évolution du groupe tout entier.

Le g. *Verruca* représenterait, semble-t-il, une forme à développement asymétrique, unilatéral, détachée de bonne heure de la ligne évolutive normale.

Le genre *Pachylasma* (Darwin) présente pendant le cours de son accroissement un fait intéressant. Quand il est jeune, le test est formé de huit pièces; à mesure qu'il grandit, il se produit, de chaque côté, une soudure entre deux d'entre elles, ce qui réduit à six le nombre des pièces. Il peut même arriver que la soudure aille plus loin, puisque, parfois, ce nombre est seulement de 4.

De sorte que le même genre nous présente nettement les trois types, à huit, six et quatre pièces formant le test, et cela en un temps relativement court.

J'ai cru bon, en terminant, de signaler ce fait, qui vient encore à l'appui de la théorie énoncée plus haut.

Il semble donc, en dernière analyse, qu'à partir du g. *Lori-*

cula, l'évolution des Cirrhipèdes s'est faite suivant deux processus différents : d'une part, atrophie progressive des écailles pédonculaires et exagération des plaques capitulaires, en nombre ou en dimension, pour donner naissance aux Lépadides, et, d'autre part, prolifération et coalescence des écailles pédonculaires et conservation du *statu quo* ou même atrophie des valves operculaires, ce qui a donné naissance aux Balanides.

### Sur les points indifférents;

Par M. PAUL SAUREL.

Les systèmes chimiques dans lesquels le nombre des phases surpasse d'une unité le nombre des composants indépendants, les systèmes univariants, possèdent les propriétés suivantes :

Pour qu'il y ait équilibre à une température donnée, il faut que la pression et les concentrations des différentes phases aient des valeurs déterminées; les masses des phases ne sont pas déterminées : il y en a une qui peut être prise arbitrairement. On peut ainsi faire subir au système, à une température donnée et sous la pression d'équilibre correspondante, une modification qui fera varier les masses des phases, mais qui laissera invariables les concentrations.

De plus, les variations simultanées  $dT$  et  $d\Pi$  de la température et de la pression d'équilibre sont liées par la formule dite de Clapeyron-Clausius,

$$\frac{d\Pi}{dT} = \frac{Q}{T\delta V}.$$

Dans cette équation,  $Q$  désigne la quantité de chaleur qu'absorbe le système et  $\delta V$  l'augmentation de volume qu'il éprouve quand on lui fait subir, à une température donnée et sous la pression d'équilibre, une modification qui laisse invariables les concentrations, mais qui fait varier les masses des phases.

Les systèmes dans lesquels le nombre des phases est égal au nombre des composants indépendants, les systèmes bivariants, possèdent des propriétés fort différentes des précédentes. A une température donnée et sous une pression donnée, pour qu'un tel système soit en équilibre, il faut que les concentrations et les masses des phases aient des valeurs déterminées. Il est donc impossible, en général, de faire subir à un tel système une modification qui laissera invariables les concentrations, la température et la pression, et qui fera varier les masses des phases.

Pourtant, il existe des états exceptionnels que l'on appelle *états indifférents* ou *points indifférents*, dans lesquels un système bivariant admet une telle modification. Les propriétés de ces points indifférents sont analogues aux propriétés des systèmes univariants.

A une température donnée, pour qu'un système bivariant soit dans un état indifférent, il faut que la pression et les concentrations aient des valeurs déterminées; les masses des phases ne sont pas déterminées, il y en a une qui peut être prise arbitrairement. On peut donc faire subir au système bivariant, à la température donnée et sous la pression du point indifférent, une modification qui laissera invariables les concentrations, mais qui fera varier les masses des phases.

De plus, les variations simultanées,  $dT$  et  $d\Pi$ , de la température et de la pression du point indifférent sont liées par une équation de même forme que celle de Clapeyron-Clausius :

$$\frac{d\Pi}{dT} = \frac{Q}{T\delta V}.$$

Dans cette équation,  $Q$  désigne la quantité de chaleur absorbée par le système, et  $\delta V$  l'augmentation de volume qu'il éprouve quand on lui fait subir, à la température donnée et sous la pression du point indifférent, une modification qui laisse invariables les concentrations.

La seconde des deux propriétés des points indifférents que

nous venons d'énoncer ne semble pas avoir été remarquée jusqu'ici, quoique, dans le mémoire de Gibbs <sup>(1)</sup>, il y ait une formule qui la suggère.

### Sur l'écrouissage;

Par M. P. DUHEM.

Les recherches expérimentales et théoriques que M. Marchis et moi avons, à plusieurs reprises, communiquées à la Société, nous ont conduits à formuler le principe suivant :

*Lorsqu'on se donne le volume spécifique  $v$  et la température  $T$  d'une masse de verre, l'état de cette masse n'est pas entièrement défini; à ces variables, il faut en joindre une autre,  $x$ , caractérisant le degré atteint, en cette masse de verre, par une certaine modification allotropique ou chimique.*

Cette proposition concorde avec les vues émises depuis longtemps, par certains métallurgistes, touchant la trempe ou le recuit des métaux. Toutefois, elle n'est pas acceptée sans difficulté par certains physiciens qui semblent regarder l'adjonction d'une variable  $x$  aux deux variables  $v$  et  $T$  comme un subterfuge destiné à mettre d'accord avec les faits une théorie particulière dont la légitimité leur semble douteuse.

Il nous semble donc intéressant de présenter un fait où l'introduction de la nouvelle variable est pour ainsi dire forcée et résulte, non point de notre théorie des modifications permanentes, mais seulement de l'axiome de Clausius, dont la généralité n'est guère révoquée en doute par les physiciens autorisés.

Le fait dont il s'agit a été constaté par M. Lenoble, professeur à la Faculté libre des sciences de Lille, au cours de ses recherches sur la traction des fils métalliques.

(1) Gibbs, *On the Equilibrium of Heterogeneous Substances*, p. 156.

Soit  $l$  la longueur d'un fil métallique soumis à un poids tenseur  $P$ . En une modification élémentaire, le travail externe a pour valeur  $P dl$ .

Supposons que le fil décrive un cycle fermé, isothermique, réel; l'axiome de Clausius exige que le travail externe effectué durant le parcours de ce cycle soit positif :

$$\int P dl > 0.$$

Or, supposons que l'état du fil soit entièrement défini par les deux variables  $T, l$ ; pour qu'une modification isothermique de ce fil soit un cycle fermé, il faut et il suffit qu'elle soit représentée par une courbe fermée lorsque l'on prend pour abscisses les poids  $P$  et pour ordonnées les longueurs  $l$ . Dès lors, l'axiome de Clausius nous permet d'énoncer la proposition suivante :

*Si une modification isothermique est représentée, dans le plan  $POl$ , par une courbe fermée, cette courbe fermée est sinistrorsum.*

Or, M. Lenoble a soumis un grand nombre de fois un fil d'argent à l'opération qui consiste à faire passer la charge  $P$  de la valeur  $P_0$  à la valeur  $P_1$ , et à la ramener de la valeur  $P_1$  à la valeur  $P_0$ . Au bout d'un certain nombre d'oscillations de ce genre, la modification isothermique du fil est sensiblement représentée, dans le plan  $POl$ , par une courbe fermée. Cette courbe change lentement de forme et de position lorsqu'on augmente notablement le nombre des oscillations; au sujet de ce changement de forme, voici ce qu'a observé M. Lenoble :

La courbe observée après cinquante oscillations est formée d'une seule boucle *sinistrorsum*; cette boucle s'aplatit et, au bout de cent oscillations, est réduite à une *double droite*; la courbe s'ouvre de nouveau et, au bout de cent vingt oscillations, est formée d'une seule boucle *dextrorsum*; puis, elle prend la forme d'une courbe à deux boucles dont l'une, *sinistrorsum*, correspond aux faibles valeurs du poids tenseur;

d'abord très petite, cette boucle grandit (cent cinquante oscillations); la boucle *dextrorsum* s'aplatit et disparaît (quatre cents oscillations), et la courbe se trouve de nouveau formée d'une seule boucle *sinistrorsum* (cinq cents oscillations).

Certains de ces aspects ne sauraient se concilier avec l'axiome de Clausius si l'état du fil était entièrement défini par les deux variables  $P$ ,  $l$ ; il en est tout autrement si l'on suppose qu'il faille adjoindre à ces deux variables une troisième variable  $x$ , représentant le degré d'une modification allotropique ou chimique que l'on peut nommer l'*écrouissage*. Dans ce cas, en effet, une modification peut ramener la longueur  $l$  à sa valeur initiale et être représentée, dans le plan  $POl$ , par une courbe fermée, sans constituer un cycle, car la valeur de  $x$  peut n'être pas la même au commencement et à la fin de la modification.

---

## Sur les combinaisons salines de l'Osmium;

Par M. M. VÈZES.

### I

Parmi les métaux rares qui sont habituellement associés au platine dans son minerai, l'Osmium est celui dont les combinaisons sont le plus mal connues. Pour beaucoup d'entre elles, en effet, les données expérimentales de Berzelius (1829) et de Claus (1863) n'ont été l'objet d'aucune revision récente; et si l'on songe que sur les quinze ou vingt composés nouveaux découverts et décrits par Berzelius, trois seulement ont été analysés par lui, on conviendra que cette revision ne serait pas inutile. De tels travaux de revision ont été faits, depuis une vingtaine d'années, sur la plupart des autres métaux de la mine de platine: le plus bel exemple en a été fourni par ces recherches sur le Ruthénium (1888-1895), qui ont occupé les dernières années de la vie du regretté A. Joly. Des recher-

ches analogues sur l'Osmium et ses composés s'imposent d'autant plus aujourd'hui que, grâce aux brevets pris l'an dernier par Auer von Welsbach pour la construction de lampes à incandescence à filament d'Osmium, ce métal, jusque-là envisagé comme une curiosité de laboratoire, est entré dans le domaine de la chimie industrielle. Il est vrai que de telles recherches sont assez difficiles : la faible stabilité que possèdent, en présence de l'eau chaude, la plupart des combinaisons de l'Osmium, ainsi que la facilité avec laquelle elles se transforment en un produit volatil, le peroxyde  $\text{OsO}_4$ , en rendent l'étude très délicate, soit au point de vue de leur préparation et de leur purification, soit surtout au point de vue de leur analyse.

Ajoutons enfin que les propriétés toxiques de la vapeur de ce peroxyde, dont l'action sur les tissus vivants est bien connue des micrographes, rendent ces recherches assez dangereuses, si l'on ne prend la précaution de les effectuer dans des appareils bien clos et sous des hottes à ventilation énergétique.

Soit par lui-même, soit par ses combinaisons, l'Osmium est celui des métaux du platine qui présente au plus haut degré ce caractère, déjà signalé dans le cas du Platine et du Palladium (*Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séances du 30 avril 1896 et du 17 mars 1898), de se comporter au point de vue chimique comme un métalloïde, et non comme un métal. Ses propriétés chimiques, et en particulier la facilité avec laquelle il s'oxyde dans l'air chaud en fournissant le peroxyde volatil déjà signalé plus haut, avaient déjà conduit Berzelius à le rapprocher de l'arsenic, et Dumas du tellure; Sainte-Claire Deville et Debray l'appelaient le métalloïde de la famille du Platine.

Mais c'est surtout l'étude de ses combinaisons qui justifie une telle conclusion. Pour lui, comme pour le Platine et pour le Palladium, les seules combinaisons assez bien connues qui présentent le caractère de sels bien définis et bien cristallisés

sont des sels d'acides complexes, où l'Osmium figure seulement dans le radical acide, et où le rôle d'élément basique est joué par un autre métal, par exemple un métal alcalin. Voici, en effet, la liste des principales familles de composés salins de l'Osmium; nous n'inscrivons ici, pour chacune d'elles, que son principal représentant, le sel de potassium :

Osmiocyanures. . . . .	Os (CAz) <sup>6</sup> K <sup>4</sup>
Chloroosmites . . . . .	OsCl <sup>6</sup> K <sup>3</sup>
Chloroosmiate. . . . .	OsCl <sup>6</sup> K <sup>3</sup>
Osmiamates . . . . .	OsO (AzO) OK
Osmiates . . . . .	OsO <sup>4</sup> K <sup>3</sup>

Si ces formules mettent hors de doute le caractère métalloïdique de l'Osmium, elles montrent, en revanche, qu'il n'est pas possible de classer les combinaisons salines de cet élément aussi simplement que celles du Platine ou du Palladium. Pour le Platine, par exemple, les très nombreuses familles de dérivés salins actuellement connues appartiennent toutes à deux types fondamentaux, le type platosel PtX<sup>6</sup>K<sup>3</sup>, le type platisel PtX<sup>6</sup>K<sup>3</sup>. De même, pour le Palladium, des formules semblables permettent de résumer en deux types, palladosel et palladisel, l'ensemble des combinaisons salines de cet élément. Ici, au contraire, à chacune des familles citées plus haut correspond une formule d'un type spécial.

## II

A l'exception des chloroosmiate OsCl<sup>6</sup>K<sup>3</sup>, qui sont isomorphes des chloroplatinates PtCl<sup>6</sup>K<sup>3</sup> et chloropalladates PdCl<sup>6</sup>K<sup>3</sup>, on ne connaît pas jusqu'à présent de dérivés salins de l'osmium analogues à ceux du platine et du palladium. Vu la facilité avec laquelle les composés de l'osmium s'altèrent par oxydation en fournissant le peroxyde, il y a lieu de chercher à en obtenir en milieu réducteur : l'acide oxalique et ses sels, qui donnent si aisément des oxalates complexes avec les chlorosels



du platine et du palladium, se trouvent ainsi tout indiqués pour fournir une première série de sels complexes, desquels on pourra ensuite chercher à déduire, par des réactions de double décomposition, d'autres sels de même type.

L'action de l'acide oxalique ou de ses sels sur les combinaisons de l'osmium a été jusqu'à présent fort peu étudiée. Deux essais seulement ont été tentés dans ce sens, l'un par Wolcott Gibbs (*Amer. Chem. Journ.*, t. III, p. 238, 1881), qui, faisant réagir de l'oxalate neutre d'ammonium sur une solution d'osmiate de potassium, obtient un composé ammoniométallique, l'oxalate d'osmyldiammonium  $\text{OsO}_3(\text{AzH}^+)_2\text{C}_2\text{O}_4$ ; l'autre, moins heureux, de H. Rose (*Traité de chimie analytique*, édition française originale, t. I, p. 218, 1859), qui, étudiant l'action des principaux réactifs sur les solutions des chloroosmiates, et particulièrement du chloroosmiate de potassium, déclare que « l'acide oxalique est sans action ». Il est vraisemblable que H. Rose fût arrivé à un résultat tout différent s'il eût employé non l'acide oxalique, mais son sel neutre de potassium; la facilité avec laquelle le chloroplatinate de potassium est transformé, dans ces conditions, en chloroplatinite ou en platooxalate (*Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séances du 9 juin et du 23 juin 1898), permet de penser que le chloroosmiate doit, en liqueur neutre, donner lieu à une réaction analogue.

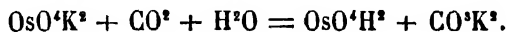
Le peroxyde  $\text{OsO}_4$  étant le produit immédiat de la purification de l'osmium commercial, il y avait lieu de rechercher tout d'abord si l'on ne pourrait pas l'employer comme matière première pour la préparation directe d'un osmiooxalate complexe. Le mode opératoire suivant conduit aisément au résultat cherché.

Le peroxyde, résultant du grillage de l'osmium commercial au rouge sombre dans un courant d'oxygène, est reçu dans une solution concentrée de potasse pure, dans laquelle il se dissout en la colorant en rouge brun foncé. La solution obtenue

nue, qui émet d'une façon très notable l'odeur si caractéristique du peroxyde, est rapidement versée dans un grand ballon muni d'un réfrigérant ascendant, additionnée d'acide oxalique cristallisé, et portée à l'ébullition. Si la quantité d'acide oxalique ajoutée est insuffisante pour saturer l'alcalinité de la liqueur, on voit au bout de quelques instants celle-ci prendre la couleur violette caractéristique des solutions d'osmiate de potassium, et donner naissance à un abondant précipité noir qui est, selon toute vraisemblance, l'acide osmique  $\text{OsO}^*\text{H}^*$ , décrit par Moraht et Wischin (*Zeit. f. anorg. Chem.*, t. III, p. 156; 1893). Dans ces conditions, en effet, l'oxalate de potassium formé dans la liqueur a réduit le peroxyde d'osmium, jouant le même rôle que l'alcool ou que l'azotite de potassium dans les méthodes classiques de préparation de l'osmiate de potassium, signalées pour la première fois par Fremy (*Ann. chim. phys.*, 3<sup>e</sup> série, t. XII, p. 516; 1844). La réaction qui s'est produite peut vraisemblablement être représentée par l'équation



l'osmiate formé se dédoublant ensuite, sous l'influence de l'ébullition ainsi que d'une partie du gaz carbonique produit, en acide osmique et carbonate de potassium :



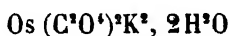
Si l'on a, au contraire, employé assez d'acide oxalique pour que, après dissolution complète de ce corps, la liqueur soit nettement acide, la réaction est toute différente : des quantités très notables de gaz carbonique se dégagent, entraînant du peroxyde d'osmium qui est retenu et condensé par le réfrigérant ascendant, et la liqueur, se décolorant partiellement, passe au jaune brun clair. Par refroidissement, elle abandonne alors des cristaux bruns, formant de fines aiguilles prismatiques, agissant sur la lumière polarisée, qui rappellent par leur

aspect, quoique avec une couleur plus foncée, les cristaux de palladooxalate de potassium.

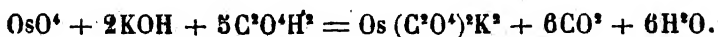
Ces cristaux, chauffés à 80° pendant vingt-quatre heures, s'effleurissent et perdent environ 7 0/0 de leur poids; portés ensuite à 110°-120° pendant le même temps, ils conservent un poids constant, sans avoir donné lieu, pendant l'une ou l'autre de ces deux périodes, à aucune odeur de peroxyde, ni à aucun changement de couleur dénotant un commencement de décomposition. Ils sont donc stables jusqu'à cette température, sauf perte de leur eau de cristallisation. Ce n'est qu'à une température plus élevée qu'ils subissent une décomposition explosive, avec incandescence et projections, en fournissant une poudre noire qui est un mélange d'osmium très divisé et d'oxalate de potassium, et en dégageant, avec du gaz carbonique, un peu de peroxyde, reconnaissable à son odeur.

Ils sont également assez stables au contact de l'eau, dans laquelle ils sont peu solubles à froid, notablement solubles à l'ébullition: en effet, ils peuvent être facilement purifiés par recristallisation dans l'eau bouillante.

Leur analyse conduit à la formule



analogue à celle du platooxalate et du palladooxalate de potassium; il convient, dès lors, de leur donner le nom d'osmiooxalate de potassium, et de formuler ainsi la réaction qui leur a donné naissance:



Il est vraisemblable que ce sel doit pouvoir donner naissance à une série d'osmiooxalates analogues aux platooxalates dont Söderbaum (*Studier öfver platooxalylföreningar*, Upsala, 1888) a fait l'étude si complète, ou aux palladooxalates qui font en ce moment l'objet des recherches de M. H. Loiseleur

(*Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 13 avril 1899). Il est vraisemblable aussi que, conformément à une observation déjà faite à propos du platooxalonitrite de potassium (*Bull. Soc. Chim.*, 3<sup>e</sup> série, t. XXI, p. 147; 1899), des réactions de double décomposition, effectuées au moyen de sels métalliques auxquels correspond un oxalate insoluble, permettront de passer de l'osmiooxalate de potassium à des osmiosels de même type, mais dans lesquels les deux groupes C'O<sup>•</sup> seront remplacés par quatre atomes de chlore, ou de brome, etc., ou par quatre groupes acides monovalents. Le sel que je présente aujourd'hui à la Société peut ainsi servir de point de départ à toute une série de recherches, que j'espère pouvoir faire entreprendre l'an prochain dans mon laboratoire.

*Séance du 20 juillet 1899.*

PRÉSIDENCE DE M. STROHL.

---

**A propos des faux équilibres chimiques;**

Par M. P. DUHEM.

J'ai eu plusieurs fois occasion d'entretenir la Société des Sciences physiques et naturelles de la notion de *faux équilibre chimique*; M. H. Pélabon a publié, soit dans les *Mémoires*, soit dans les *Procès-verbaux* de la Société, un certain nombre de recherches expérimentales destinées à fixer cette notion. Les travaux expérimentaux de M. Pélabon et les idées théoriques qui s'y rattachent viennent d'être vivement attaqués par M. Max Bodenstein <sup>(1)</sup>, qui se vante d'avoir institué des « expériences nouvelles qui ne laissent subsister aucun fondement où étayer l'existence des faux équilibres ».

(1) Max Bodenstein, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, Bd XXIX, p. 147. 295 et 315.

Je voudrais discuter ici cette opinion si tranchante de M. Max Bodenstein.

En premier lieu, je ferai remarquer que M. Max Bodenstein semble avoir pris des travaux qu'il critique une connaissance bien superficielle. Tout d'abord, en ce qui concerne mes recherches théoriques, il les cite seulement d'après l'exposé qui en est donné dans la thèse de M. Pélabon, parce que mon *Traité élémentaire de mécanique chimique* « n'est pas, dit-il, à sa disposition ». Ce livre étant dans le commerce, cette excuse est étrange.

De M. Pélabon, M. Max Bodenstein n'a pas lu non plus tous les travaux. En particulier, pour la formation de l'acide sulfhydrique, dont nous allons nous occuper spécialement, M. Max Bodenstein ne connaît pas le travail étendu que M. H. Pélabon a inséré dans les *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*<sup>(1)</sup>; qui plus est, s'il cite une note publiée par M. H. Pélabon aux *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXIV, p. 686, il ne cite pas une note du même auteur qui se trouve à la page 35 du même volume, note dont la lecture lui eût évité une grave erreur.

Grâce à cette connaissance par trop superficielle des travaux qu'il cite, M. Max Bodenstein est conduit à donner à ses lecteurs une idée tout à fait fausse du contenu de ces travaux.

En toute étude sur les équilibres chimiques, c'est une question capitale de savoir si l'on a maintenu le système à une température invariable pendant un temps assez long pour que l'équilibre soit sûrement atteint; M. Max Bodenstein reproche (p. 157) à M. Pélabon d'avoir négligé d'examiner cette question. « La démonstration que les faux équilibres sont réellement des états limites n'est donnée par Pélabon, en ce qui concerne la formation et la décomposition de l'acide sélénhy-

(1) H. Pélabon, *Sur l'absorption de l'hydrogène sulfuré par le soufre liquide et la combinaison directe du soufre et de l'hydrogène* (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 5<sup>e</sup> série, t. III, p. 257).

drique, que d'une manière tout à fait insuffisante, car les résultats expérimentaux qu'il donne pour valeurs limites manifestent, pour des temps de plus en plus longs, des variations petites, mais indéniables; dans ses recherches sur la formation de l'hydrogène sulfuré, le même auteur se borne à donner des nombres comme valeurs limites, sans appuyer cette hypothèse d'aucune démonstration. »

On se tromperait gravement au sujet des recherches de M. Pélabon, si l'on se fiait à ce que M. Bodenstein en dit dans ce passage.

En étudiant la formation ou la décomposition de l'hydrogène sélénié, M. Pélabon s'assure toujours d'une manière minutieuse que le tube a été chauffé assez longtemps pour que l'équilibre soit atteint; pour cela, il montre qu'un temps de chauffe beaucoup plus long ne fait plus varier la composition du système que de *quantités inférieures aux erreurs d'expérience*; sans doute, à cause des multiples difficultés que présente ce genre d'expériences, les nombres trouvés au bout de temps de chauffe de plus en plus longs ne sont pas identiques entre eux, mais *la différence entre un nombre et le suivant a tantôt un signe et tantôt le signe contraire*, tandis qu'elle devrait avoir un signe invariable, si, comme le pense M. Bodenstein, elle était l'indice d'une réaction qui se produit, bien que très lentement.

Voici quelques exemples où  $x$  désigne le rapport entre la masse d'hydrogène sélénié subsistant dans le système et la masse possible.

#### EXPÉRIENCES FAITES A 250°.

Combinaison de l'hydrogène avec le sélénium.

Temps de chauffe :  $x$

Un mois .....	0,025
Un mois et demi. ....	0,023
Deux mois et quatre jours.....	0,025

## EXPÉRIENCES FAITES A 260°.

Combinaison de l'hydrogène et du sélénium.

Temps de chauffe :  $x$ 

Un mois.....	0,0314
Six semaines.....	0,0300

## EXPÉRIENCES FAITES A 270°.

Décomposition de l'hydrogène sélénié.

Temps de chauffe :  $x$ 

192 heures.....	0,171
288 — .....	0,165
480 — .....	0,1605
490 — .....	0,163

Combinaison de l'hydrogène et du sélénium.

490 heures.....	0,0491
Un mois .....	0,0478

Pour la combinaison de l'hydrogène et du soufre, M. Pélabon a pris des précautions encore plus grandes; à deux des températures les plus intéressantes, — deux de celles auxquelles se rapportent les expériences que M. Bodenstein oppose au chimiste de Lille, — les températures de 280° et 310°, M. Pélabon a construit les courbes qui donnent les valeurs de  $x$  en fonctions du temps de chauffe; ces courbes forment la figure 4 du mémoire inséré aux *Mémoires* de la Société des Sciences de Bordeaux.

On voit par ce qui précède combien sont mal fondées les critiques adressées par M. Max Bodenstein à la méthode de M. Pélabon et combien peu il était autorisé à dire que « les nombres donnés par M. Pélabon, comme nombres limites dans la combinaison de l'hydrogène et du soufre, ne sont que des points arbitrairement choisis au cours d'une réaction en marche et que les considérations développées à propos de ces

nombres, en vue de la théorie des faux équilibres, par M. Duhem, perdent tout fondement ».

Mais venons au désaccord même qui se manifeste entre les résultats obtenus par M. Bodenstein et ceux qu'a obtenus M. Pélabon. Selon M. Pélabon, lorsqu'on chauffe en vase clos, à une température inférieure à 350°, de l'hydrogène et du soufre liquide, il se forme de l'hydrogène sulfuré; selon M. Pélabon, la combinaison est limitée; elle est illimitée selon M. Bodenstein.

D'où peut provenir cette contradiction, étant donné que les nombres obtenus par M. Pélabon représentent certainement, en dépit des affirmations contraires de M. Bodenstein, des nombres limités?

A une température déterminée, la combinaison de l'hydrogène et du soufre est limitée, mais *la limite obtenue dépend de la masse du soufre et croît avec elle de telle sorte que si la masse du soufre est assez grande, la combinaison peut être presque intégrale*. Voici des nombres extraits de la note même que cite M. Bodenstein : A 280°, dans un tube de 7 centimètres cubes environ, on trouve, pour valeur finale de  $x$ , 0,3356, 0,604 ou 0,93, selon que la masse du soufre a pour valeur 0<sup>re</sup> 02, 0<sup>re</sup> 01 ou 1 gramme. Cette influence est due à une absorption considérable de l'acide sulfhydrique par le soufre liquide, absorption que M. Pélabon a soigneusement étudiée, en particulier dans la note des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXXIV, p. 35, que M. Bodenstein n'a pas citée; il a rapproché cette absorption de l'absorption également découverte et étudiée par lui de l'hydrogène sélénié par le sélénium liquide.

Or, de cette influence de la masse du soufre, de cette absorption de l'hydrogène sulfuré par le soufre liquide, M. Bodenstein ne paraît ni se soucier, ni se douter; combien met-il de soufre dans les tubes sur lesquels il expérimente? Aucune pesée ne nous renseigne à cet égard; M. Bodenstein nous indique seulement qu'il introduit le soufre « en petits



morceaux grossièrement concassés » (*grobe stückchen*); qu'il en met toujours assez pour que la vapeur soit saturée, mais qu'il évite d'en mettre un trop grand excès qui entraînerait des difficultés pratiques; qu'avant l'expérience, il pulvérise le soufre liquide en très fines gouttelettes sur les parois du ballon; mais tout ce que l'on peut tirer de ces indications, c'est que la masse de soufre employée est sans doute beaucoup plus grande que celle à laquelle se rapportent les nombres incriminés qu'avait fournis M. Pélabon, celle-ci étant de 0<sup>re</sup> 02 pour 7 centimètres cubes.

Faute d'avoir pesé la masse de soufre employée, M. Bodenstein a perdu son temps à faire un grand nombre d'expériences parfaitement inutiles.

### **Action du sodammonium et du potassammonium sur le tellure et le soufre;**

Par M. C. HUGOT.

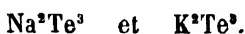
L'action des ammoniums alcalins sur le sélénium a déjà fait l'objet de deux communications à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux (séances du 12 janvier et du 23 mars 1899).

Les résultats obtenus en remplaçant le sélénium par le tellure et le soufre ne sont pas moins intéressants.

I. TELLURE. — Nous considérerons deux cas suivant que le métal alcalin ou le tellure est en excès :

1<sup>o</sup> *Le métal alcalin est en excès.* — On prépare ainsi deux tellures amorphes, blancs, insolubles dans le gaz ammoniac liquide et dont les formules sont Na<sup>2</sup>Te et K<sup>2</sup>Te. (Société des Sc. phys. et nat. de Bordeaux, séance du 23 mars 1899.)

2° *La tellure est en excès.* — Les deux tellurures qui résultent de cette action correspondent aux formules



Le procédé opératoire est toujours le même. On fait arriver lentement et par petites portions une dissolution d'ammonium alcalin dans le gaz ammoniac liquéfié sur du tellure pur placé lui-même dans du gaz liquide. Lorsque l'action est terminée, la liqueur prend une teinte qui se rapproche du rouge violet. Ce liquide peut être séparé du tellure non attaqué. L'insolubilité de ce dernier corps dans le gaz ammoniac liquide permet de le laver complètement. (Soc. des Sc. phys. et nat. de Bordeaux, séance du 25 nov. 1898.)

Le liquide, qui dissout le tellure fermé, est rassemblé dans la seconde branche de l'appareil. On maintient celle-ci à une température voisine de  $-25^\circ$ , et on laisse partir le gaz ammoniac. Lorsqu'au bout de plusieurs heures il ne se dégage plus une bulle de gaz, on se trouve en présence d'un liquide épais, brun foncé, qui se fond facilement en masse quand on l'agite. Il reste solide jusque vers  $-15^\circ$ . A cette température il redevient liquide et sa tension est supérieure à la pression atmosphérique. En ouvrant légèrement le robinet du tube à dégagement et en maintenant l'appareil tout entier à la température ordinaire, on laisse partir peu à peu le gaz ammoniac. On ne constate pas de tension de dissociation. La pression diminue au fur et à mesure qu'on enlève du gaz ammoniac.

Si l'évaporation a été lente, il reste au fond de la branche de l'appareil un corps cristallisé brun foncé.

Les deux tellurures alcalins ainsi préparés présentent le même aspect; ils sont solubles dans l'eau privée d'air en donnant une liqueur violette. Cette dissolution abandonne à l'air du tellure en poudre cristalline.

Leur analyse se fait en les traitant par l'eau de brome et le brome. Dans la liqueur qui résulte de cette attaque, le tellure est précipité par un courant de gaz sulfureux. Après plusieurs

lavages, il est traité par l'acide sulfurique chaud additionné d'acide azotique. Le tellure est ensuite pesé à l'état de sulfate de tellure  $2\text{TeO}_3$ ,  $\text{SO}_3$  <sup>(1)</sup>.

Les métaux alcalins sont dosés à l'état de sulfates.

## II. SOUFRE.

1° *Excès de métal alcalin.* — Ce cas a donné des résultats qui ont été publiés. (Société des Sc. phys. et nat. de Bordeaux, séance du 23 nov. 1893.) On obtenait ainsi les sulfures alcalins  $\text{Na}_2\text{S}$  et  $\text{K}_2\text{S}$ , blanches, amorphes, insolubles dans le gaz ammoniac liquide. On les préparait en faisant couler par petites portions une dissolution de soufre dans le gaz ammoniac liquide dans une dissolution d'ammonium alcalin. On réglait les conditions de l'expérience de façon à se trouver en présence d'un excès de métal alcalin. L'insolubilité complète de ces corps dans le gaz ammoniac liquide permettait de les séparer complètement du sodammonium et du potassammonium en excès.

2° *Excès de soufre.* — On fait agir une dissolution d'ammonium alcalin sur une dissolution de soufre dans le gaz ammoniac liquide en s'arrangeant de façon à avoir un excès de soufre. On obtient ainsi, lorsque tout l'ammonium est décomposé, un liquide rouge foncé.

Dans le cas présent, on ne peut séparer par filtration le sulfure formé du soufre en excès, puisque ce dernier est très soluble dans le gaz ammoniac liquide.

On maintient l'appareil à une température voisine de  $-25^\circ$  et on laisse partir lentement le gaz ammoniac. La liqueur est toujours rouge. On laisse remonter la température à  $+3^\circ$ . A ce moment on a encore un liquide rouge stable sous la pression atmosphérique. A  $14^\circ$ , l'évaporation lente du liquide laisse déposer un sulfure jaune, qui paraît cristallisé et dont les cris-

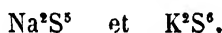
(<sup>1</sup>) M. Metzner, *Ann. de Ch. et Phys.*, 7<sup>e</sup> série, t. XV, oct. 1898, p. 265.

taux peuvent se distinguer de ceux du soufre, qui sont d'un jaune plus clair.

Pour séparer le soufre en excès du sulfure, on a eu recours au moyen suivant : Dans le tube à robinet qui termine la branche renfermant le mélange des deux corps, on introduit un tampon de coton de verre. Puis on y soude un réservoir en verre muni d'un robinet. Dans l'appareil ainsi constitué on fait complètement le vide. Puis on y laisse rentrer une petite quantité d'eau sans air.

En inclinant l'appareil de façon que le sulfure soit la partie supérieure, et plongeant le réservoir dans un bain-marie, on provoque la distillation de l'eau. Celle-ci se condense dans la branche où se trouve le sulfure, l'entraîne en retombant et laisse les cristaux de soufre en excès retenus par le tampon.

L'analyse de ces sulfures a indiqué qu'ils correspondaient aux formules



On peut résumer les résultats de l'action du sodammonium et du potassammonium sur le soufre, le sélénium et le tellure dans le tableau suivant :

*Excès du métal alcalin.*

$\text{Na}^2\text{S}$	$\text{K}^2\text{S} \dots$	} amorphes, blancs, solubles dans l'eau, insolubles dans le gaz ammoniac liquide n'absorbant pas le gaz ammoniac.
$\text{Na}^2\text{Se}$	$\text{K}^2\text{Se} \dots$	
$\text{Na}^2\text{Te}$	$\text{K}^2\text{Te} \dots$	

*Excès du métalloïde.*

$\text{Na}^2\text{S}^5$	$\text{K}^2\text{S}^5 \dots$	} cristallisés, solubles dans l'eau, solubles dans le gaz ammoniac liquide absorbant le gaz ammoniac.
$\text{Na}^2\text{Se}^4$	$\text{K}^2\text{Se}^4 \dots$	
$\text{Na}^2\text{Te}^3$	$\text{K}^2\text{Te}^3 \dots$	



1